edmetic
Revista de Educación Mediática y TIC

Influencia de la representación de las cantidades en la resolución de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo

Influence of quantities representation in solving word problems in the worksheet environment

Fecha de recepción: 01/09/2012
Fecha de revisión: 5/10/2012
Fecha de aceptación: 27/12/2012

Influencia de la representación de las cantidades en la resolución de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo

Influence of quantities representation in solving word problems in the worksheet environment

David Arnau[1]

Resumen:
Hemos llevado a cabo una experimentación en la que pretendíamos observar las consecuencias de enseñar a resolver problemas de manera algebraica en el entorno de la hoja de cálculo a un grupo de estudiantes de primer curso de secundaria que no habían sido introducidos previamente en el mundo del álgebra. En este artículo ofreceremos ejemplos de fenómenos de anclaje en las formas de resolver propias de la aritmética por parte de algunos alumnos cuando resolvían en la hoja de cálculo. Mostraremos cómo estas resoluciones aritméticas se veían influidas por la enseñanza y el entorno dando lugar a: (1) la imposibilidad de introducir una fórmula en una celda que no hubiera sido etiquetada previamente con un nombre propio del espacio semiótico en que se ofrecía el problema; y (2) la aparición de resoluciones con características aritméticas en las que se operaba con lo desconocido.
Palabras clave: resolución de problemas; aritmética; álgebra; hoja de cálculo.
Abstract:
We have carried out an experiment in which we intended to observe the consequences of teaching the algebraic way of solving problems in the spreadsheet environment to a group of secondary school freshmen that had not been previously entered into the realm of algebra. In this paper, we will offer examples of anchoring phenomena in arithmetical methods by some students when solving problems in the spreadsheet. We will show how these arithmetic resolutions were influenced by the teaching sequence and the environment resulting in: (1) the inability to enter a formula in a cell that had not previously been labelled with a name proper to the semiotic space in which the problem has been offered; (2) the emergence of resolutions with arithmetical characteristics in which students operated with the unknown.
Keywords: problem solving; arithmetic; algebra; spreadsheet.

---

[1] Universidad de Valencia. david.arnau@uv.es

1. Introducción

Cuando se resuelve un problema verbal de manera aritmética o algebraica el enunciado del problema es necesario reelaborarlo para crear un nuevo texto en el que se elimina la información no necesaria para alcanzar la solución. En algunos casos este nuevo texto podrá incluir otras situaciones a las descritas en el problema en que aparecerán cantidades y relaciones no mencionadas explícitamente en el enunciado. Todo este proceso se desarrolla dentro de lo que Radford (2002) llama un mismo espacio semiótico.

En el caso de la resolución algebraica, la representación posterior de alguna cantidad desconocida mediante una letra y la asignación a las conocidas de su valor numérico abre un nuevo espacio semiótico donde la historia del problema vuelve a ser contada. En el caso de una resolución aritmética, las cantidades desconocidas se representan mediante números. Estos números se obtienen al realizar operaciones usando cantidades conocidas o desconocidas previamente calculadas, lo que también supone la expresión del enunciado del problema en un nuevo espacio semiótico. A estos procesos les podemos llamar de una manera simplista traducción del problema al lenguaje del álgebra y de la aritmética, respectivamente. Una vez, se inicia la traducción del problema, los razonamientos y diálogos que se pudieran producir entre los sujetos que lo estuvieran resolviendo podrían tomar elementos del espacio semiótico en que se había presentado el problema (el enunciado) y del espacio semiótico al que se está traduciendo para resolverlo (la solución) y ello podría condicionar el proceso de resolución.

Cuando resolvemos un problema en el entorno de la hoja de cálculo debemos trasladar el enunciado (o alguna reelaboración del mismo) a un nuevo espacio semiótico en el que, parafraseando a Radford (2002), todavía se nos contará una historia, pero con la simbología propia de la hoja de cálculo. Una vez el problema (o una parte de él) se reescribe en la hoja de cálculo, los razonamientos y la comunicación que se establezca entre los estudiantes se podrá realizar dentro del espacio semiótico de la hoja de

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.108-126

cálculo y por lo tanto los mensajes generados podrán verse modificados respecto a como lo harían si resolvieran con lápiz y papel. Las diferencias entre los espacios semióticos que se abren al recurrir a una letra (el caso del simbolismo del álgebra), un número (el caso del simbolismo de la aritmética) o una celda (el caso del simbolismo de la hoja de cálculo) para representar a una cantidad desconocida puede dar lugar a distintas formas de relatar la historia que se ofrecía en el enunciado.

Por otro lado, autores como Bednarz y Janvier (1996) o Filloy, Rojano y Rubio (2001) han señalado la dificultad para admitir la posibilidad de operar con lo desconocido por parte de estudiantes recientemente introducidos en el mundo del álgebra. Para evitar esta dificultad los estudiantes suelen recurrir a procedimientos de resolución en los que utilizan el lenguaje de la aritmética, como la propia resolución aritmética o estrategias de ensayo y error (Stacey y MacGregor, 2000); aunque en ocasiones esto provoque no alcanzar soluciones correctas.

Para intentar suavizar la transición entre el uso de la resolución aritmética y algebraica, se han propuesto modelos de enseñanza basados en métodos de resolución en los que se utilizan lenguajes híbridos, como puede ser el método analítico de las exploraciones sucesivas (véase Filloy, Rojano y Rubio, 2001) o la resolución algebraica en la hoja de cálculo (véase, por ejemplo, Dettori, Garuti y Lemut, 2001; Filloy, Rojano y Puig, 2008; o Sutherland y Rojano, 1993). De hecho, desde la aparición de las primeras hojas de cálculo, a principio de la década de los 80, se observó su potencial para la enseñanza de la resolución de problemas verbales:

La hoja electrónica de cálculo puede ser usada para complementar el estudio de los problemas verbales en álgebra, trigonometría y cálculo. Estos problemas pueden ser formulados en la hoja de cálculo usando formatos comúnmente adoptados para obtener soluciones algebraicas. Las capacidades "¿Y si...?" de la hoja de cálculo fomentan la experimentación de ensayo y error, tanto en las resoluciones como al examinar los efectos que los cambios en los parámetros tienen en las soluciones(Arganbright, 1984,:187).

2. Proceso de investigación

2.1. Objetivos

Básicamente la investigación tenía dos objetivos. Por un lado, se pretendía observar si estudiantes sin instrucción previa en álgebra eran capaces de resolver problemas de manera algebraica en el entorno de la hoja de cálculo. Por otro, se pretendía observar la aparición de fenómenos de anclaje a las formas de resolver propias de la aritmética en alumnos que iniciaban el aprendizaje del álgebra; pero en este caso dentro del entorno de la hoja de cálculo.

En este artículo sólo se ofrecerán ejemplos de resoluciones aritméticas que darán cuenta de nuestro segundo centro de interés. Mostraremos casos en los que los estudiantes consideraron necesario construir nombres para las cantidades con la intención de dotar de sentido a la historia del problema en el espacio semiótico de la hoja de cálculo. También ofreceremos ejemplos que pondrán de manifiesto cómo lo que Haspekian (2005) llama carácter híbrido del lenguaje de la hoja de cálculo (un lenguaje a medio camino entre el de la aritmética y el del álgebra) permite la aparición de estrategias de resolución aritméticas en las que no se procede de manera exclusiva de lo conocido hacia lo desconocido.

2.2. Contextualización de la investigación

Cuando se resuelven problemas verbales de manera aritmética, la única forma de referirnos a las cantidades desconocidas que aún no han sido calculadas es recurrir a nombres que les den sentido en el espacio semiótico en que se había expresado el enunciado del problema. Una vez la cantidad desconocida se determine, podremos referirnos a ella mediante un nombre o mediante el valor que se le ha asignado. Cuando se resuelven problema

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.108-126

verbales de manera algebraica, siempre es posible referirse a las cantidades desconocidas mediante un nombre (espacio semiótico en que se ofrecía el enunciado) o una letra (espacio semiótico a que se traduce el enunciado). Es justamente esta posibilidad la que permite operar con lo desconocido en un mismo nivel que lo conocido.

Sería posible diseñar un método de resolución algebraico en la hoja de cálculo adaptando las exigencias de la resolución algebraica a dicho entorno. Básicamente, la resolución algebraica de problemas necesita utilizar un lenguaje que permita: (1) expresar simbólicamente lo desconocido para poder operar con cantidades desconocidas y (2) expresar una función veritativa que supondrá la reducción del problema a una ecuación (o sistema de ecuaciones) en que se expresará una misma cantidad (o tantas como ecuaciones) de dos maneras distintas.

En el caso de la resolución algebraica con lápiz y papel estas exigencias se pueden desglosar en una secuencia de pasos ideales que daría origen a lo que se conoce como método cartesiano (en adelante MC) de resolución de problemas:

> 1) "Una lectura analítica del enunciado del problema que lo reduce a una lista de cantidades y de relaciones entre cantidades.
>
> 2) Elección de una cantidad que se va a representar con una letra (o de unas cuantas cantidades que se van a representar con letras distintas).
>
> 3) Representación de otras cantidades mediante expresiones algebraicas que describen la relación (aritmética) que esas cantidades tienen con otras que ya han sido previamente representadas por una letra o una expresión algebraica.
>
> 4) Establecimiento de una ecuación (o tantas como letras distintas se haya decidido introducir en el segundo paso),

igualando dos expresiones, de las que se han escrito en el tercer paso, que representen la misma cantidad.

5) Transformación de la ecuación en una forma canónica.

6) Aplicación de la fórmula o algoritmo de solución a la ecuación en forma canónica.

7) Interpretación del resultado de la ecuación en términos del problema" (Filloy, Puig y Rojano, 2008: 330).

Hemos adaptado el MC, hasta el planteamiento de la ecuación, a las características de la hoja de cálculo para producir un método de resolución algebraico en dicho entorno al que hemos llamado método de la hoja de cálculo (en adelante, MHC). A continuación, ofrecemos el MHC desglosado en una secuencia de pasos ideales:

1) Una lectura analítica del enunciado del problema que lo reduce a una lista de cantidades y de relaciones entre cantidades.

2) La asignación de celdas a cantidades desconocidas y la elección de una única cantidad desconocida representada en una celda de la que dependerán directa o indirectamente el resto de cantidades desconocidas representadas. A esta cantidad la llamaremos cantidad de referencia y a la celda que ocupa, celda de referencia.

3) Representar en las celdas anteriores (excepto en la celda de referencia) fórmulas que describen la relación que esas cantidades desconocidas tienen con otras cantidades.

4) El establecimiento de una ecuación, lo que se hace igualando dos expresiones que representan la misma cantidad.

5) La variación del valor presente en la celda de referencia hasta conseguir que se verifique la igualdad.

6) Interpretación del valor que verifica la igualdad en términos del problema.

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.108-126

Un análisis del MHC nos permite concluir que, efectivamente, puede considerarse una resolución algebraica porque es posible hacer una representación simbólica de las cantidades desconocidas que nos permitirá operar con lo desconocido y porque la resolución del problema se acaba reduciendo al cumplimiento de una función veritativa.

Ahora bien, a diferencia de lo que ocurre cuando resolvemos con lápiz y papel, cuando se resuelven problemas de manera aritmética en el entorno de la hoja de cálculo, las cantidades desconocidas que aún no han sido determinadas, pueden expresarse mediante un nombre con sentido en el espacio semiótico en que se ofrece el enunciado y una representación simbólica en la hoja de cálculo mediante la celda en la que se va a calcular. Esta novedad con respecto a lo que ocurre cuando se resuelve de manera aritmética con lápiz y papel abre nuevas posibilidades tanto en el proceso de resolución como en la forma en que se pueden componer los mensajes en los procesos de comunicación.

2.3. Material y método

Elegimos a 12 estudiantes de primer curso de secundaria (11-12 años) con buen historial académico en matemáticas y que no habían sido introducidos en la resolución algebraica de problemas previamente. La elección de un grupo con estas características respondió a nuestro objetivo de observar fenómenos de anclaje en las forma de resolver de la aritmética.

Diseñamos una secuencia de enseñanza a partir de una propuesta de actividades de Mochón, Rojano y Ursini (2000) para usar la hoja de cálculo dentro de las clases de matemáticas. La enseñanza se desarrolló a lo largo de ocho sesiones de 55 minutos en la que podemos diferenciar tres partes: (1) familiarización con el entorno e introducción de fórmulas (una sesión); (2) generación de secuencias numéricas y actividades de inversión de fórmulas (tres sesiones); y (3) modelo didáctico basado en la división de pasos ideales del MHC y resolución de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo (cuatro sesiones). Durante las sesiones en las que los estudiantes resolvían problemas, se aconsejó que identificaran con un nombre a cada celda que representaba a una cantidad. Además se les indicó que asignaran a las cantidades celdas que estuvieran en una misma columna para conseguir que el número de etiquetas visibles no dependiera de la longitud del nombre que se diera a cada cantidad.

Tras la fase de enseñanza se observaron las actuaciones de parejas de estudiantes cuando se enfrentaban a una prueba formada por cuatro problemas. Tres de estos problemas eran típicamente algebraicos. El cuarto problema (al que hemos llamado *El cine* y que analizaremos posteriormente) puede encontrarse en los manuales escolares tanto en temas de resolución aritmética como de resolución algebraica. La elección de este problema respondió a la intención de observar actuaciones en las que los estudiantes regresaran a formas de resolver propias de la aritmética. Abundado en lo anterior, hemos de señalar que aunque el problema *El cine* es posible resolverlo de manera aritmética, esta opción exige poner en juego cantidades y relaciones no explicitas en el enunciado del problema. En el análisis que realizamos a continuación se pondrá de manifiesto esta afirmación y para ello solicitamos que se preste atención a la cantidad que llamaremos "número de personas si elimináramos el exceso de mujeres" en la segunda lectura analítica.

El cine

En un cine hay 511 personas. ¿Cuál es el número de hombres y cuál el de mujeres, si sabemos que el de mujeres sobrepasa en 17 al de hombres?

Pondremos de manifiesto las características de este problema describiendo dos lecturas analíticas. La primera lectura analítica supondría reducir el enunciado a las cantidades conocidas: número de personas, *P* (510) y exceso del número de mujeres respecto al número de hombres, *E* (17). Y a las desconocidas: número de hombres, *H* y número de mujeres, *M*. Estas cantidades se relacionarían mediante: $P = H + M$ y $M = E + H$. Como en ambas relaciones hay más de una cantidad desconocida, no podríamos resolver el problema de manera aritmética partiendo de esta lectura.

La segunda lectura analítica supondría reducir el enunciado a las cantidades conocidas: número de personas, *P* (510); exceso del número de mujeres respecto al número de hombres, *E* (17); y número de clases de personas, *C* (2). Y a las desconocidas: número de hombres, *H*; número de mujeres, *M*; y número de personas si elimináramos el exceso de mujeres, *Pqe*. Estas cantidades se relacionarían mediante: $P = Pqe + E$; $Pqe = C \cdot H$ y $M = E + H$. Como existe una relación en que sólo hay una cantidad desconocida (y su determinación produciría que otra u otras relaciones pasarán a tener una única cantidad desconocida, y así sucesivamente) podríamos resolver el problema de manera aritmética usando esta lectura.

A continuación, analizaremos el problema *Los tres amigos* del que, más adelante, ofreceremos resoluciones de los estudiantes.

Los tres amigos

> Tres muchachos ganaron 960 euros. Luis ganó veinticuatro euros menos que Juan y la décima parte de lo que ganó Roberto. ¿Cuánto ganó cada uno?

Una posible lectura analítica supondría reducir el enunciado a las cantidades conocidas: dinero total ganado, *T* (960); número por el que hay que multiplicar lo que ganó Luis para obtener lo que ganó Roberto, *Vlr* (10); y dinero de más que ganó Juan respecto al que ganó Luis, *Mjl* (24). Y a las desconocidas: dinero ganado por Luis, *L*; dinero ganado por Juan, *J*; y dinero ganado por Roberto, *R*. Estas cantidades se relacionarían mediante: $T = L + J + R$; $R = L \cdot Vlr$ y $J = L + Mjl$. Como en las tres relaciones hay más de una cantidad desconocida, diremos que la lectura es algebraica y, en consecuencia, partiendo de esta lectura no podríamos resolver el problema de manera aritmética.

La recogida de datos se realizó mediante grabaciones en vídeo y anotaciones del investigador, a partir de las cuales se obtuvo la transcripción de las sesiones. Por tratarse de una investigación que pretendía observar cierto tipo de actuaciones al resolver problemas, tomamos la decisión de que el investigador tuviera un grado de intervención muy bajo y que los estudiantes se agruparan por parejas para que de esta forma pudiéramos recoger información sobre los procesos cognitivos que se reflejaran en las conversaciones que mantenían.

3. Resultados

3.1. La aparición de cantidades desconocidas al mismo nivel que las conocidas en resoluciones con características aritméticas

Ya hemos señalado que cuando se resuelven problemas en el entorno de la hoja de cálculo es posible referirse a cantidades desconocidas que aún no han sido determinadas. Al hacer esto podemos alterar el orden del discurso tal y como se presentaría en una resolución aritmética que sólo usara el lenguaje de la aritmética. Esto puede dar lugar a resoluciones con características aritméticas en las que no se vaya exclusivamente desde las cantidades conocidas hacia las desconocidas.

En el siguiente fragmento de diálogo de la pareja Andrea-Laura, que parte de la situación descrita en la Figura 1, se observa un intento incorrecto de resolución del problema *El cine* (ya que usan la fórmula =B1/2-17 en lugar de =(B1-17)/2). Inicialmente Laura introduce la fórmula =B2+17 en la celda B3 (ítem 3). Esta acción supone operar con la cantidad desconocida "número de hombres" (representada en B2) como si fuera conocida. Sin embargo, de manera global el procedimiento de resolución que se sigue podríamos calificarlo de aritmético. Podemos argumentar que la resolución tiene características aritméticas en base a dos explicaciones. La primera es que no se recurre a la construcción de una función veritativa para su resolución. La segunda es que si cambiáramos el orden en que se introducen las fórmulas y prescindiéramos de la representación simbólica de las cantidades mediante las celdas que ocupan, nos encontraríamos (recordemos que se trata de una resolución incorrecta) con =511/2-17 (la fórmula que han expresado en B2 como =B1/2-17, véase ítem 6), que daría 238,5 y que usaríamos para calcular =238,5+17 (la fórmula que han expresado en B3 como =B2+17, véase ítem 3) que daría 255,5.

◇	A	B
1	personas	511
2	hombres	
3	mujeres	

Figura 1

(Ítem 1)	Andrea: El de mujeres es igual a éste (señala B2)…
(Ítem 2)	Andrea y Laura:… menos diecisiete.
(Ítem 3)	(Laura introduce la fórmula "=B2+17" en la celda B3 y aparece el número 17.)
(Ítem 4)	Laura: Y el de hombres es igual a quinientos once entre dos menos diecisiete.
(Ítem 5)	Andrea: Igual a quinientos once entre dos…
(Ítem 6)	(Laura escribe la fórmula "=B1/2-17" en la celda B2.)
(Ítem 7)	Laura: Y ya está (pulsa la tecla intro y en la celda B2 aparece el número 238,5 y en B3, 255,5).

3.2. La necesidad de asignar nombres a las cantidades

Como veremos a continuación, el paso del enunciado del problema a una narración con sentido en el entorno de la hoja de cálculo supone algo más que la confección de un plan (reelaboración de la narración en el espacio semiótico en el que se presenta el problema) y la traducción de las relaciones entre cantidades a fórmulas.

En el siguiente diálogo de la pareja Juan-Benito, que parte de la situación representada en la Figura 2, Benito afirma "A mi me sale de cabeza" (ítem 15). La posterior reelaboración del enunciado en una narración en la que se ofrece una secuencia ordenada y correcta de operaciones (ítem 17) pone de manifiesto una dificultad para traducirlo al entorno de la hoja de cálculo (ítem 19).

	A	B
1	personas	511
2	mujeres	
3	hombres	
4	total	=B2+B3

Figura 1

(Ítem 8) Juan: (Tras bastante rato sin hacer ni decir nada.) Las mujeres serían quinientas once entre dos más diecisiete, ¿no?... Si dice que sobrepasa… No daría.

(Ítem 9) (Benito escribe la fórmula "=B1/2+17" en la celda B2.)

(Ítem 10) Juan: No, que no da.

(Ítem 11) (Benito pulsa la tecla intro y en la celda B2 aparece el número 272,5.)

(Ítem 12) (Benito introduce la fórmula "=B1/2-17" en la celda B3 y aparece el número 238,5.)

(Ítem 13) Benito: No.

(Ítem 14) (Después de unos instantes en silencio.)

(Ítem 15) Benito: A mi me sale de cabeza… (Inaudible.)

(Ítem 16) Juan: ¿Cómo te sale de cabeza?

(Ítem 17) Benito: De cabeza lo que he hecho es: le he quitado los diecisiete que tienen de más las mujeres a las quinientas once personas, lo que me da lo he dividido entre dos que es lo que tiene cada… los hombres y las mujeres. Y luego le sumo diecisiete mujeres a las mujeres. Y es lo que me da.

(Ítem 18) Juan: Pues intenta hacerlo ahí.

(Ítem 19) Benito: Pero es que no sé.

Esta dificultad podría tener dos orígenes no necesariamente excluyentes: (1) la incompetencia para trabajar con fórmulas en las que aparecen más de una operación, junto a la necesidad de establecer la preferencia entre las operaciones mediante paréntesis; y (2) la incapacidad para expresar su discurso mediante fórmulas en las que apareciera una única operación. Evidentemente, esta segunda posibilidad no puede atribuirse a una dificultad a la hora de construir fórmulas en la hoja de cálculo, como se pone de manifiesto en las habilidades que exhiben durante el diálogo (ítems 9 y 12). Una posible explicación la encontramos en un hecho observado durante la experimentación: Ningún sujeto introdujo una fórmula para dar valor a una cantidad desconocida en una celda junto a la que no apareciera un nombre que representara la cantidad.

Así, en el caso que nos ocupa, podríamos interpretar como obstáculo para expresar la resolución mediante fórmulas el hecho de que no se haya asignado celda, ni nombre a la cantidad que se obtendría de restar 17 a 511. Está cantidad desconocida que no se presenta explícitamente en el enunciado del problema *El cine*, aparece en la segunda lectura analítica que hemos hecho del mismo y le hemos dado el nombre “número de personas si elimináramos el exceso de mujeres”.

◇	A	B
1	luis	24
2	joan	
3	roberto	
4	total	960

Figura 2

Si bien es cierto que no existe una necesidad de asociar una descripción a las celdas, posiblemente los estudiantes se vieran influidos por el consejo que se dio durante la secuencia de enseñanza sobre la conveniencia de incluir etiquetas que les recordaran las cantidades desconocidas que se habían representado. Esta tendencia a no introducir fórmulas en celdas no etiquetadas dio lugar a actuaciones singulares como la de la pareja Zulema-Paola mientras resolvían el problema *Los tres amigos*. Así, como se refleja en el diálogo siguiente, que parte de la Figura 3, decidieron calcular lo que le correspondería a cada uno de los protagonistas si el reparto hubiera sido equitativo (ítems 20-25). Esta cantidad no aparece implícita ni explícitamente en el enunciado pues da lugar a una resolución incorrecta. En esta situación Zulema decidió utilizar la etiqueta "extra" (ítem 26). El uso de este nombre parece expresar su incapacidad para dar sentido a la cantidad dentro del contexto del problema, pero también pone de manifiesto la necesidad de asignar etiquetas.

(Ítem 20) Zulema: Entre tres.

(Ítem 21) Paola: Entre tres por qué.

(Ítem 22) Zulema: Yo lo haría así. Te lo juro.

(Ítem 23) Paola: Vale. A ver.

(Ítem 24) Zulema: Pero va a salir mal porque si dice la décima y todo eso.

(Ítem 25) Paola: A ver esto (hace clic en B4 cuyo contenido es 960).

(Ítem 26) Zulema: ¿Y dónde se pone? ¿En extra como antes?

(Ítem 27) (Paola escribe "extra" en la celda A5.)

(Ítem 28) Paola: Eso es igual a eso dividido entre tres (mientras habla introduce la fórmula "=B4/3" en la celda B5 y aparece el número 320).

(Ítem 29) Zulema: Trescientos veinte para cada uno.

La dificultad que surgió en el problema *El cine* para dar nombre a la cantidad que hemos llamado "número de personas si elimináramos el exceso de mujeres" llevó en otras ocasiones a asignar el valor de dicha cantidad a

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.108-126

otra cantidad desconocida a la que sí que se había asignado celda y etiqueta en la hoja de cálculo. Así, en el diálogo siguiente entre la pareja Manuel-José, que parte de la situación representada en la Figura 4, se observa (ítem 30) que Manuel inicialmente era capaz de construir verbalmente una fórmula para calcular el valor de la cantidad "número de hombres". Después, cuando intentó plasmarla en la hoja de cálculo, decidió fraccionarla (ítem 32), produciendo una fórmula que permitiría calcular el "número de personas si elimináramos el exceso de mujeres"; pero que José (ítem 33) hizo corresponder a la cantidad "número de mujeres". En definitiva, acabaron asignando de manera incorrecta el valor de una cantidad desconocida a otra cantidad desconocida.

◇	A	B
1	número de personas	511
2	hombres	
3	mujeres	
4	total de personas	

Figura 3

(Ítem 30) Manuel: A ver, mujeres (mientras habla, escribe "=" en B3). ¿Quinientos once? Esto sería. ¡Espérate! Porque si a esto le restas, espérate, diecisiete y lo divides entre dos y luego una de las partes que has dividido entre dos le sumas diecisiete, sí es las mujeres. ¿Sabes lo que digo?

(Ítem 31) José: Sí, sí.

(Ítem 32) Manuel: Entonces sería quinientos once menos diecisiete, pero, ¿dónde lo pongo?

(Ítem 33) José: En las mujeres.

(Ítem 34) Manuel: Quinientos once menos diecisiete (mientras habla, introduce "=B1-17" en la celda B3 y aparece el número 494). ¿Vale?

(Ítem 35) Manuel: Y aquí (hace clic en B2) a éste…

(Ítem 36) José: A be tres…

(Ítem 37) Manuel: … entre…

(Ítem 38) José: … entre dos.

(Ítem 39) Manuel: … entre dos.

(Ítem 40) (Mientras se producía el diálogo, Manuel ha introducido "=B3/2" en la celda B2 y ha aparecido el número 247.)

4. Conclusiones

Hemos descrito resoluciones con características aritméticas (o al menos que no cumplían todas las características de una resolución algebraica) en las una cantidad desconocida se expresaba mediante una fórmula que contenía referencias a otras cantidades desconocidas que aún no se habían determinado. Estas operaciones quedaban *suspendidas* hasta que se determinara el valor de las cantidades desconocidas que eran argumento de la fórmula. Atendiendo a estas observaciones, resulta plausible matizar la afirmación de que una resolución aritmética implica necesariamente ir de lo conocido a lo desconocido; ya que esta afirmación es realmente una consecuencia de las limitaciones del lenguaje aritmético.

Por otro lado, hemos constatado la aparición generalizada de actuaciones en las que los resolutores consideraban necesario etiquetar las celdas que representaban cantidades desconocidas cuando resolvían en la hoja de cálculo. Esta compulsión al etiquetado podría tener un origen en el consejo que se dio durante la secuencia de enseñanza. Sin embargo, más allá de su origen podría poner de manifiesto la necesidad de recurrir a representaciones de las cantidades en el espacio semiótico en que se ofreció el problema, que no se observa habitualmente cuando se resuelve con lápiz y papel. En nuestro estudio esta tendencia condujo a introducir restricciones a la hora de resolver el problema que fue causa de dificultades y errores.

Referencias bibliográficas

ARGANBRIGHT, D. E. (1984). Mathematical Applications of an Electronic Spreadsheet. (pp. 184-193). En V. P. Hansen y M. J. Zweng (Eds.), *Computers in Mathematics Education.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

BEDNARZ, N. y JANVIER, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic. En N. Bednarz, C. Kieran y L. Lee (Eds.), *Approaches to Algebra* (pp. 115-136). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

DETTORI, G., GARUTI, R. y LEMUT, E. (2001). From arithmetic to algebraic thinking by using a spreadsheet. (pp. 191-207). En R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, y R. Lins (Eds.), *Perspectives on School Algebra.* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

FILLOY, E., PUIG, L. y ROJANO, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias, 26*(3), 327-342.

FILLOY, E., ROJANO, T. y PUIG, L. (2008). *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach*. New York: Springer.

FILLOY, E., ROJANO, T. y RUBIO, G. (2001). Propositions concerning the resolution of arithmetical-algebraic problems. (pp. 155-175). En R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell y R. Lins (eds.), *Perspectives on School Algebra* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

HASPEKIAN, M. (2005). An "Instrumental Approach" to study the integration of a computer tool into mathematics teachings: The case of spreadsheet. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *10*(2), 109-141.

MOCHÓN, S., ROJANO, T. y URSINI, S. (2000). *Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo*. México, D.F.: Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. SEP, ILCE, CONACYT.

RADFORD, L. (2002). On heroes and the collapse of narratives: a contribution to the study of symbolic thinking. (pp. 81-88). En A. Cockburn y E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Norwich, UK: PME.

STACEY, K. y MACGREGOR, M. (2000). Learning the Algebraic Method of Solving Problems. *Journal of Mathematical Behavior*, *18*(2), 149-167.

SUTHERLAND, R. y ROJANO, T. (1993). A Spreadsheet Approach to Solving Algebra Problems. *Journal of Mathematical Behavior*, *12*(4), 353-383.

Cómo citar este artículo:

Arnau. D. (2012). Influencia de la representación de las cantidades en la resolución de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, 1*(2), 109-128.

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.108-126