edmetic
Revista de Educación Mediatica y TIC

Matemáticas y TIC

Volumen 1, Número 2

2012

edmetic

Revista de Educación Mediática y TIC

Monográfico: Matemáticas y TIC

Volumen 1, número 2

2012

edmetic

Revista de Educación Mediática y TIC

Matemáticas y TIC, juntas pero no revueltas

El desarrollo de los Reales Decretos que regulan la puesta en marcha de la Educación Primaria y Secundaria en España, plantean dos competencias básicas bien diferenciadas, de un lado encontramos la matemática y de otro la digital.

En niveles superiores de la enseñanza, ambas se convierten en el sustento y desarrollo de conocimientos más complejos, a veces de difícil comprensión por parte de los estudiantes, que harán que aspectos de su vida cotidiana cobren sentido.

Por separado las dos tienen su propia identidad. Numerosos son los trabajos e investigaciones realizados por los prácticos y teóricos de la educación matemática, que alaban las bondades de dicha materia y la necesidad de hacer ver su lado más positivo, lejos de complejidades y dificultades terminológicas.

Desde hace relativamente poco tiempo, este concepto se ha ido identificando con "alfabetización matemática". Este es entendido por algunos autores como Rico (2004, 2) como "*la capacidad individual para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades en la vida de cada individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo*". Dicha comprensión aboga, desde mi punto de vista, por la unificación con otros medios, materias y recursos que reviertan en una mayor comprensión terminológica de conceptos, principios,

edmetic, 1(2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp. 1-3

leyes, etc.

Sentadas las bases de una buena enseñanza matemática en niveles primarios de la formación, la educación superior podrá afianzar dicha competencia.

Por otra parte, encontramos el interés que desde hace años los gobiernos en general tienen por una alfabetización digital de la ciudadanía, por ello si se aúnan ambas estaremos logrando compensar deficiencias en ambos campos y, además, abriendo nuevas vías de investigación.

Si como binomio de trabajo diario de aula tomamos Matemáticas-TIC, podremos encontrar numerosas aportaciones que desarrolladas desde y en la red ayudaran tanto a los profesionales de la educación como a los estudiantes y progenitores. Un ejemplo de ello lo encontramos en http://www.disfrutalasmatematicas.com/, http://sauce.pntic.mec.es/jdiego/ o http://www.matesymas.es/ donde alumnado y profesorado podrá de manera amena y divertida "practicar" las mates. A nivel internacional podemos encontrar el blog http://matematicasecundariaceicelaya.blogspot.com.es/, de reciente creación, pero no por ello menos valioso creado desde México, http://arlitaquirozrodas.blogspot.com.es/ en Perú.

Para una neófita del mundo de los números en particular y del universo matemático en general, en este número de EDMETIC podré/podremos encontrar una nueva perspectiva de dos contenidos y competencias básicas, que me/nos ayudaran por una parte a comprender y por otra a perder el miedo a un contenido que, como ya hemos mencionado anteriormente, a veces se me antoja y se me ha antojado abrupto.

Las experiencias que hasta aquí traen los autores tanto nacionales como internacionales ponen de relieve la gran variedad de aportaciones que Matemáticas-TIC y TIC-Matemáticas tienen hoy.

Agradecer a los firmantes de este segundo volumen en nuestro primer año de vida.

Verónica Marín-Díaz

Editora de EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC vmarin@uco.es

Referencias Bibliográficas

Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas en secundaria. *Profesorado, Revista de Curriculum y Formación de profesorado, 8* (1), Recuperado de: http://www.ugr.es/~recfpro/rev81ART2.pdf.

edmetic, 1(2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp. 1-3

edmetic
Revista de Educación Mediática y TIC

TIC y matemáticas: una integración en continuo progreso

Una de las principales evidencias de los cambios en los sistemas educativos es la presencia de las TIC tanto en el aula como en los diseños curriculares y su mención específica en las distintas normativas y documentos de legislación educativa.

Las TIC permiten trabajar en entornos virtuales dinámicos y de inmediatez que hacen cambiar los roles tanto del profesorado como del alumnado. Para los primeros se empieza a requerir una alfabetización o actualización tecnológica y la adaptación a sus rutinas labores al nuevo medio. Se requiere una planeación y planificación minuciosa para un uso adecuado de estas herramientas como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje.

Para los alumnos, estos pasan de un rol de espectador pasivo, a ser parte activa en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Teniendo la posibilidad de auto regular la adquisición de conocimientos en función de sus destrezas y capacidades.

Las TIC han permitido el acceso de profesores y alumnos a recursos didácticos e información de manera casi impensable hace unos cuantos años. En el caso de las matemáticas, esta área ha sido muy beneficiada por las TIC, especialmente por el software, porque estos permiten mejorar procesos de visualización de conceptos y aseguran una adecuada compresión de ellos al ofrecer variados sistemas de representación. Esto favorece tanto el trabajo

edmetic, 1(2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp. 4-6

docente como el aprendizaje por parte del alumnado.

Por otra parte esta la posibilidad de utilizar algunas herramientas que fomentan el aprendizaje autónomo al tiempo que facilitan la atención a la diversidad del alumnado y al aprendizaje personalizado. Todo ello hace necesario que el profesorado de matemáticas conozca y domine estos recursos, así mismo debe adquirir destrezas para identificar qué le es útil a él y a sus alumnos en situaciones determinadas, bien por el tipo de contenido o por el nivel educativo en el que ejerza su labor educativa.

Para la enseñanza de las matemáticas contamos con herramientas generales, como lo son Internet, blogs libros electrónicos, WebQuests, paquetes ofimáticos, vídeos, animaciones, etc. También tenemos las herramientas específicas para las matemáticas como: calculadora, software especializado para matemáticas, applets y páginas web interactivas de matemáticas.

El constante y creciente interés por parte del profesorado de matemáticas en conocer e incorporaras en sus clases se pone en evidencia en los distintos congresos del profesorado, en los cursos de capacitación y formación permanente. Esto es importante, porque si bien toda la sociedad reconoce la utilidad de las TIC en los procesos educativos, es el profesorado quienes lo implementan.

Este monográfico presenta el artículo de David Arnau en el que muestra cómo la hoja de cálculo Excell puede ser utilizada por alumnos de primer curso de secundaria para resolver problemas verbales.
Nora Gatica y Oscar Ares presentan un trabajo sobre la comprensión del concepto de exactitud del método de Simpson utilizándose la interface gráfica de MATLAB, GUI para el trazo de las funciones por parte de alumnos argentinos de ingeniería.

Por su parte Miguel Villarraga et al, presentan una experiencia sobre el diseño de un curso de capacitación digital para el profesorado de matemáticas en el que se enseño a utilizar variado software matemático. Esta experiencia giraba en torno a los lineamientos curriculares del sistema educativo de Colombia.

El desarrollo de las competencias matemáticas señaladas por el Proyecto PISA es abordado por Ivanovnna Cruz y Ángel Puentes en un artículo en el que describen las actividades propuestas a los alumnos de la asignatura de matemática básica.

Las TIC en matemáticas de la educación primaria es el tema que presentan Antonia Ramírez y Ester Lorenzo. Su artículo despliega una serie de tareas mediadas por recursos TIC con el propósito de fomenta y desarrollar la competencia matemática.

Finalmente varios investigadores de la universidad de Córdoba presentamos un estudio sobre la participación y el fomento de competencias de cooperación entre estudiantes de primer año de Grado de Educación Infantil a través del foro virtual en la plataforma Moodle.

El monográfico recoge diversas visiones de la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas y cómo el uso de herramientas tecnológicas generales y específicas convergen para facilitar y potenciar el aprendizaje de las matemáticas.

Alexander Maz-Machado
Departamento de Matemáticas
Universidad de Córdoba

edmetic

Revista de Educación Mediática y TIC

Modelado paramétrico de edificios en el aula de matemáticas

Parametric modelling of buildings in the mathematics classroom

Fecha de recepción: 01/01/2012
Fecha de revisión: 07/01/2012
Fecha de aceptación: 10/01/2012

Modelado paramétrico de edificios en el aula de matemáticas

Parametric modelling of buildings in the mathematics classroom

Raúl Manuel Falcón Ganfornina[1]

Resumen:

El estudio analítico de curvas y superficies adquiere una importancia significativa en estudios universitarios asociados a Arquitectura y Edificación, si bien suele desarrollarse en el aula de Matemáticas únicamente a nivel teórico. No obstante, cualquier herramienta informática de diseño gráfico que utilice el alumnado a lo largo de su vida académica y profesional a la hora de modelar proyectos arquitectónicos se basa internamente en una computación matemática de todos y cada uno de los elementos que intervienen en el mismo, si bien el usuario no llega a vislumbrar el vínculo existente entre su proyecto y la base matemática en la que se fundamenta. El uso de herramientas informáticas que permitan modelar curvas y superficies a partir de sus ecuaciones paramétricas se convierte por tanto en un nexo de unión, que se potencia aún más en cuanto se procede a modelar construcciones arquitectónicas reales. En este sentido, el presente artículo muestra cómo, haciendo uso de su conocimiento matemático y de la información disponible en internet, el alumnado de la asignatura de Matemática Aplicada a la Edificación en el Grado de Ingeniería de Edificación de la Universidad de Sevilla ha realizado como experiencia docente el modelado matemático de un conjunto de edificios de estructura no trivial. La mejora del rendimiento académico es también analizada.

Palabras claves: uso didáctico del ordenador; geometría; arquitectura; modelado.

Abstract:

The analytical study of curves and surfaces is of significant importance in both Architecture and Building Engineering Degrees, although it is usually taught in the Mathematics classroom only from a theoretical point of view. Nevertheless, although students do not discern the existing link between both fields, any Computer Aided Design system which they use in their academic and professional life to model architectonical projects is implicitly based on a mathematical computation of each and every element which takes part in it. The use of software which can model curves and surfaces starting from their parametric equations is therefore an important nexus which can be bette

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp. 7-28

r exploited when real architectonical constructions are considered. In this regard, the current paper shows how, by using their mathematical knowledge and the information available on the internet, the students of Applied Mathematics for Building Construction in the Building Engineering Degree of the University of Seville have developed, within a teaching experience, the mathematical modelling of a set of buildings with a non-trivial structure. The improvement of the academic performance is also analyzed.
Keywords: didactic use of computer; geometry; architecture; modelling.

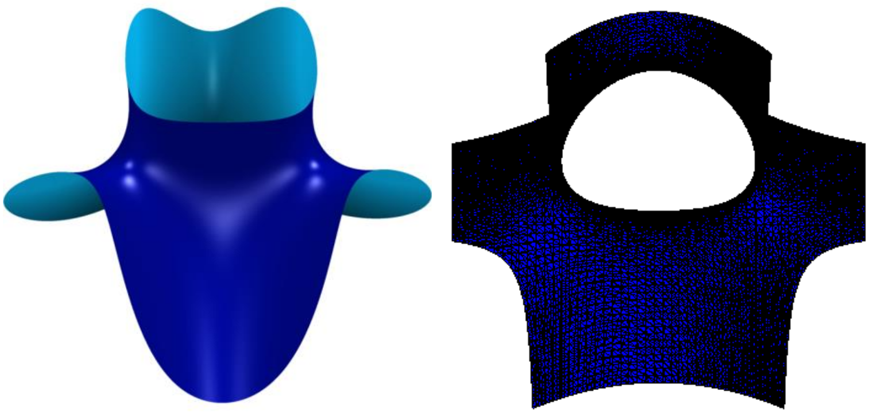
[1] Universidad de Sevilla. rafalgan@us.es

1. Introducción

Dentro de las posibles categorías en las que se engloban las distintas aplicaciones TIC que pueden llegar a utilizarse en el aula de Matemáticas se encuentran las herramientas informáticas de diseño y construcción (Rubin, 2000). En esta línea se encuentran los sistemas informáticos de Geometría Dinámica como *Cabri*, *Cinderella* o *GeoGebra*, cuyo uso se está potenciando en los últimos años en todos los niveles educativos. Con ellos se pueden representar de forma dinámica e interactiva objetos geométricos basados en construcciones de regla y compás, pudiéndose modificar sus parámetros en cualquier momento, con la inmediata reconstrucción de todos y cada uno de los elementos asociados a los mismos en la pantalla de trabajo en cuestión. Actualmente, el verdadero potencial de este tipo de herramientas se alcanza al trabajar con geometría en el plano, quedando la geometría espacial relegada hasta un mejor desarrollo de las versiones tridimensionales de dichos sistemas informáticos, que aún están a gran distancia de las herramientas de diseño asistido por ordenador como *AutoCAD*, *ArchiCAD* o *Rhinoceros* (denominadas CAD, siglas derivadas del inglés *Computer Aided Design*), utilizadas sobre todo por el sector de la Ingeniería y la Arquitectura y por el del Diseño Gráfico.

Uno de los aspectos que más interesa a los estudiantes universitarios de Arquitectura y Edificación es el diseño y modelado de edificios y estructuras arquitectónicas (Banerjee y De Graaf, 1996). El uso de herramientas informáticas de diseño asistido por ordenador les posibilita reconstruir informáticamente hasta el más mínimo detalle de cualquier tipo de vivienda a partir de una interfaz intuitiva que le permite elegir entre una cierta variedad de formas geométricas con las que proceder a diseñar el modelo arquitectónico en cuestión. El interés puede verse acrecentado si se tiene en cuenta que existen actualmente en la red proyectos cooperativos a nivel internacional tales como *Google Earth* que están promoviendo el uso de CADs por parte de todo tipo de usuarios, no sólo estudiantes o profesionales del sector de la construcción o del diseño gráfico. En particular, gracias a la puesta en común de los modelos diseñados por personas de todo el mundo se está logrando reconstruir virtualmente pueblos y ciudades de nuestro entorno.

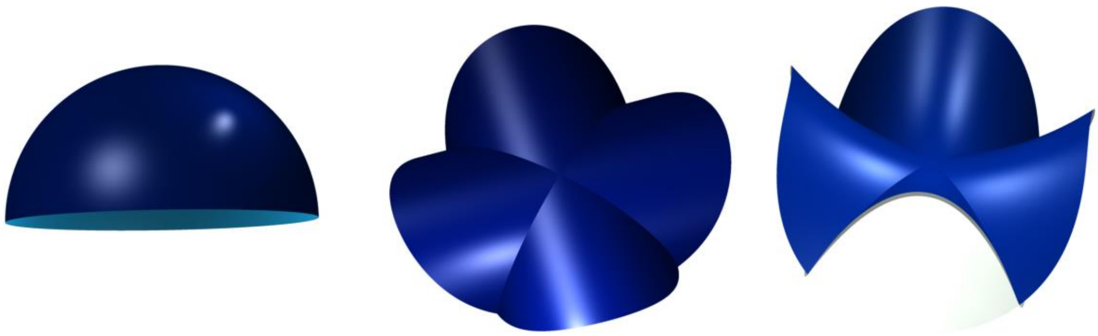
Cabe indicar que la programación interna de este tipo de herramientas informáticas está basada en una importante computación matemática. Sin embargo, ésta no es mostrada de forma explícita al usuario, quien a la hora de modelar una determinada forma geométrica no tiene más que realizar una serie de operaciones intuitivas con el ratón e introducir a lo más unos ciertos parámetros con ayuda del teclado. Desde el punto de vista de la enseñanza de las Matemáticas en Arquitectura y Edificación es interesante no obstante hacer ver al alumnado el fuerte vínculo que tiene esta disciplina con los programas de diseño gráfico (Falcón, 2011). Basta ver en la red por ejemplo cualquier galería de imágenes elaboradas por el software libre *Surfer* (Instituto Matemático de Oberwolfach, 2008), el cual representa tridimensionalmente con alta resolución cualquier superficie asociada a una determinada ecuación implícita en tres variables *(x, y, z)*, siendo de hecho precisamente dicha calidad de imagen una de las características que lo distingue de otros programas matemáticos (Figura. 1).



Figuraura 1: Superficies diseñadas con *Surfer* y *Maple* basadas en $x + y^2 z - x z = 2$

Fuente: Elaboración propia

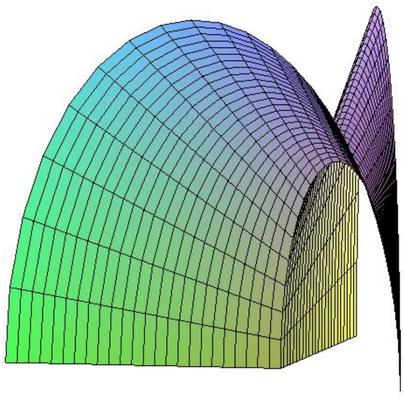
El uso didáctico de *Surfer* se está potenciando de hecho en la exposición itinerante *Imaginary*, creada originalmente con motivo del *Año de las Matemáticas* en Alemania (2008) y actualmente en gira por distintas ciudades españolas con motivo del centenario de la *Real Sociedad Matemática Española*. Desde el punto de vista arquitectónico, la galería interna con la que cuenta, englobando todas las superficies elementales junto a sus respectivas ecuaciones implícitas, permite al alumnado iniciarse en el modelado matemático de cúpulas y bóvedas (Figura. 2).



Figuraura 2: Cúpula semiesférica [$x^2 + y^2 + z^2 = 1$; $z > 0$] y bóvedas de arista [$(x^2 + z^2 - 1) \cdot (y^2 + z^2 - 1) = 0$] y de paraboloides hiperbólicos [$(x^2 - y^2 - z) \cdot (y^2 - x^2 - z) = 0$].

Fuente: Elaboración propia.

No obstante, la incorporación de un mayor número de elementos estructurales requiere usar ecuaciones parámetricas con las que no trabaja *Surfer*, pero sí otros programas matemáticos como *Maple, Mathematica* o *Maxima*. Con ellos pueden controlarse todas las medidas que sean necesarias en el modelo, al mismo tiempo que puede ajustarse de manera exacta la unión de las distintas superficies que intervienen en el mismo (figuraura. 3).



Figuraura 3: Detalle de la bóveda superior del Auditorio de Santa Cruz de Tenerife, como intersección de dos conos dentro de una sección poliédrica.
Fuente: Elaboración propia.

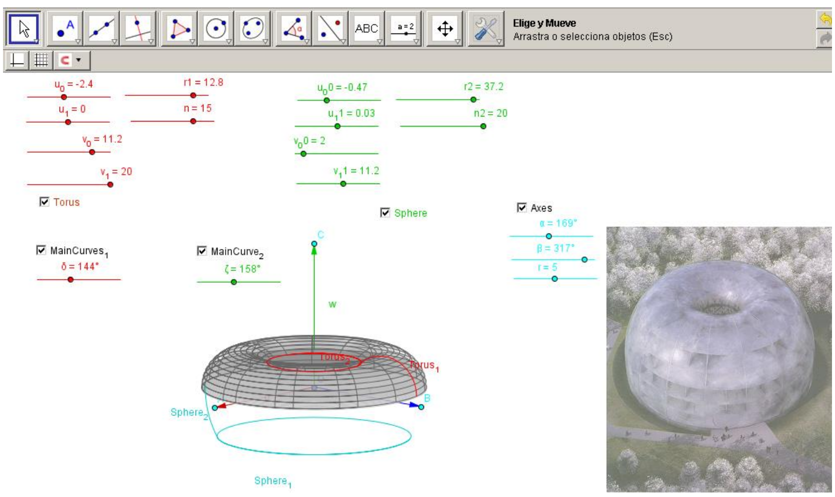
Hay que tener en cuenta que la belleza de toda construcción arquitectónica se basa fundamentalmente en la armonía de su forma geométrica, que debe ser acorde al mismo tiempo con la funcionalidad de la estructura en sí. En este sentido, la arquitectura tradicional presenta siempre diseños que obedecen reglas matemáticas que simulan proporciones naturales, en una búsqueda de unas normas de equilibrio y simetría asociados a ciertos principios estéticos (Alsina, 2005; Salingaros, 1999; von Mies, 1991). Sin embargo, a la hora de modelar construcciones arquitectónicas desde el punto de vista matemático conviene dirigir la atención a la arquitectura moderna, la cual se caracteriza por incorporar complejos sistemas estructurales para cuyo diseño se requiere de hecho del uso de herramientas CADs (Freiberger, 2007). Además, al tradicional carácter artístico se ha añadido en los últimos años la necesidad de realizar construcciones sostenibles que permitan optimizar los recursos de edificación, minimizar el impacto ambiental y aprovechar las condiciones naturales del entorno de emplazamiento. La complejidad de cumplir con todos estos requisitos es tal que cualquier estructura arquitectónica que satisfaga los mismos adquiere una importante presencia en los medios de información, promovida además por el hecho de que este tipo de construcciones están vinculadas a arquitectos de reconocido prestigio. Así, por ejemplo, es destacable la presencia en la red de fotografías e información de edificios sostenibles ya construidos o en proyecto, como pueden ser el *Centro de ocio Khan Shatir* en Astana, la cúpula del *Reichstag* en Berlín, el *Ayuntamiento* y el *Edificio Guerkin* en Londres o la *Isla de Cristal* en Moscú, todos ellos diseñados por Foster. Otras construcciones a destacar son la *Aguja de Chicago* y el *Museo del Mañana* en Río de Janerio (ambos de Calatrava), la *Torre Mayor* en Ciudad de México (de Reichmann), las oficinas administrativas de *Expodach* en Hannover (de Herzog) o la *Torre Shanghai* (de Gensler). Desde un punto de vista geométrico, merecen citarse también aquellas construcciones arquitectónicas que destacan por la aplicación artística y funcional de superficies no usadas tradicionalmente. Así tenemos por ejemplo construcciones en forma de *hiperboloides de una hoja* como la *Torre de Shújov* en Moscú, la *Sagrada Familia* de Gaudí en Barcelona, la *Catedral* de Niemeyer en Brasilia o el depósito de agua de Torroja en Fedala. Estructuras en forma de *paraboloides hiperbólicos* son el *Restaurante Los Manantiales* de Candela en Ciudad de México, las cubiertas de la *Villa Olímpica* de Behmisch y Otto en Munich, el Palacio *de Justicia* de Rogers en Amberes o el *Oceanogràphic* de Candela en Valencia.

Cualquier construcción arquitectónica similar a las citadas merece pues ser tratada desde un punto de vista matemático en el aula. El presente artículo muestra la experiencia docente que lleva desarrollándose en este sentido desde el Curso Académico 2009-2010, dentro de la asignatura *Matemática Aplicada a la Edificación II* del Grado de Ingeniería de la Edificación de la Universidad de Sevilla. La actividad consiste en modelar matemáticamente una serie de edificios haciendo uso exclusivo de ecuaciones paramétricas que posteriormente son introducidas en el software *Maple V Release 5.1* para realizar el diseño de los mismos. Si bien cada estudiante desarrolla su propio modelo, el trabajo se realiza de forma cooperativa, siendo supervisado en cada momento por el profesorado y permitiéndose la puesta en común y el trabajo colectivo para el modelado de superficies comunes a los distintos edificios.

Si bien al comienzo de la experiencia, el propio alumnado suele ser reacio a embarcarse en el proyecto, dada la dificultad del mismo, hay que decir que el resultado final es de gran calidad, lográndose una motivación creciente de los estudiantes a medida que los modelos van tomando forma. Además, el hecho de trabajar de forma continuada con las ecuaciones paramétricas de curvas y superficies conlleva a una mejora de los resultados académicos del correspondiente bloque temático, en comparación con cursos académicos anteriores y con grupos que no realizan dicha actividad.

2. Materiales y método

La asignatura de Matemática *Aplicada a la Edificación II* (6 créditos ECTS) del Grado de Ingeniería de Edificación en la Universidad de Sevilla se imparte durante el segundo cuatrimestre del primer curso de la titulación y en ella se trabajan los bloques temáticos de cálculo de derivadas e integrales, dedicando una primera parte (1,2 créditos ECTS) al estudio de curvas y superficies. En el programa de la asignatura se establece que el 25 por ciento de las clases presenciales se llevan a cabo con subgrupos reducidos (tres desdobles de unos 25 alumnos cada uno) haciendo uso del ordenador. En concreto, en dichas clases prácticas de informática se enseña al alumnado a utilizar el software *Maple V Release 5.1* con vistas a su uso y aplicación en cálculo, siguiendo una línea de actuación ya iniciada con anterioridad en la asignatura *Fundamentos Matemáticos de la Arquitectura Técnica* del anterior plan de estudios (Arriola, Barrena et al., 2010). Cabe indicar además que, desde la implementación del Grado en el Curso Académico 2009-2010, la Universidad de Sevilla ha apostado por una política de enseñanza bilingüe, debido a la cual se oferta la posibilidad de cursar la asignatura en inglés en un grupo reducido con un máximo de 30 alumnos). Esta última circunstancia ha favorecido el desarrollo de proyectos de innovación docente dentro de la asignatura, tomando dicho grupo reducido como experimental. En concreto, una de las experiencias docentes que se ha desarrollado desde el primer momento ha sido la incorporación del ordenador en todas las horas presenciales de clase. Esto ha posibilitado abordar ciertos aspectos de la asignatura de una forma más dinámica y activa (Falcón, 2012). En este sentido, ya en el Curso Académico 2009-2010 se planteó la posibilidad de realizar como actividad el modelado tridimensional de edificios desde el punto de vista matemático. Sin embargo, el software que se utilizó en dicha ocasión fue *GeoGebra 3*, que es un programa de geometría dinámica diseñado para trabajar únicamente en dos dimensiones, con lo que gran parte del tiempo asociado a dicha actividad se dedicó a convertir dicho programa en uno de tipo CAD que permitiese realizar gráficos tridimensionales a partir de proyecciones ortogonales (Falcón, 2011). Si bien dicho proceso de conversión fue en sí mismo de gran interés didáctico y los diseños se ajustaron a las expectativas (Figura. 4), el modelado de los mismos llegó a ser complejo, debido a que el programa se volvía demasiado lento a la hora de realizar la computación requerida.



Figuraura 4: Instituto de Medicina Legal del Campo de Justicia de Madrid
Fuente: Trabajo de clase de José Enrique Pozo Sierra (Curso 2009-2010)

En todo caso, dado el gran interés que suscitó entre el alumnado dicha actividad, se decidió repetir la experiencia en los siguientes cursos académicos. Para ello, se optó por cambiar la herramienta informática a utilizar, de tal forma que no se dedicara tanto tiempo a generar matemáticamente un entorno tridimensional de trabajo sino que directamente se pudiera comenzar a trabajar con ecuaciones paramétricas en el espacio. En este sentido, se acordó trabajar con *Maple V Release 5.1*, que, siendo una herramienta informática más acorde con la representación tridimensional, es de por sí utilizado por el alumnado a la hora de abordar otros contenidos previos de la asignatura, con lo cual desaparece el obstáculo de tener que aprender a manejar un nuevo programa informático. Se requiere para ello introducir las ecuaciones paramétricas de cada superficie que intervenga en el modelado en cuestión, lo que conlleva un trabajo exhaustivo de análisis de los parámetros asociados. En este sentido y con vistas a poder valorar convenientemente los modelos de la siguiente sección, cabe citar como ejemplo las ecuaciones de las dos superficies cónicas de la figuraura 3:

*plot3d([20-20*v,10+v*10*cos(u),v*sin(u)],u=0..Pi,v=3/8..-12*1/(10*cos(u)-22));*

*plot3d([5+20*v,10-v*10*cos(u-Pi),-v*sin(u-Pi)],u=0..Pi,v=3/8..-12*1/(10*cos(u)-22));*

En la práctica, a la hora de modelar matemáticamente un determinado edificio, cada estudiante debe seguir los cinco pasos siguientes:

1. Búsqueda de fotografías propias o en internet de construcciones arquitectónicas cuya estructura esté basada en al menos dos superficies geométricas de distinto tipo.
2. Selección de la construcción a modelar, atendiendo a su posible complejidad a la hora de encontrar las ecuaciones paramétricas de sus superficies estructurales. Para llevar a cabo este paso es necesario concertar una cita con el profesor con vistas a debatir el modelo a desarrollar y fijar unas pautas a la hora de generar el mismo.

3. Obtención de las medidas básicas del edificio en cuestión, bien encontrando información en la red, bien analizando las fotografías encontradas en un programa de geometría dinámica.
4. Modelado paramétrico de cada superficie estructural por separado.
5. Ensamblaje final de las distintas superficies.

Cabe destacar que el alumnado cuenta en todo momento con una acción tutorial por parte del profesorado, al mismo tiempo que se posibilita el trabajo conjunto a la hora de modelar superficies comunes a distintos proyectos arquitectónicos. Para ello se dispone de un foro en la plataforma de enseñanza virtual *WebCT* de la asignatura, en el cual cada alumno puede plantear a sus compañeros las dudas que le surgen acerca de su proyecto, al mismo tiempo que puede subir archivos con superficies ya modeladas, que puedan ser aprovechadas por el resto de la clase.

Por su parte, si bien el resultado final debe estar realizado en *Maple*, los estudiantes tienen libertad para realizar los pasos intermedios de desarrollo en cualquier otro programa informático que le pueda resultar de utilidad, por ejemplo, a la hora de obtener puntos de guía o ecuaciones de rectas y curvas que intervengan en el modelo. En concreto, el alumnado suele optar por utilizar bien *AutoCAD*, por la experiencia que tiene al usar dicho software en otras asignaturas de la titulación, o bien *GeoGebra*, por el uso que suele hacerse de este programa de geometría dinámica en la asignatura *Matemática Aplicada a la Edificación I*, la cual está dedicada al estudio de movimientos en el plano y en el espacio y al análisis de cónicas y cuádricas.

3. Resultados

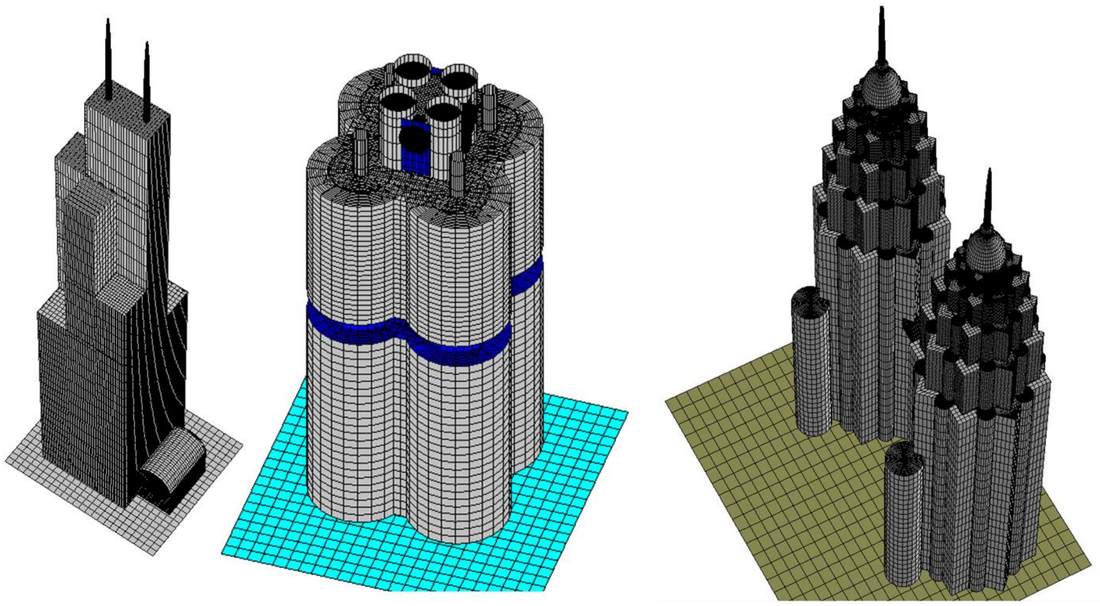
En la presente sección mostramos algunos de los modelos diseñados por el alumnado. Cabe indicar que las construcciones arquitectónicas que más suelen seleccionar los estudiantes son rascacielos, estructuras inclinadas, palacios, panteones, catedrales y museos, debido a la existencia en todas

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp. 7-28

ellas de elementos estructurales basados en formas geométricas claramente reconocibles. Veamos a continuación algunos ejemplos de cada tipo:

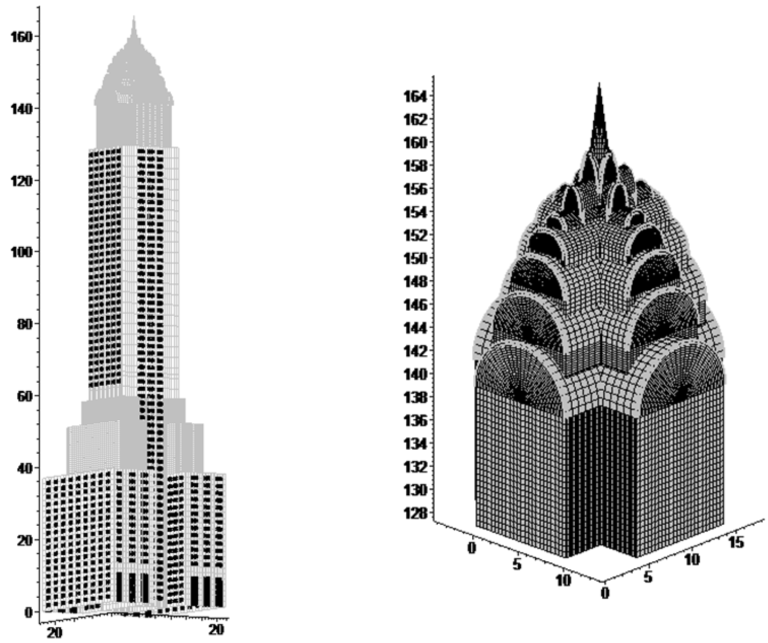
3.1. Rascacielos

Es hasta el momento el tipo de edificio que más ha seleccionado el alumnado a la hora de realizar un modelado matemático, en parte porque suelen estar básicamente formados por la superposición de prismas rectangulares y cilindros. No obstante, se ha intentado siempre elegir rascacielos que presenten elementos estructurales con cierto grado de dificultad, como cúpulas, antenas o módulos a diferentes alturas. Las *Torres Petronas* (Figura. 5, derecha) son un ejemplo en el que intervienen los tres tipos de elementos citados, destacando además la aparición de movimientos como la traslación y la rotación en el espacio.



Figuraura 5: Torre Sears, Rascacielos BMW y Torres Petronas
Fuente: Trabajos de clase de Pedro Morales Cuevas y Francisco Naranjo Martell
(Curso 2010-2011)

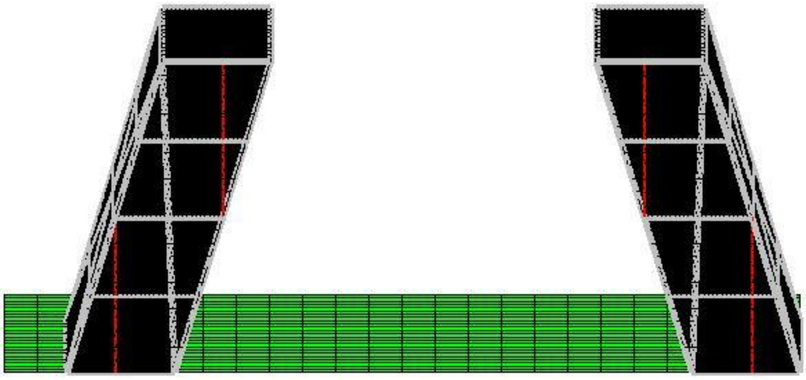
En todos ellos se combina el uso de superficies regladas en prismas y cilindros, de semiesferas en cúpulas y de paraboloides y conos en antenas. El número de superficies que intervienen suele ser bastante elevado, destacando en este sentido el modelado realizado del *Edificio Chrysler* (Figura. 6), cuyo alto grado de detalle en puertas, ventanas y cúpula, ha sido posible tras definir ecuaciones paramétricas correspondientes a más de dos mil superficies.



Figuraura 6: Edificio Chrysler y detalle de su cúpula
Fuente: Trabajo de clase de Juan Martínez Segura (Curso 2010-2011)

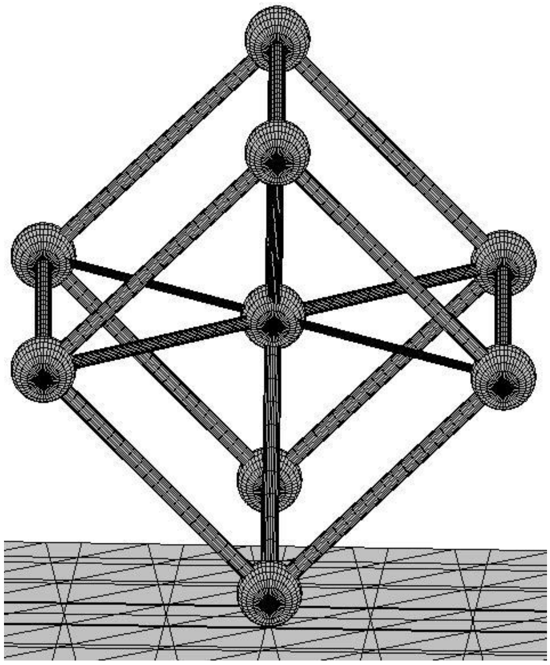
3.2. Estructuras inclinadas

Un segundo tipo de construcción que se ha venido modelando es el basado en superficies regladas o cilíndricas cuyas directrices sigan un vector no paralelo a los ejes cartesianos (figurauras. 7 y 8). Puede decirse que la construcción de estas superficies entra dentro de los problemas tipo que tradicionalmente aparecen en los exámenes de la asignatura. Si bien la dificultad no es elevada, las estadísticas de resultados académicos no suelen avalar este hecho, debido quizás a la falta de visualización por parte del alumnado a la hora de realizar este tipo de construcciones a nivel teórico. En este sentido, cabe destacar que el modelado informático de construcciones arquitectónicas basadas en estas superficies ha captado la atención del alumnado, logrando por primera vez un grado de visualización que es plasmado en los resultados académicos, como veremos en la siguiente sección.



Figuraura 7: *Torres Kio*

Fuente: Trabajo de clase de *Andrés Castillo Crespo* (Curso 2011-2012)



Figuraura 8: Atomium

Fuente: Trabajo de clase de María Díaz de la Torre (Curso 2011-2012)

3.4. Palacios, panteones y catedrales

Los elementos estructurales que destacan en estas construcciones arquitectónicas son las cúpulas, las cuales no sólo están compuestas por simples semiesferas, sino que o bien comprenden otros elementos como paraboloides y conos (figuras 9 y 10) o bien se debe jugar con los intervalos de definición en coordenadas esféricas para lograr efectos como el ojo del *Panteón de Roma* (figura 11). En todo caso, no todas las cúpulas siguen el mismo estilo arquitectónico, tal y como puede observarse por ejemplo con la de la *Catedral de Brasilia* (figura 12).

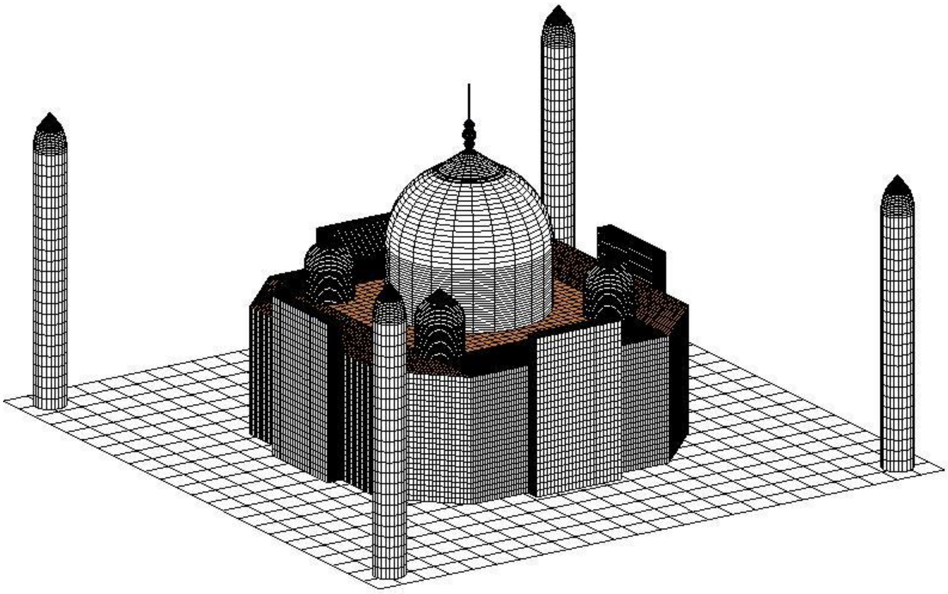


Figura9: *Taj-Mahal.*

Fuente: Trabajo de clase de María del Rosario Hernández (Curso 2010-2011).

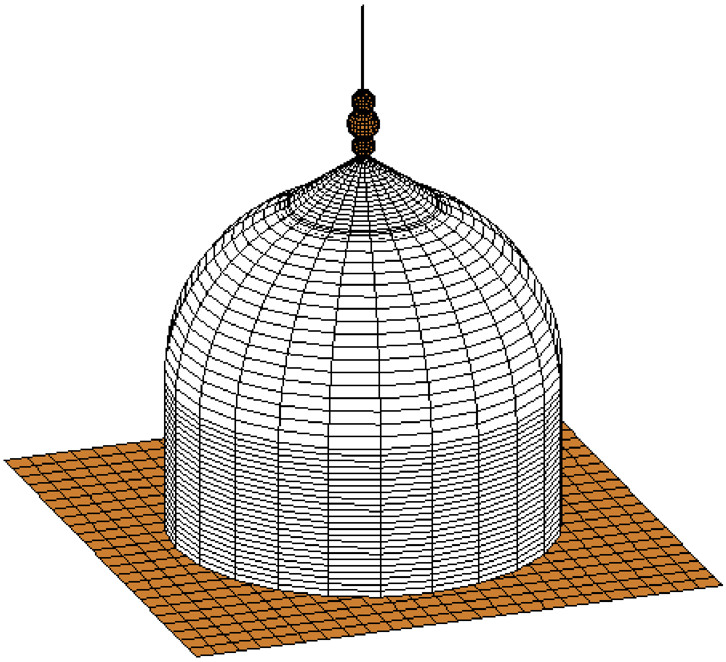


Figura 10: Detalle de la cúpula central del *Taj-Mahal*

Fuente: Trabajo de clase de María del Rosario Hernández (Curso 2010-2011)

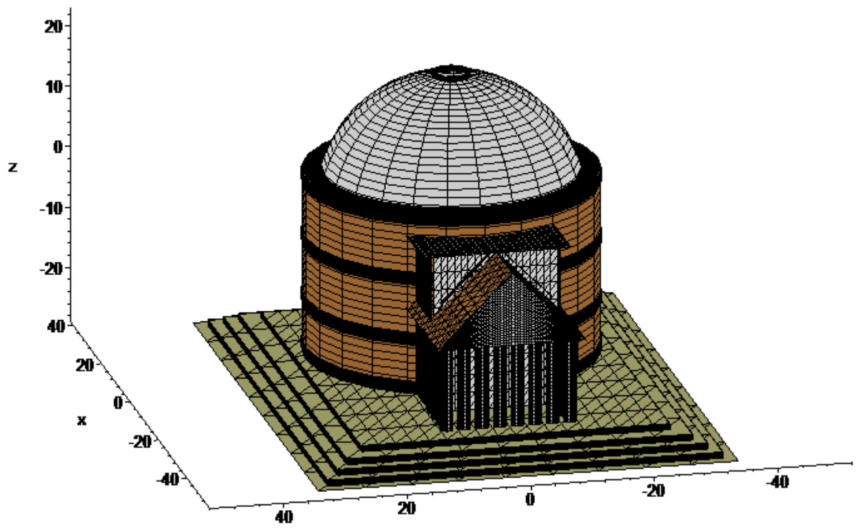


Figura 11: Panteón de Roma

Fuente: Trabajo de clase de Antonio García Palomo (Curso 2010-2011)

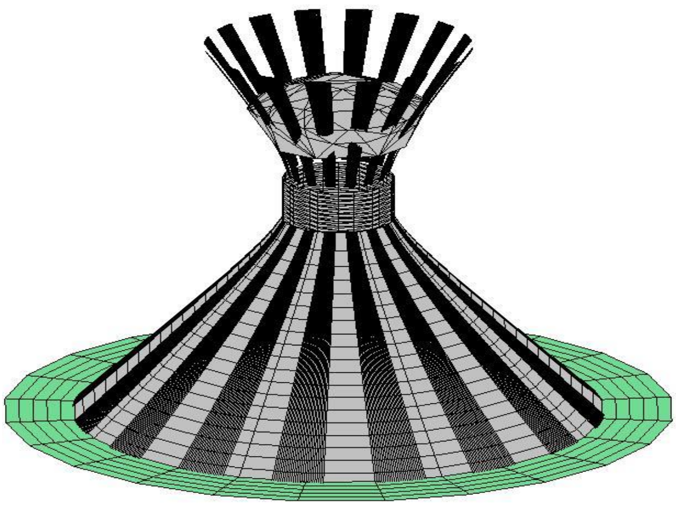


Figura 12: Catedral de Brasilia

Fuente: Trabajo de clase de Álvaro Rodríguez Martínez (Curso 2011-2012)

3.5. Museos

Los museos constituyen una fuente importante de posibles modelados a desarrollar, debido a sus peculiares estructuras, compuestas por lo general de superficies geométricas de muy diversa índole, como el complejo mosaico de planos de distinta inclinación del Museo Porsche (figura. 13) o la composición de esferas, cilindros y planos del Museo Guggenheim de Nueva York (figura. 14).

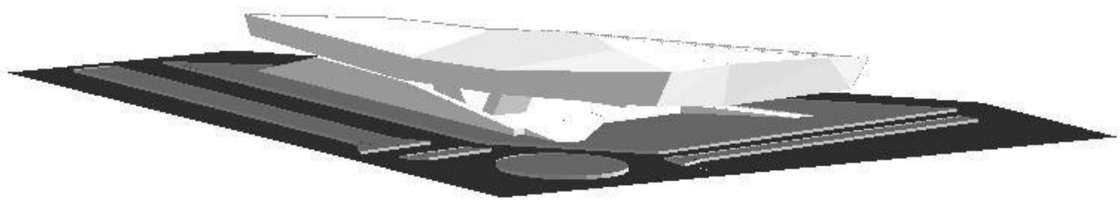


Figura 13: Museo Porsche
Fuente: Trabajo de clase de Carlos Palacios Gil (Curso 2011-2012)

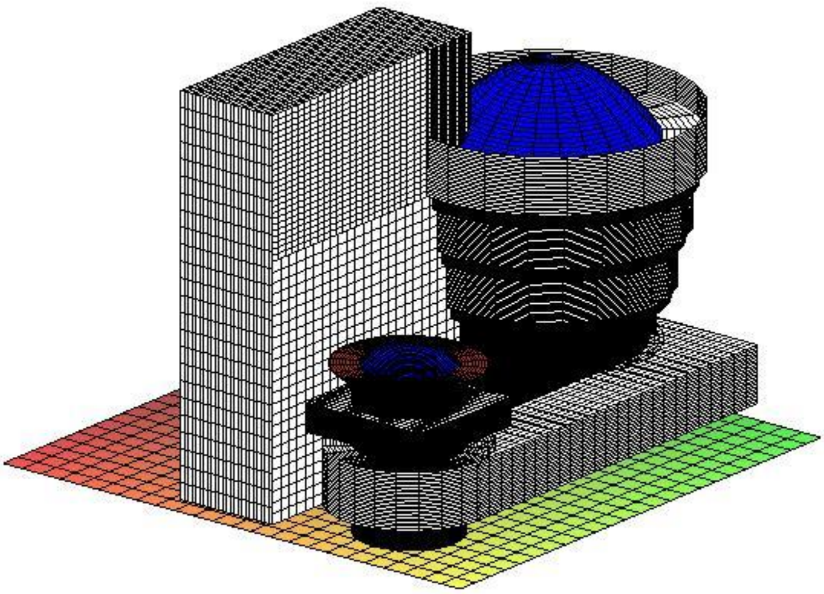


Figura 14: Museo Guggenheim de Nueva York
Fuente: Trabajo de clase de Miguel González de Boado Borrero
(Curso 2011-2012)

3.6. Otras construcciones arquitectónicas

En realidad, tal y como se ha indicado en la Introducción, la gran variedad de edificios factibles de ser modelados desde un punto de vista matemático hace difícil poder englobarlos todos en pocas categorías. Si bien las citadas son las que más influencia han tenido en nuestra experiencia docente, cabe mencionar el modelado de otras construcciones arquitectónicas como son, por ejemplo, el *Coliseo de Roma* (figura. 15), la *Torre Triana de Sevilla* (figura. 16) o *L'Hemisfèric de Valencia* (figura. 17). Como curiosidad y para mostrar la aceptación e interés que ha ido alcanzando esta actividad entre los estudiantes, finalizamos la presente exposición con el modelado que hizo un alumno de la estación espacial de la película *2001: Una odisea en el espacio* (figura. 18).

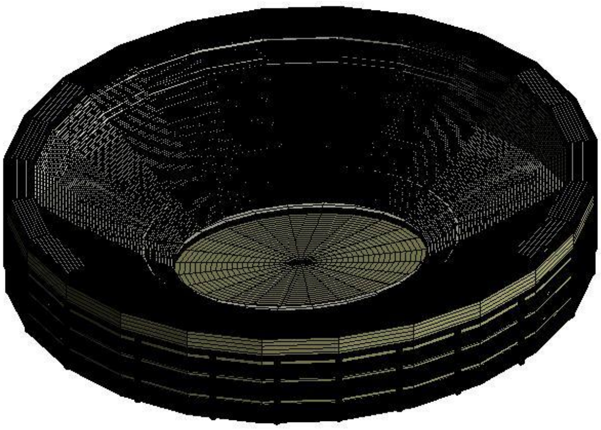


Figura 15: Coliseo

Fuente: Trabajo de clase de Antonio García Palomo (Curso 2011-2012)

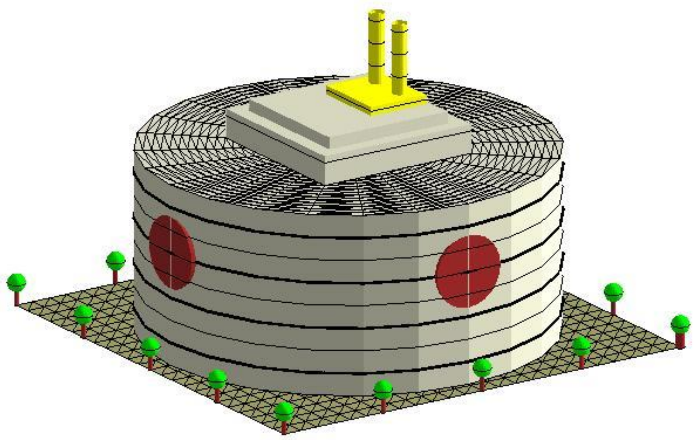


Figura 16: Torre Triana

Fuente: Trabajo de clase de Francisco Naranjo Martell (Curso 2010-2011)

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp. 7-28

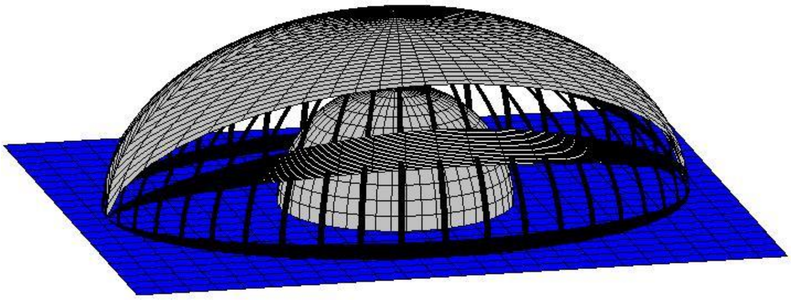


Figura 17: L'Hemisfèric
Fuente: Trabajo de clase de Ana Martínez Alvarado (Curso 2010-2011)

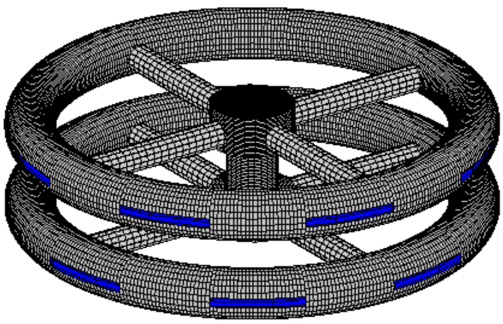


Figura 18: Estación espacial de 2001: Una odisea en el espacio.
Fuente: Trabajo de clase de Antonio García Palomo (Curso 2010-2011).

4. Discusión

La actividad docente expuesta en las secciones precedentes logra captar la atención de un alumnado que, si bien está predispuesto en sus estudios de Ingeniería de Edificación a trabajar en el modelado de construcciones arquitectónicas haciendo uso de CADs, desconoce en cambio la conexión existente de los mismos con las Matemáticas. En este sentido, los estudiantes se ven gratamente sorprendidos cuando, partiendo únicamente de las ecuaciones que han ido apareciendo en las clases teóricas, van construyendo ellos mismos las distintas formas geométricas que componen la estructura arquitectónica que han seleccionado previamente. Dicha composición no es automática y requiere modificar con paciencia y de forma exacta los distintos parámetros asociados a cada superficie en cuestión. Como contrapartida a todo este exhaustivo trabajo, el alumnado comprueba con satisfacción que puede llegar a realizar por sí mismo modelos con un alto grado de realismo, tal y como ha quedado reflejado en la segunda sección del presente artículo.

Cabe destacar además una mejora sustancial en el rendimiento académico de aquellos estudiantes que participan en esta experiencia docente. Así, por ejemplo, la figura 19 muestra las tasas de abandono, rendimiento y éxito de los distintos grupos de la asignatura *Matemática Aplicada a la Edificación II*, durante el Curso Académico 2010-2011, siendo el grupo 11 el grupo experimental en cuestión. En concreto, en comparación con el resto de grupos, puede observarse que tanto la tasa de rendimiento (nº aprobados / nº matriculados) como de éxito (nº aprobados / nº presentados) es superior a la del resto de grupos, llegando esta última a alcanzar el cien por cien de aprobados por presentados. Interesante es además el hecho de que el número de abandonos sea sustancialmente menor que la media, la cual se sitúa a un 53 por ciento. Estos datos certifican que la actividad de modelado matemático contribuye favorablemente tanto al desarrollo de la asignatura como a los resultados académicos de los estudiantes. Este hecho nos anima por tanto a seguir trabajando en esta línea, si bien aún quedan aspectos que pueden ir mejorando en posteriores cursos académicos.

Cabe citar por ejemplo una mayor integración de los programas CADs en las clases de Matemáticas, que permitiesen una línea de trabajo común y transversal con otras asignaturas de la titulación. Está pendiente asimismo una integración en la red de los modelos virtuales realizados. Sería interesante, al igual que ocurre por ejemplo con *Google Earth*, poder subir a la red estos modelos de tal forma que el internauta pueda manipularlos, ya sea visualizándolos en el espacio o modificando los parámetros que determinan los mismos. Para ello será necesario comenzar a trabajar con programas matemáticos que permitan desarrollar por ejemplo *applets* en *Java*.

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp. 7-28

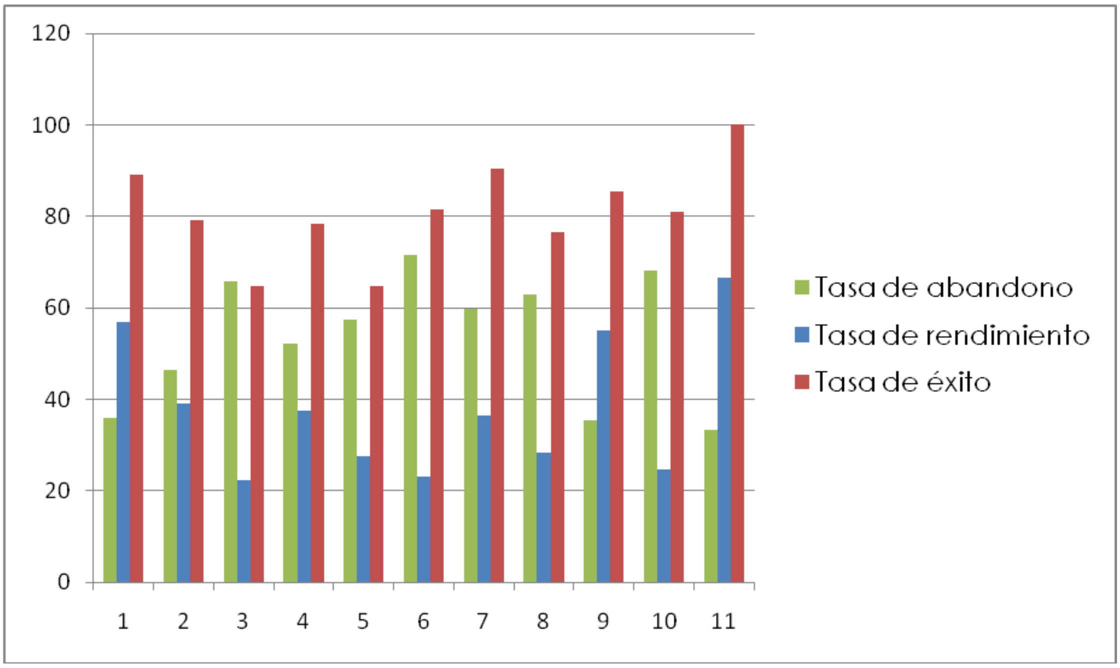


Figura 15: Resultados académicos durante el Curso Académico 2010-2011

Fuente: Elaboración propia

Referencias bibliográficas

ALSINA I CATALÀ, C. (2005). Los secretos geométricos en diseño y arquitectura (pp. 339-352). En M. I. Marrero y J. Rocha (coord.). *Horizontes matemáticos*. La Laguna. Servicio de Publicaciones de la Universidad de la Laguna.

ARRIOLA, R., BARRENA, E. et al. (2010). Aprendizaje autónomo en Matemáticas Aplicadas a la Edificación: Simbiosis entre WebCT y Software Matemático. *Números, 74,* 45-56.

BANERJEE, H.K. y DE GRAAF, E. (1996). Problem-based learning in Architecture: Problems of integration of technical disciplines. *European Journal of Engineering Education, 21*(2), 185-196.

FALCÓN, R. M. (2011). Integration of a CAS/DGS as a CAD system in the mathematics curriculum for architecture students.International. *Journal* *of Mathematical Education in Science and Technology, 42*(6), 737-750. DOI: 10.1080/0020739X.2011.573871

FALCÓN, R. M. (2012). El ordenador portátil como herramienta de apoyo en el aprendizaje activo de Matemática Aplicada a la Edificación. *Pixel Bit, Revista de Medios y Educación*, *40*, 47-60.

FREIBERGER, M. (2007). Perfect buildings: the math of modern architecture. *Plus magazine*, 42. Recuperado de http://plus.maths.org/content/perfect-buildings-maths-modern-architecture.

INSTITUTO MATEMÁTICO DE OBERWOLFACH (2008). Exposición Imaginary. Recuperado de http://www.imaginary-exhibition.com/.

RUBIN, A. (2000). Technology Meets Math Education: Envisioning a Practical Future. *Forum on the Future of Technology in Education.* Recuperado de http://www.edtechleaders.org/documents/math/Rubin.pdf.

SALINGAROS, N. A. (1999). Architecture, patterns and Mathematics. *Nexus Network Journal*, 1, 75-85.

VON MEISS, P. (1991). *Elements of Architecture*. London: E&FN Spon.

Cómo citar este artículo:

Falcón Ganfornina, R.M. (2012). Modelo paramétrico de edificios en el aula de matemáticas. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, 1*(2), 7-28.

edmetic
Revista de Educación Mediática y TIC

El foro en la plataforma Moodle: un recurso de la participación cooperativa para el aprendizaje de las matemáticas

The Moodle forum: a resource of cooperative participation in learning of the Mathematics

Fecha de recepción: 12/07/2012
Fecha de revisión: 30/07/2013
Fecha de aceptación: 10/09/2012

El foro en la plataforma Moodle: un recurso de la participación cooperativa para el aprendizaje de las matemáticas

The Moodle forum: a resource of cooperative participation in learning of the Mathematics

Alexander Maz-Machado[1], Rafael Bracho-López[2], Noelia Jiménez-Fanjul[3] & Natividad Adamuz-Povedano[4]

Resumen:
Presentamos un avance de los resultados de una investigación sobre el uso de la plataforma Moodle en asignaturas de matemáticas. Se analiza el uso y la participación de los estudiantes de un primer curso de universidad a través del foro virtual de la asignatura. Fueron observados los tipos de participación realizados y la implicación del alumnado en la dinámica del foro durante el desarrollo de la asignatura. Se observó el desarrollo de competencias cooperativas así como también el auto-reconocimiento de deficiencias en la compresión de algunos conceptos por los alumnos.
Palabras clave: cooperación; matemáticas; Moodle; foro virtual; TIC.

Abstract:
We report the preliminary results of a research on the use of the Moodle learning management system in mathematics subjects. We investigated the use and participation of a sample of students from the first university course through the virtual forum of the subject. We analyse both the kind of participation made and the involvement of students in the forum dynamic during the development of the subject. We observed the development of cooperative skills as well as self-recognition of understanding deficiencies of some concepts by students.
Key words: cooperation; mathematics; moodle; virtual forum; ITC.

[1] Universidad de Córdoba. ma1mamaa@uco.es
[2] Universidad de Córdoba. ma1brlpr@uco.es
[3] Universidad de Córdoba. noelia.jimenez@uco.es
[4] Universidad de Córdoba. nadamuz@uco.es

1. Introducción

El desarrollo continuo de las tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs) ha repercutido no solo en las relaciones sociales sino que su irrupción en los procesos educativos ha abierto nuevos espacios de trabajo. Se ha pasado de un uso casi exclusivo uso del libro de texto como apoyo docente a un sinfín de herramientas digitales que modifican tanto la enseñanza y aprendizaje como las rutinas y actividades de los docentes.

Las TIC se convierten en un apoyo para activar procesos de innovación docente y para fomentar una serie de nuevas metodologías de carácter activo y dinámico que, según el MEC (2006), son necesarios para lograr el avance de la sociedad hacia nuevos campos de conocimiento acordes con los avances sociales.

Una de las disciplinas científicas que más se benefician de estos nuevos entornos tecnológicos son las matemáticas. Existe un variado software que permite nuevas visualizaciones y ágiles cambios en los sistemas de representación. A modo de ejemplo, con Geogebra es posible mostrar a los alumnos lo que sucede si en un triángulo dado se varía la posición de uno de sus vértices, permitiendo identificar cuáles son las propiedades invariantes del polígono y cuáles las características que lo definen. También podemos afirmar que las TICs permiten a los alumnos en asignaturas de matemáticas tener la posibilidad de simular experiencias y plantear diferentes situaciones, así como efectuar comparaciones entre ellas, algo que puede resultar poco práctico o difícil si se realiza de forma manual (Domínguez, Hernández, Martín y Queiruga, 2008).

En términos generales, el aprendizaje de las matemáticas basado en el uso de las TIC presenta características interesantes, como pueden ser (Bracho y Maz, 2012):

a) La gran capacidad de organización y almacenamiento de la información, así como la facilidad de acceso a dicha información.

b) Posibilidad de representar modelos y de simular fenómenos y construcciones difíciles de observar en la realidad o mediante otros sistemas de representación.
c) Posibilidad de interactuar en estas simulaciones o construcciones lo que permite dar respuestas con inmediatez o explorar situaciones que fomentan y facilitan la comprensión de conceptos y propiedades.

Entre las nuevas herramientas se tienen entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje (Moodle, Atutor, WebCT, etc.) los cuales se han convertido casi en esenciales para ofrecer las más optimas condiciones tanto para la adquisición de conocimientos como para el desarrollo de las diferentes competencias (Sánchez y Morales, 2012).

Las universidades españolas han incorporado plataformas virtuales como apoyo a la docencia. Estas permiten poner al alcance de los alumnos contenidos educativos (imágenes, videos, presentaciones, documentos de lectura). Asimismo facilitan una labor de seguimiento del progreso del alumno porque agilizan la comunicación entre el profesor y sus alumnos entre otros aspectos a destacar. De entre estas plataformas destaca Moodle, la que es considerada la más potente herramienta para la gestión de los cursos en la red (Domínguez, 2010).

Desde el punto de vista pedagógico el trabajo con Moodle se puede configurar alrededor de aspectos constructivistas, porque es posible construir y generar el conocimiento mediante interacciones del alumno y la mediación del profesor.

La literatura educativa científica presenta diversos ejemplos de investigaciones realizadas en el contexto universitario español. Marín y Maldonado (2010) indagan sobre el conocimiento y desempeño de los alumnos de nuevo ingreso en la Universidad de Córdoba, hallando que estos enfocan el trabajo en la plataforma hacia el acceso, la recepción y el depósito de actividades o tareas, así como para comunicarse entre ellos, más que como herramienta didáctica.

Sánchez y Morales (2012) investigaron el impacto de las TICs en la Universidad de Castilla la Mancha centrándose en Moodle. Hallaron que ésta permitía visualizar la organización de la docencia, pero que no había evidencias de que esa universidad generara espacios de colaboración y coordinación. Por otra López, Romero y Ropero (2010) analizaron ampliamente esta plataforma concluyendo que incluye herramientas útiles para fomentar y desarrollar competencias específicas y generales en el alumnado. También señalan que los foros y el chat mejoran la comunicación tanto entre alumnos como entre ellos y el profesor.

La plataforma Moodle también ha sido utilizada para la enseñanza de las matemáticas y las investigaciones realizadas señalan sus ventajas. Se ha comprobado que su uso en algunos casos ha mejorado sensiblemente las calificaciones finales de los alumnos que cursaban asignaturas de estadística (Benítez, Cruces y Sarrión, 2011).

2. Proceso de investigación

2.1. Objetivos

El propósito general de este trabajo es conocer si realmente es efectivo el uso de los foros en Moodle como apoyo para el aprendizaje de los alumnos en asignaturas con contenidos matemáticos.

De manera particular los dos objetivos específicos que nos planteamos son:

1. Identificar el tipo de participación del alumnado en los foros de la asignatura Desarrollo del Pensamiento Matemático en la plataforma.
2. Observar el grado de implicación del alumnado para proponer temas en los foros.

2.2. Muestra y contextualización de la investigación

La población de estudio son los alumnos de primer curso de la titulación de Grado en Educación Infantil de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Córdoba durante el curso 2010-2011. Se seleccionó como muestra a los alumnos matriculados en el grupo 1 de la asignatura Desarrollo del Pensamiento Matemático, siendo estos un total de 63.

La investigación se apoya en las resultados del proyecto que realizó la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD en sus siglas en inglés) para la evaluación de nuevos dominios de competencias (OECD, 2005). Se indica que existen tres tipos diferenciados de categorías de competencias. De entre todas las competencias de cada categoría consideramos que los foros virtuales pueden fomentar las siguientes:

a) Competencia para usar el lenguaje y textos interactivamente.

b) Competencia para usar conocimiento e información interactivamente.

c) Competencia para cooperar.

d) Competencia para aportar lo que a uno le corresponde.

Además compartimos lo que afirman García y Benítez (2011: 33) respecto a que:

> Para medir el desarrollo de las competencias clave en un individuo es necesario construir perfiles de competencias, asumiendo: a) que cuando un sujeto trabaja en un contexto emplea un conjunto de competencias y; b) que las evaluaciones de competencias deben incorporar el uso de las TIC para que se consideren instrumentos de prueba interactivos.

Por lo tanto el foro en la plataforma Moodle es una herramienta válida para observar si los alumnos desarrollan las competencias indicadas durante el desarrollo de la asignatura.

2.3. Método

Nosotros hemos utilizado la plataforma virtual de la Universidad de Córdoba para el desarrollo de la asignatura. Este es un estudio exploratorio para identificar tanto la participación como la implicación de los alumnos en el desarrollo de una asignatura de matemáticas a través del uso de los foros en la plataforma Moodle. Además es de carácter intencional por cuanto hemos seleccionado a los alumnos matriculados en nuestra asignatura.

De entre todos los recursos que ofrece Moodle, centramos el estudio en los foros (Imágenes 1 y 2). En la asignatura se plantearon tres espacios diferentes por tipo de foro: foro de cafetería, donde los alumnos pueden tratar temas ajenos a la asignatura y no necesariamente académicos; foro general de la asignatura, donde se plantean dudas, actividades y se generan debates directamente relacionados con los contenidos de la asignatura; finalmente esta el foro de pasatiempos y juegos matemáticos, allí se proponen libremente problemas, pasatiempos, juegos y curiosidades relacionadas con las matemáticas, aunque no tengan relación con los temas de la asignatura.

De estos foros las observaciones para este estudio se realizaron sobre el foro general de la asignatura. En éste, uno de los profesores responsables de la asignatura abría un tema nuevo a medida que se trataban temas nuevos, o bien se planteaba algún ejercicio o actividad. Se esperaba que esto animara a los alumnos a participar en primer término brindando opiniones, preguntas o resultados a los temas propuestos y que posteriormente ellos fuesen quienes plantearan nuevos temas que les interesaran o les generaran dudas.

Al terminar el curso se procedió a revisar los temas propuestos, las participaciones de los alumnos. Se analizó el tipo de participación si era sólo para plantear dudas, o por el contrario si se planteaban respuestas o soluciones a lo planteado por los profesores o alumnos. También se tuvo en cuenta si había seguimiento a los temas o la participación era puntual.

Imagen 1: Asignatura en la Plataforma Moodle

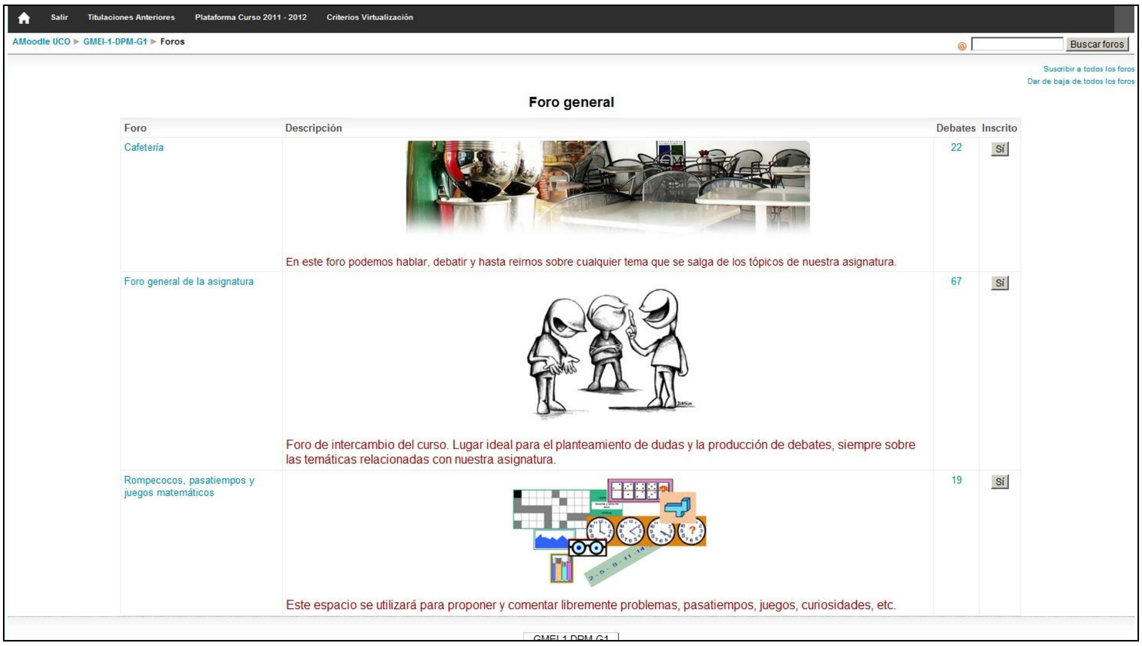


Imagen 2: Tipos de foros virtuales planteados en la asignatura

3. Resultados

Al final el curso se contabilizó 67 temas diferentes propuestos en el foro. De estos, 7 eran para explicar aspectos básicos del uso de Moodle (cómo subir imágenes, wiris, los glosarios, etc.) y otros dos se referían a aspectos de calificaciones (dudas, correcciones y nota final). Estos 9 temas no se consideran para el análisis.

Proponente de Tema	Nº de temas	Nº respuestas recibidas
Profesorado	9	65
Alumnos	49	259

36

Total	**58**	**324**

Tabla 1: Temas y respuestas en el foro

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que los alumnos son responsables del 84,48% del total de temas propuestos. Esto evidencia que ellos consideran que el foro les es útil y que a través de él se les brindan respuestas y orientaciones a sus dudas o inquietudes.

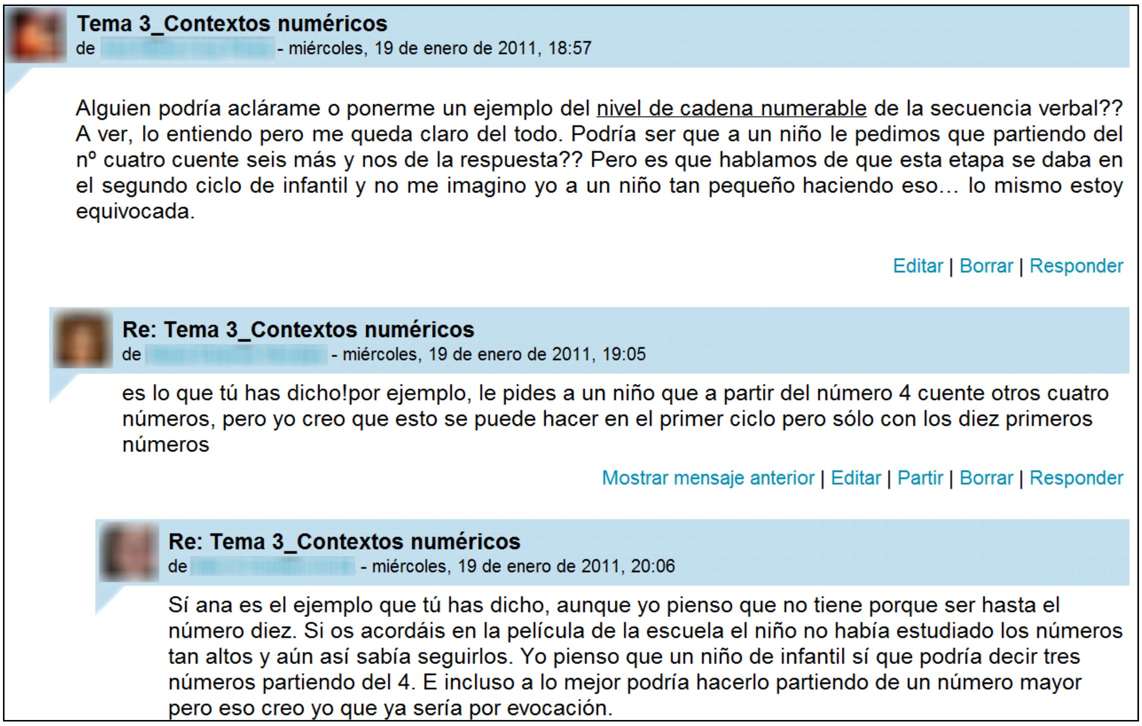

Añadir un nuevo tema de debate

Debate	Empezado por	Respuestas	Último mensaje
Calificaciones de septiembre	Rafael Bracho López	0	Rafael Bracho López mar, 13 de sep de 2011, 18:13
Exámen Septiembre		0	jue, 8 de sep de 2011, 18:04
Calificaciones de la asignatura		0	dom, 30 de ene de 2011, 18:43
Examen		12	sáb, 29 de ene de 2011, 11:59
Carpeta Naranja		2	mar, 25 de ene de 2011, 09:24
Ángulos alternos		1	dom, 23 de ene de 2011, 21:33
tema 5 ejercicio 5		6	dom, 23 de ene de 2011, 20:22
ley del ejercicio y ley del efecto		6	dom, 23 de ene de 2011, 19:54
Más ejercicios sobre Teoría de Conjuntos y cardinales		20	dom, 23 de ene de 2011, 19:09
sobre la actividad 3 de la práctica 1		4	dom, 23 de ene de 2011, 19:09
Tema 3_Contextos numéricos		15	dom, 23 de ene de 2011, 18:02
Ejercicios teorias de conjuntos de waldo		6	dom, 23 de ene de 2011, 17:06
Principio de variabilidad matemática (Zoltan Dianez)		1	dom, 23 de ene de 2011, 16:10
sobre la practica 3		4	dom, 23 de ene de 2011, 13:28

Imagen 3: Algunos temas propuestos en el foro

De los 63 alumnos participantes, 20 diferentes dieron inicio a nuevos temas de debate. De tal forma que el 31,75% por ciento de ellos se sintieron motivados a generar algún tipo de actividad en el foro. De estos temas ninguno quedo sin respuestas por parte de sus compañeros.

Un aspecto destacado fue que los temas abiertos no sólo eran para preguntar respuestas a ejercicios propuestos en clase o en foro, si no que fue utilizado para pedir ayuda, ejemplos o aclaraciones sobre aspectos o conceptos que aún no tenían claros. Los propios compañeros se involucraron en brindar ayuda a sus compañeros. Esto además de mostrar implicación y responsabilidad evidenció competencias para cooperar. Asimismo reveló auto afirmación y confianza al exponer de manera pública sus ideas e interpretaciones de los temas o conceptos preguntados.



Tema 3_Contextos numéricos
de - miércoles, 19 de enero de 2011, 18:57

Alguien podría aclárame o ponerme un ejemplo del nivel de cadena numerable de la secuencia verbal?? A ver, lo entiendo pero me queda claro del todo. Podría ser que a un niño le pedimos que partiendo del nº cuatro cuente seis más y nos de la respuesta?? Pero es que hablamos de que esta etapa se daba en el segundo ciclo de infantil y no me imagino yo a un niño tan pequeño haciendo eso... lo mismo estoy equivocada.

Editar | Borrar | Responder

Re: Tema 3_Contextos numéricos
de - miércoles, 19 de enero de 2011, 19:05

es lo que tú has dicho!por ejemplo, le pides a un niño que a partir del número 4 cuente otros cuatro números, pero yo creo que esto se puede hacer en el primer ciclo pero sólo con los diez primeros números

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Re: Tema 3_Contextos numéricos
de - miércoles, 19 de enero de 2011, 20:06

Sí ana es el ejemplo que tú has dicho, aunque yo pienso que no tiene porque ser hasta el número diez. Si os acordáis en la película de la escuela el niño no había estudiado los números tan altos y aún así sabía seguirlos. Yo pienso que un niño de infantil sí que podría decir tres números partiendo del 4. E incluso a lo mejor podría hacerlo partiendo de un número mayor pero eso creo yo que ya sería por evocación.

Imagen 4: Ejemplo de solicitud de aclaración de concepto

Ahora bien, se evidencian claras diferencias en cuanto al tipo de ayuda que piden los alumnos. Así por ejemplo en la imagen 4, se observa cómo la alumna no se limita a hacer una pregunta, si no que plantea una situación asociada a un concepto y expresa una reflexión personal en la que manifiesta claramente un obstáculo epistemológico. Ella tiene un conflicto entre el conocimiento cotidiano sobre lo que cree que puede o no hacer un niño de infantil y el nuevo conocimiento que se le está enseñando. Aunque sabe que este último procede del estudio y la experimentación educativa y psicológica. Sus compañeras, le aclaran su duda a partir del propio ejemplo puesto por ella.

En contraste, en la imagen 5 se muestra como otras alumnas se limitan simplemente a pedir una explicación, pero no expresan que es lo que no entienden del método o piden ejemplos sin intentar al menos dar alguno para que se les indique si es correcto o se les aclare por qué no lo es. Por tanto como se puede observar son dos niveles diferentes de participación y de solicitud de ayuda. La participación de la primera (imagen 4) además de preguntar aporta al conjunto de participantes porque brinda no solo el ejemplo si no su reflexión.

Imagen 5: Ejemplo de solicitud de explicación

Se dieron también otro tipo de participaciones en las cuales no se pedía ayuda o explicación si no que se brindaban respuestas a un ejercicio, pero además la alumna aporta reflexión acerca de las respuestas y pone en duda alguna de ellas. Eso pone de manifiesto un dominio del concepto tratado y la capacidad de crítica objetiva. Esto último se ve reforzado por la respuesta del profesor la cuál es motivadora para la alumna.

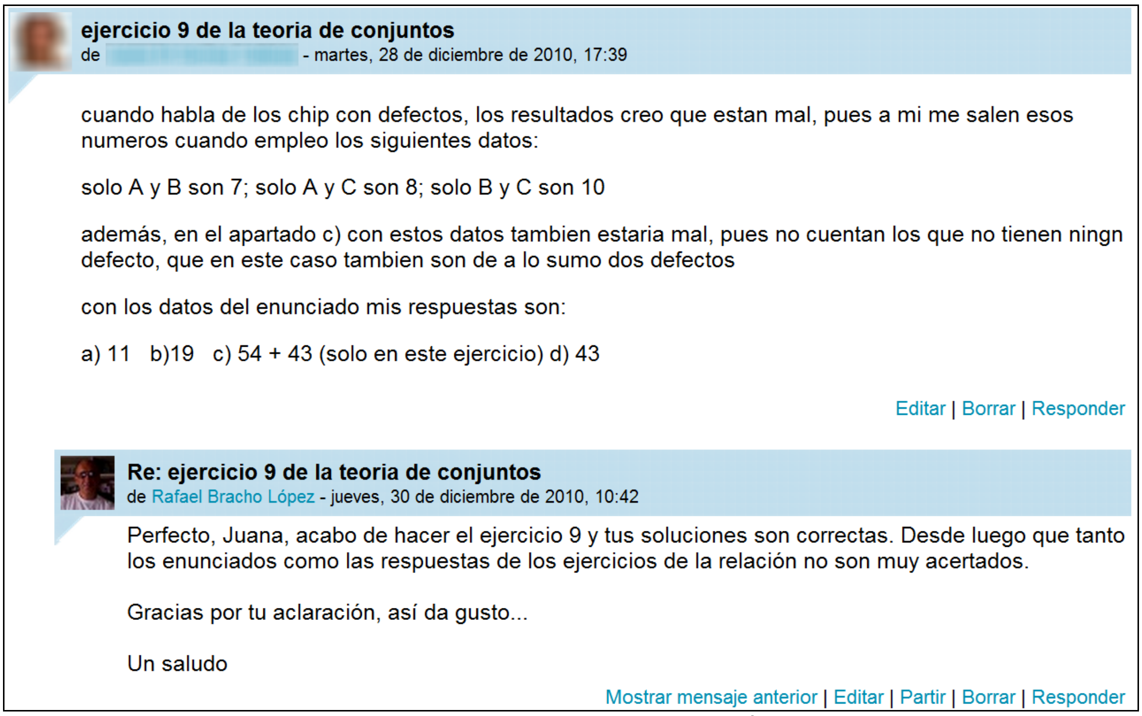


Imagen 6: Respuesta y argumentación

El tema que generó mayor participación dio lugar a debate en el foro, con 39 respuestas, tenía que ver con el desarrollo de unos problemas propuestos en clase. Los alumnos subieron tanto sus respuestas como los diferentes planteamientos hechos. De manera general argumentaban sus respuestas, algunas de las cuales eran refutadas por los propios compañeros. Este tema fue particularmente rico y productivo en cuanto a participación, así como en la búsqueda de soluciones compartidas. Luego de unos días de continua participación los profesores deciden intervenir aclarando y dando solución al problema dado (Imagen 8).

Re: Tema 5 ejercicio 4 del final
de - jueves, 20 de enero de 2011, 19:08

María en el 1 no hay radio grande y chico... no es una corona, es un circulo con un radio de 4 cm y sobre ese radio tienes un ángulo de 60º, ese ángulo cortara a la circunferencia en dos puntos, que son los dos puntos (inicial y final) de la cuerda. Y ahora averigua el área de trocito que hay entre la cuerda y el arco que delimita la cuerda. A mi me da 1,45 cm^2

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Re: Tema 5 ejercicio 4 del final
de - jueves, 20 de enero de 2011, 19:12

y que fórmula has empleado Ana?

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Re: Tema 5 ejercicio 4 del final
de - jueves, 20 de enero de 2011, 19:16

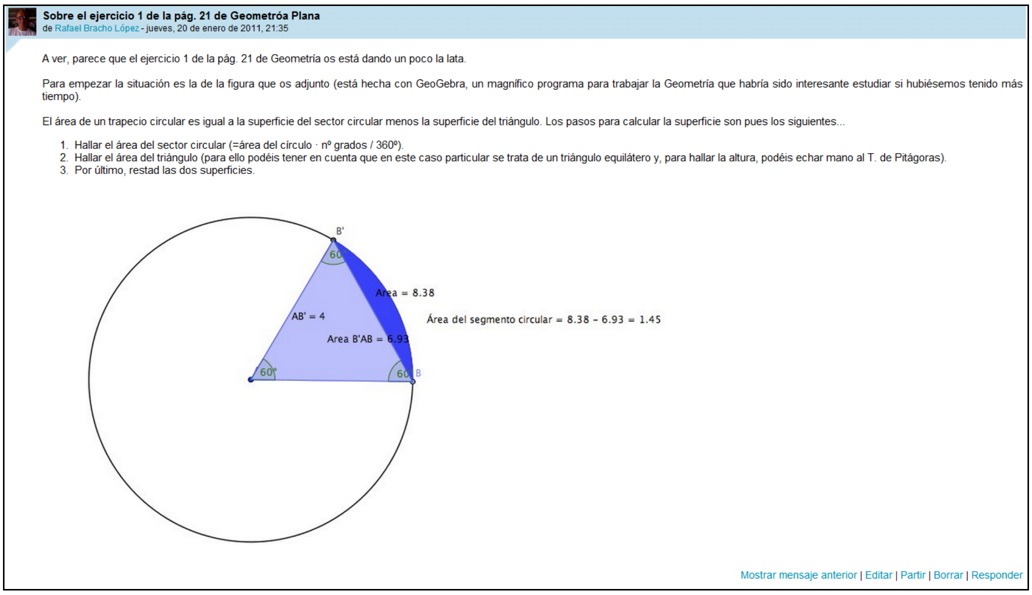
Para el 1 dices?? pues las que hemos ido usando hasta ahora... la del área del círculo y la de Pitágoras para el triangulo.

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Re: Tema 5 ejercicio 4 del final
de - jueves, 20 de enero de 2011, 19:23

pos yo tengo un gravísimo problema! k hago perfectamente el dibujo y después no se que formular emplear!

Imagen 7: Intentos de resolver un problema geométrico



Sobre el ejercicio 1 de la pág. 21 de Geometróa Plana
de Rafael Bracho López - jueves, 20 de enero de 2011, 21:35

A ver, parece que el ejercicio 1 de la pág. 21 de Geometría os está dando un poco la lata.

Para empezar la situación es la de la figura que os adjunto (está hecha con GeoGebra, un magnífico programa para trabajar la Geometría que habría sido interesante estudiar si hubiésemos tenido más tiempo).

El área de un trapecio circular es igual a la superficie del sector circular menos la superficie del triángulo. Los pasos para calcular la superficie son pues los siguientes...

1. Hallar el área del sector circular (=área del círculo · nº grados / 360º).
2. Hallar el área del triángulo (para ello podéis tener en cuenta que en este caso particular se trata de un triángulo equilátero y, para hallar la altura, podéis echar mano al T. de Pitágoras).
3. Por último, restad las dos superficies.

Mostrar mensaje anterior | Editar | Partir | Borrar | Responder

Imagen 8: Intervención del profesor

4. Conclusiones

Se evidenció que a través del foro virtual en la plataforma Moodle se puede fomentar las competencias de trabajo colaborativo, el aprendizaje autónomo, el liderazgo y el juicio crítico así como el manejo de las nuevas tecnologías, entre otros aspectos.

El foro facilita la comunicación entre el profesor y los alumnos, así como entre ellos. Parece que es una forma de eliminar esas invisibles barreras de jerarquía vertical profesor-alumno que se dan en el aula, y facilita una relación de tipo horizontal, donde el profesor es solamente quien guía e interviene cuando por ellos mismos no logran clarificar dudas o no alcanzan consensos.

Creemos que si se obtuvieron buenos resultados en cuanto a participación y cooperación entre los alumnos pese a no tener experiencia previa con la asignatura ni con la plataforma Moodle, entonces en los cursos más avanzados se obtendrá un mayor provecho, si los docentes decidimos sacarle partido al trabajo iniciado en el primer curso.

Referencias bibliográficas

BENÍTEZ, M. D., CRUCES, E. M. y SARRIÓN, M. D. (2011). El papel de la plataforma virtual de enseñanza en la docencia presencial de asignaturas de Estadística. *Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria, 4*(1), 1-12.

BRACHO, R. y MAZ, A. (2012). Posibilidades de GeoGebra en el aula de Matemáticas (11-40). En J. Ruiz, (coord.). *Las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Alcalá de Guadaira: MAD.

DOMÍNGUEZ, M. R. (2010). Moodle, una plataforma formativa con gran proyección en los nuevos modelos de enseñanza. *Revista DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia,19*. Recuperado de: http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3671539&orden=300632&info=link.

DOMÍNGUEZ, C., HERNÁNDEZ, A., MARTÍN, A. y QUEIRUGA, A. (2008). *Valoración* *de utilización de la plataforma Moodle para la Asignatura de Álgebra*. Ponencia en III Jornadas sobre el Espacio Europeo de Educación Superior: Avanzando hacia Bolonia. Murcia 8 y 9 de mayo.

GARCÍA, M. L. y BENÍTEZ, A. A. (2011). Competencias matemáticas desarrolladas en ambientes virtuales de aprendizaje: el caso de Moodle. *Formación Universitaria, 4*(3), 31-42.

MARÍN, V. y MALDONADO, G. A. (2010). El alumnado universitario cordobés y la plataforma virtual Moodle. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación, 38*, 121-128.

MEC (2006). *Propuestas para la renovación de las metodologías educativas en la Universidad*. Recuperado de: http://sestud.uv.es/varios/ope/PROPUESTA_RENOVACION.pdf.

LÓPEZ, J. M., ROMERO, E. y ROPERO, E. (2010). Utilización de Moodle para el desarrollo y evaluación de competencias en los alumnos. *Formación Universitaria, 3*(3), 45-52.

OECD. (2005). *Definition and Selection of Key Competencies: Executive Summary*. Recuperado de: http://www.oecd.org/document/17/0,3343,en_2649_39263238_2669073_1_1_1_1,00.html.

SÁNCHEZ, J. y MORALES, S. (2012). Docencia universitaria con apoyo de entornos virtuales de aprendizaje (EVA). *Digital Education Review*, *21,* 33-46. Recuperado de: http://greav.ub.edu/der.

Cómo citar este artículo:

Maz Machado, A., Bracho López, R., Jiménez Fanjul, N.y Adamuz Povedano, N. (2012). El foro en la plataforma Moodle: un recurso de la participación cooperativa para el aprendizaje de las matemáticas. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, 1*(2), 29-43.

edmetic

Revista de Educación Mediática y TIC

Desarrollo de la competencia matemática en educación primaria a través de la resolución de tareas

Development of the mathematical competence in primary education across the resolution of tasks

Fecha de recepción: 12/07/2012
Fecha de revisión: 25/07/2012
Fecha de aceptación: 10/09/2012

Desarrollo de la competencia matemática en educación primaria a través de la resolución de tareas

Development of the mathematical competence in primary education across the resolution of tasks

Antonia Ramírez García[1] & Ester Lorenzo Guijarro[2]

Resumen
El objetivo de este trabajo es mostrar el proceso seguido para movilizar la competencia matemática de un grupo de alumnos de cuarto de educación primaria a través del trabajo por tareas, tras implementar tres unidades didácticas diseñadas para seguir una metodología basada en grupos de nivel curricular en el área de matemáticas. Todo ello enmarcado en una investigación cuasiexperimental financiada por la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía.
Palabras clave: competencia matemática; tarea; metodología; agrupamientos flexibles.

Abstract
The aim of this paper is to show the process used to mobilize the mathematical competence of a group of students of quarter of primary education across the work for tasks; after implementing three didactic units that were designed to put into practice a methodology based on groups of level curricular in mathematics. All this framed in a quasiexperimental investigation financed by the Commission of Education of the Junta of Andalusia.
Key words: mathematical competence; task; methodology; flexible groupings.

[1] Universidad de Córdoba. ed1ragaa@uco.es
[2] Directora CEIP Caballeros de Santiago. eslogui@hotmail.com

1. Introducción

La importancia concedida a la innovación y a la investigación en el ámbito educativo es de tal envergadura que la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía ha puesto en marcha una política tendente a la financiación de proyectos de elaboración de material educativo, innovación e investigación en centros escolares.

Desde el CEIP Gran Capitán (Montilla, Córdoba) se coordinó durante el curso 2008/09 un proyecto de investigación de tipo cuasiexperimental (PIV-003/08 "Desarrollo de la competencia matemática a través de una metodología basada en grupos de nivel"), cuyo objetivo era desarrollar la competencia matemática del alumnado de cuarto de Educación primaria mediante el empleo de una metodología basada en la distribución del alumnado en grupos de nivel en el área de matemáticas y en el diseño y desarrollo de tareas en las tres unidades didácticas implementadas.

En este proyecto participaron cinco centros educativos, en este trabajo presentamos los resultados obtenidos en el CEIP López Diéguez (Córdoba).

2. La movilización de la competencia matemática y las "tareas"

El proceso de globalización que afecta a gran parte de nuestra vida en distintos planos: económico, político o lingüístico ha llegado también al mundo educativo; tradicionalmente, cada Estado era soberano para determinar los principios fundamentales de su sistema educativo, su estructura o el protagonismo de los distintos agentes en la toma de decisiones. La incorporación de España a la Unión Europea la ha vinculado a una serie de tratados, resoluciones o pactos, que van configurando una nueva forma de entender la educación en nuestro país, ahora ya, en el seno de unas directrices europeas comunes. Estas han provocado la necesidad de una nueva reforma educativa que, junto a la calidad y la equidad de la educación, encuentra en las competencias básicas el eje rector de la nueva configuración del sistema educativo y del currículo escolar en nuestro país.

Desde diferentes campos como la sociología, educación, filosofía, psicología, antropología y/o economía se ha definido el concepto de competencia, término que en nuestro sistema educativo se incorporó con la reforma de la Formación Profesional. Las diferentes definiciones aportadas [Romainville (1996), Perrenoud (1997), Weinert (OCDE, 2001) y Godoy (OCDE, 2001)] se han ido concretando y puntualizando a partir de unas primeras aproximaciones, así Le Boterf (2000: 87) establece que una competencia es "la secuencia de acciones que combinan varios conocimientos, un esquema operativo transferible a una familia de situaciones"; por su parte, Perrenoud (2001: 509) manifiesta que la competencia es "la aptitud para enfrentar eficazmente una familia de situaciones análogas, movilizando a conciencia y de manera a la vez rápida, pertinente y creativa, múltiples recursos cognitivos, saberes, capacidades, microcompetencias, informaciones, valores, actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y razonamiento", más recientemente Escamilla (2008) entiende la competencia como un saber orientado a la acción eficaz, fundamentado en una integración dinámica de conocimientos y valores, desarrollado mediante tipos de tareas que permiten una adaptación ajustada y constructiva a diferentes situaciones en distintos contextos. Los responsables del Proyecto DeSeCo (Definition and Selection of Competencies) han realizado la siguiente definición respecto al concepto de competencia:

> *Vista desde fuera una competencia puede ser definida como la habilidad que permite superar las demandas sociales o individuales, desarrollar una actividad, o una tarea. Vista desde dentro, cada competencia es construida como una combinación de habilidades prácticas y cognitivas, conocimiento (incluyendo conocimiento tácito), motivación, valores, actitudes, emociones y otros componentes conductuales y sociales que hacen posible la realización de una determinada acción* (OCDE-DeSeCo, 2002: 8).

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.44-64

Los docentes, de acuerdo con la Ley Orgánica 2/2006 de Educación, de 3 de mayo, el Real Decreto 1513/06, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de educación primaria a nivel estatal, el Decreto 230/07, de 31 de julio, por el que se prescribe la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación primaria en Andalucía y la Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla dicho currículum, han de movilizar en su alumnado ocho competencias básicas a lo largo de la escolarización obligatoria, estas son las siguientes:

1. Competencia en comunicación lingüística.
2. Competencia matemática.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
4. Tratamiento de la información y competencia digital.
5. Competencia social y ciudadana.
6. Competencia cultural y artística.
7. Competencia para aprender a aprender.
8. Autonomía e iniciativa personal.

En este trabajo centraremos nuestra atención en la competencia matemática, también denominada en la normativa autonómica como *competencia de razonamiento matemático*. Independientemente de su denominación, para poder movilizarla es imprescindible identificar previamente cuáles son los descriptores o aspectos distintivos que la integran, estas son las que a continuación se expresan:

- Conocer los elementos matemáticos básicos.
- Aplicar algunos algoritmos de cálculo o de lógica.
- Seguir cadenas argumentales, practicar determinados procesos de razonamiento matemático y validarlos.
- Aplicar estrategias de resolución de problemas a situaciones cotidianas.
- Expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático.

- Manejar los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, entre otros) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.
- Utilizar los elementos y razonamientos matemáticos para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan.
- Interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones.
- Seleccionar las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible.

Una vez que los aspectos distintivos han sido identificados, el paso siguiente consiste en operativizarlas, es decir, ponerlas en relación con los demás elementos del currículum; en este sentido, nos referimos a los objetivos de etapa y área, contenidos y criterios de evaluación. En una siguiente fase, comenzaríamos a movilizar la competencia básica mediante el diseño de tareas por parte del docente, integradas lógicamente en su programación didáctica. En este sentido, Escamilla (2009: 171) expresa que "el enfoque competencial supone una forma de retomar planteamientos educativos, de ofrecer alternativas"; en este sentido, reconoce que la selección de técnicas y actividades de enseñanza no se puede plantear desde la perspectiva de la transmisión de conocimientos, ya que desde este enfoque lo que pretendemos es encontrar técnicas y actividades que ayuden a construir conocimientos, se trata, pues, de buscar situaciones de actividades de enseñanza-aprendizaje y tareas específicas que provoquen respuestas de desempeño eficaz.

Para esta autora la tarea constituye un tipo singular de actividad y la define "como una propuesta de actividad del alumno que identifica situaciones concretas en las que se materializa la aplicación de destrezas (intelectuales, sociales, manipulativas o dinámicas) en contextos y situaciones puntuales. Persigue la adquisición de competencias desde una estrategia de enseñanza orientada hacia la construcción de aprendizajes significativos"

(Escamilla, 2009: 177); asimismo, la tarea presenta una serie de características propias que la distinguen de otras actividades, entre ellas:

a) Se encuentra orientada específicamente al desarrollo de competencias.

b) Permite su concreción, garantiza su puesta en práctica.

c) Desarrolla destrezas de aplicación.

d) El cuidado en su definición persigue la eficacia en el desempeño del trabajo en situaciones y ámbitos muy definidos.

e) Favorece la evaluación de objetiva del desarrollo de competencias.

De acuerdo con el grupo Atlántida, los componentes necesarios para el diseño de las tareas son los siguientes: contexto, referente competencial, contenido y recursos. Todos ellos se han tenido en cuenta en el momento de diseñar e implementar las tareas que configuran las unidades didácticas de esta investigación.

Las tareas posibilitan organizar el aprendizaje del alumnado al definir una meta y al proporcionar información e instrucciones para procesar los contenidos dentro de un contexto determinado. Las tareas responden a una amplia tipología, de este modo, Doyle (1977) ya identificaba las siguientes:

a) Tareas de memoria (recordar las capitales de los países).

b) Tareas de aplicación (realizar correctamente el algoritmo de la división).

c) Tareas de comprensión (resolver problemas cotidianos).

d) Tareas de comunicación (exponer conclusiones).

e) Tareas de investigación (observar un fenómeno).

f) Tareas de organización (ordenar la mesa antes de trabajar).

La tarea, una vez definida, ha de ser desglosada en diferentes actividades que posibilitarán la ejecución de la misma. Estas, independientemente de la forma en que se concreten -descubrimiento, proyectos o análisis de casos- han de contener las siguientes fases:

1. Establecimiento, compartido con el alumno, de los objetivos de la unidad y de las actividades que se deben realizar, e identificación de la situación de la realidad que será objeto de estudio.
2. Identificación de las cuestiones o problemas que plantea la situación de la realidad.
3. Construcción del esquema de actuación correspondiente a la competencia, identificando con claridad el procedimiento que hay que seguir y los conocimientos, habilidades y actitudes que se deben adquirir para actuar eficientemente.
4. Revisión del conocimiento disponible sobre cada uno de los momentos de la competencia para planificar su aprendizaje.
5. Aplicación del esquema de actuación en situaciones reales distintas, tantas veces como sea necesario (Zabala y Arnau, 2008).

Las tareas, pues, se configuran como el elemento esencial para movilizar competencias, al tiempo que su empleo en el aula pueden contribuir al incremento de los niveles curriculares del alumnado.

3. Metodología

La metodología seguida en esta investigación se considera *empírico-analítica* y el diseño de investigación que se ha desarrollado es de tipo *cuasiexperimental*. Dentro de las posibilidades de investigación que ofrece este diseño hemos empleado el modelo pretest-postest con grupo de control, en los que se ha efectuado dos medidas de las variables dependientes antes y después de la acción de algún valor de las variables independientes (pretest y postest), proceso implementado en exclusiva en el conjunto experimental. El proceso se configuró en cinco grandes fases:

1ª. Planificación de la investigación: la investigación comenzó con un análisis del contexto; seguidamente, se elaboraron las líneas prioritarias del trabajo y se presentó en los centros escolares participantes para su aprobación. Posteriormente, se definió el problema de investigación, así como los objetivos que guiarían su desarrollo; se operativizaron los objetivos en variables de estudio, se escogió el diseño, se describió la muestra objeto de estudio (selección de grupos experimental y de control) y se seleccionó y diseñó los diferentes instrumentos de recogida de información (cuestionarios, pruebas de nivel, escalas de valoración, entre otros.).

De este modo, los objetivos que se plantearon para la investigación fueron los siguientes:

a) Aumentar el nivel de competencia curricular del alumnado de cuarto de educación primaria en el área de Matemáticas.

b) Atender a la diversidad de capacidades, intereses y niveles curriculares del alumnado de un grupo-clase concreto.

c) Desarrollar una metodología de trabajo en el aula a través del establecimiento de *grupos de nivel* diferenciados (básico, medio y avanzado).

Por su parte, la hipótesis de trabajo quedó formulada así: el alumnado al que se le aplica el programa formativo (grupo experimental) alcanza unos mejores rendimientos académicos en el área de Matemáticas que el alumnado perteneciente al grupo control.

En cuanto a la muestra destacaremos que en la investigación participaron 80 alumnos y alumnas de diferentes centros educativos, en el caso que nos ocupa mostraremos los resultados obtenidos por un grupo de 23 estudiantes, 12 pertenecientes al grupo experimental y 11 al grupo control.

2ª. Diseño y desarrollo de las pruebas de control y unidades didácticas: en un segundo momento, se diseñaron los procedimientos que sirvieron para recoger toda la información, estos fueron: prueba de nivel de competencia curricular matemática aplicada en dos momentos (pre y post-test) y que sirvió para diseñar tres grupos de nivel (básico, medio y avanzado) y valorar la ganancia en competencias; tres unidades didácticas dirigidas a los grupos de nivel y pruebas evaluativas asociadas a las unidades didácticas.

Para dar validez de contenido a la prueba de nivel (pretest-postest) se aplicó la técnica Delphi. El modelo definitivo quedó constituido por un total de 13 fichas técnicas que evaluaban los conocimientos de matemáticas del alumnado.

Las unidades didácticas diseñadas e implementadas tomaron como referencia tanto la normativa estatal como la autonómica (ver Figura 1), para cada una de ellas se elaboraron cuadernos de trabajo para los tres niveles curriculares establecidos y sus pruebas de evaluación correspondientes.

Unidad Didáctica	**Normativa estatal** Real Decreto 1513/06, de 7 de diciembre	**Normativa autonómica** Orden de 10 de agosto de 2007
1. ¿Quién es Polya?	La resolución de problemas como eje vertebrador de todos los bloques de contenidos.	Núcleo temático 1. Resolución de problemas (transversal).
2. ¡Quiero ser… arquitect@!	La medida: estimación y cálculo de magnitudes.	Núcleo temático 4. Desarrollo del sentido numérico. Medida de magnitudes
3. El mosaico de hueso nazarí.	Geometría	Núcleo temático 5. Las formas y figuras y sus propiedades.

Figura 1: Bloques de contenidos y núcleos temáticos de referencia

Fuente: PIV-003/08

La primera de las Unidades Didácticas giró en torno a la resolución de problemas como punto de partida para las dos siguientes. En ella el uso de las tecnologías de la información y la comunicación se centró en los siguientes aspectos:

- Elaboración de la presentación de la Unidad Didáctica a través de PowerPoint.

- Páginas web como recurso para la obtención de información como por ejemplo: RENFE (http://www.renfe.com/), IKEA, (http://www.ikea.com/es/es/catalog/allproducts/), Agencia Estatal de Meteorología (http://www.aemet.es/es/portada).

La Unidad Didáctica 2 "¡Quiero ser... arquitect@!" presenta como núcleo central de actuación la ejecución de dos tareas por parte del alumnado, en el caso del grupo experimental una primera de forma grupal y una segunda de manera individual, en el caso del grupo control de forma individual en ambos casos; para poder ejecutar estas tareas, el diseño del plano del aula y de su propio dormitorio respectivamente, el alumnado también tuvo que realizar una serie de actividades y ejercicios que le permitió obtener las herramientas necesarias para concluir con éxito las tareas y que se encontraban vinculadas a contenidos como la medida de la longitud, el metro y sus múltiplos y divisores, la escala, entre otros. Los componentes de esta tarea se pueden apreciar en la figura 2.

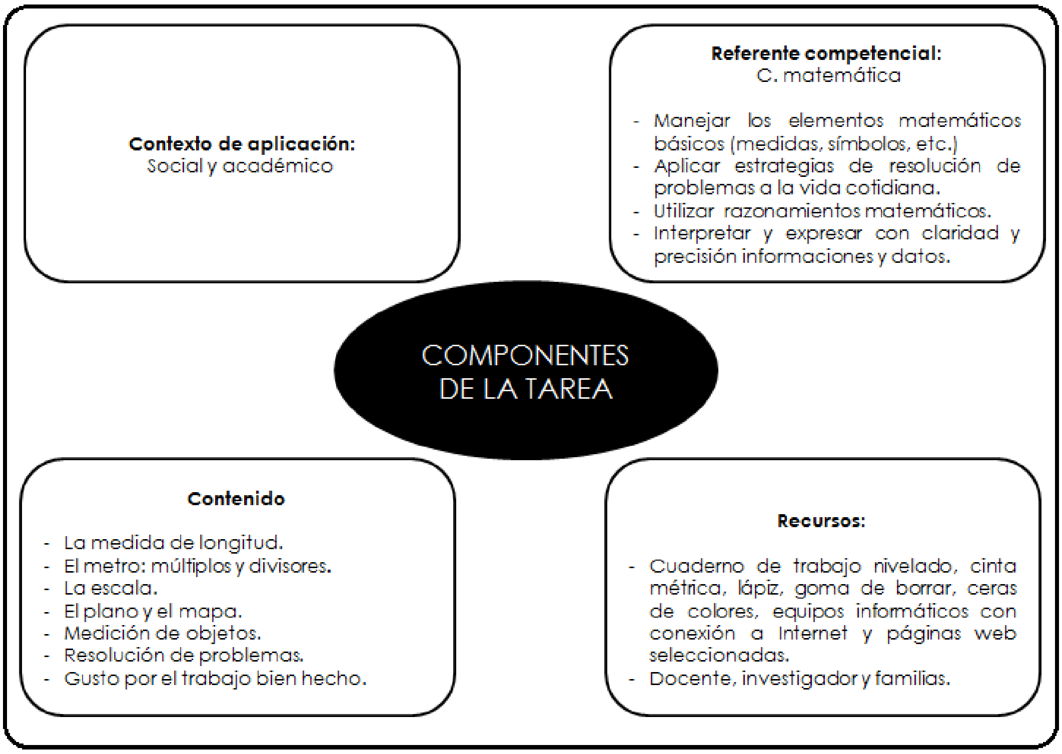


Figura 2: Componentes de la tarea de la Unidad Didáctica 2

Fuente: elaboración propia

Por su parte, los recursos TIC que se emplearon en este caso fueron los que a continuación se expresan:

- Presentación correspondiente a través de PowerPoint a la Unidad Didáctica.

- Páginas web interactivas para trabajar la longitud y las unidades de medida (http://redes.agrega.indra.es/repositorio/13062008/es_20080613_3_9161840//mt02_oa04_es/index.html), el metro y sus divisores (http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/longitud/menu.html), el metro y sus múltiplos (http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/longitud/menu.html) (ver figura 3).

- Páginas web para obtener información como Google maps (http://maps.google.es/maps?hl=es&tab=wl).

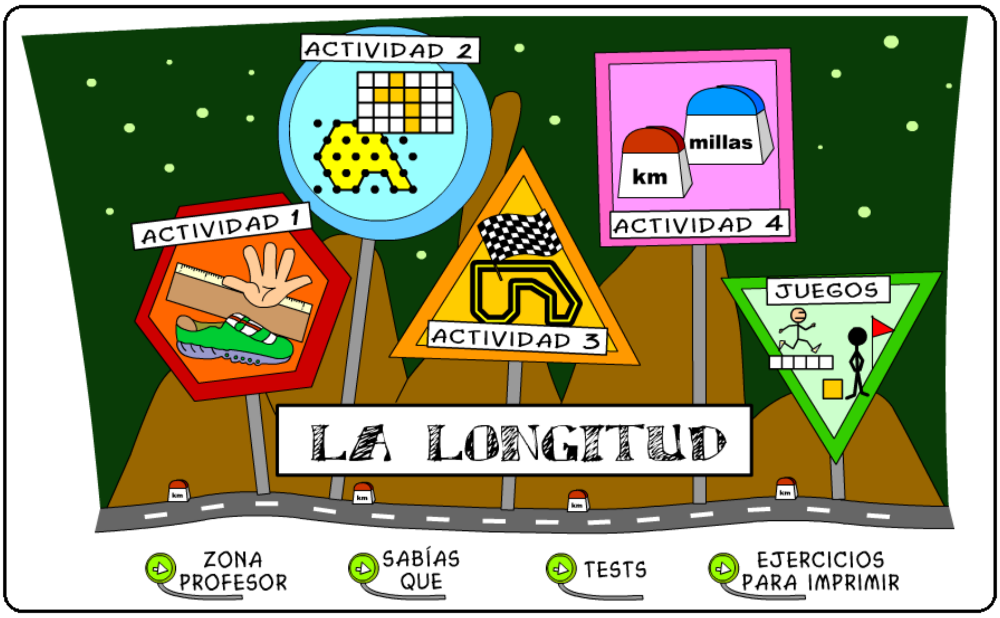


Figura 3: Página de recursos.

Fuente: http://ntic.educacion.es/w3//recursos/primaria/matematicas/longitud/menu.html

La tarea de la Unidad Didáctica 3 "El mosaico de hueso nazarí" se centró en la elaboración de un azulejo formado por "huesos nazaríes", figura representativa de los mosaicos nazaríes que parte de la transformación de un cuadrado, y que de su unión con los azulejos de otros compañeros y compañeras dio lugar a un friso decorativo que sirvió para adornar el aula. Las actividades y ejercicios que posibilitaron al alumnado conseguir los conocimientos, procedimientos y actitudes necesarios para desempeñar satisfactoriamente la tarea se encontraban vinculados a contenidos como los polígonos, el perímetro, el área, la simetría, la rotación y la traslación. Sus componentes se pueden apreciar en la figura 4.

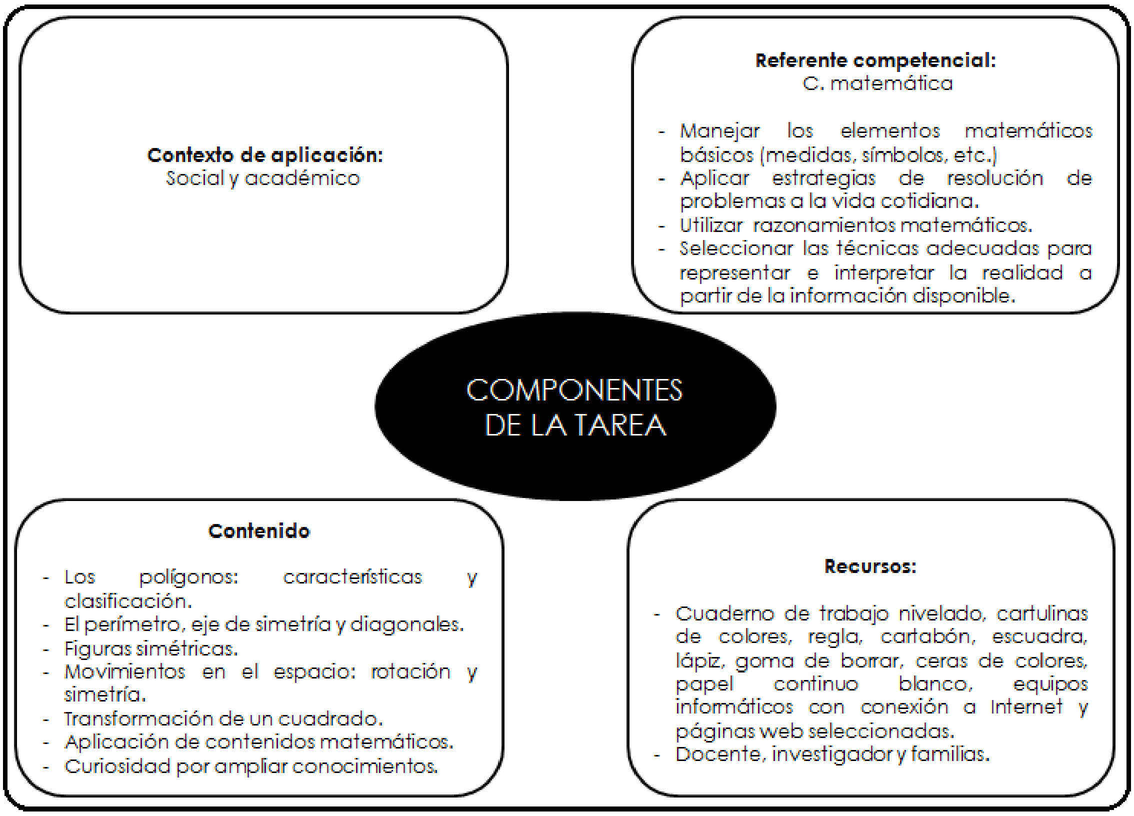


Figura 4: Componentes de la tarea de la Unidad Didáctica 3

Fuente: Elaboración propia

De forma concreta, los recursos TIC utilizados podemos mencionar los siguientes:

- Presentación correspondiente a través de PowerPoint a la Unidad Didáctica.

- Páginas web para trabajar conceptos geométricos (http://redes.agrega.indra.es/repositorio/13062008/es_20080613_3_9161840//mt02_oa04_es/index.html), el perímetro (http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/superficie/index.html), la superficie (http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/superficie/index.html), la simetría (http://clic.xtec.cat/db/act_es.jsp?id=1368), rotación y traslación (http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos2/cuentos2/serpe/actividades/tangrambueno2.swf).

- Canal YouTube para observar geometría dinámica en la Alhambra de Granada y entender el proceso de la tarea solicitada (http://www.youtube.com/watch?v=oNnK28Eqmj8&feature=PlayList&p=178DB3E63150F322&playnext=1&playnext_from=PL&index=9) (ver figura 5).

Figura 5: Vídeo sobre los mosaicos nazaríes

Fuente:

http://www.youtube.com/watch?v=oNnK28Eqmj8&feature=PlayList&p=178DB3E63150F322&playnext=1&playnext_from=PL&index=9

3ª. Aplicación de instrumentos de recogida de información: una vez diseñados los instrumentos, se distribuyó la muestra en dos grupos (experimental y de control) y se aplicó la prueba. Los resultados obtenidos fueron distribuidos a lo largo de los tres niveles atendiendo a la siguiente estructuración:

- Grupo Bajo: Valor mínimo a Percentil 33.
- Grupo Medio: Percentil 34 a Percentil 66.
- Grupo Alto: Percentil 67 a Valor máximo.

La incorporación de estas categorías a los valores finales obtenidos en dicha prueba de evaluación inicial dio como resultado la confección de los tres grupos a partir de los resultados siguientes: grupo básico: 13 a 19 puntos; grupo medio: 20 a 25 puntos y grupo avanzado: 26 a 35 puntos.

La distribución de los niveles de competencia curricular en el Centro de Educación Infantil y Primaria López Diéguez y el número de alumnos y alumnas perteneciente a cada uno de ellos se muestra a continuación:

- Nivel básico: 6 alumnos.
- Nivel medio: 4 alumnos.
- Nivel avanzado: 8 alumnos.

Una vez diseñados los diferentes grupos de nivel competencial, se procedió a distribuir al alumnado en dos grupos de trabajo, un grupo experimental sobre el que se llevaron a cabo los propósitos del estudio (9 alumnos) y un grupo de control que siguió las actividades docentes habituales y que ha servido de comparación para advertir la ganancia o pérdida en competencia curricular matemática (9 alumnos).

4ª. Análisis de los resultados: una vez aplicados todos los instrumentos, se procedió a codificar, clasificar y analizar la información recogida con el empleo de diferentes técnicas estadísticas (estudios descriptivos, inferencial y análisis de contenido). Los datos de tipo cuantitativo se analizaron con la ayuda del programa de técnicas estadísticas SPSS y, la información de carácter cualitativa se trató con la técnica del análisis de contenido. Seguidamente, interpretamos los datos obtenidos, establecimos la discusión y conclusiones correspondientes en referencia a las finalidades propuestas.

5ª. Difusión de los resultados obtenidos: por último, para finalizar este trabajo, se elaboró y presentó la memoria de investigación resultante del proyecto a los respectivos claustros y consejos escolares participantes, así como a la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía.

4. Resultados

Tras la aplicación del programa de entrenamiento en competencia matemática a través de las diferentes unidades didácticas y aplicada una prueba post-test similar a la implementada al comienzo de este proceso de trabajo, los principales resultados obtenidos, mostraron un avance significativo en el nivel de competencia curricular en ambos grupos, sin embargo, ha sido el alumnado del grupo experimental quien ha presentado un avance superior al alumnado del grupo de control como consecuencia de su participación en las actividades planteadas diferentes a las sesiones ordinarias de aula (ver tablas 1).

Prueba de evaluación	**Grupo**	**Media**	**Desviación Típica**	**N**
Pre-test	Experimental	21,92	5,583	12
	Control	21,09	3,754	11
Post-test	Experimental	29,50	5,519	12
	Control	26,27	4,452	11

Fuente: PIV-003/08.

Tabla 2. Resultados obtenidos en función del grupo de nivel.

Grupo de nivel	**Prueba de evaluación**	**f (%)**
Básico	Pre-test	6 (33,33%)
	Post-test	7 (38,9%)
Medio	Pre-test	4 (22,2%)
	Post-test	1 (5,6%)
Avanzado	Pre-test	8 (44,4%)
	Post-test	10 (55,6%)

Tabla 1: Resultados pretest-postest

Fuente: PIV-003/08

La afirmación anterior se puede matizar, pues al distribuir la frecuencia de aparición de cada uno de los niveles de competencia curricular, observamos que ha aumentado en un alumno el grupo básico, lo que supone que un alumno del nivel medio retrocedió, si bien este alumno en el pretest se situó en el nivel medio porque alcanzó 20 puntos, justo en el límite inferior de dicho nivel, al tiempo que formaba parte del grupo control. Sin embargo, el número de alumnos pertenecientes al nivel medio descendió al incrementarse el nivel avanzado. Estos datos muestran un avance significativo del nivel competencial del alumnado tras la participación en actividades diseñadas para cada grupo de nivel.

5. Conclusiones

Como consecuencia de los resultados anteriores podemos sugerir, por tanto, que esta metodología de trabajo, el diseño de unidades didácticas a través del desempeño de tareas y atendiendo a las características del alumnado, distribuyéndolos en grupos de nivel de competencia curricular, ha permitido aumentar el nivel competencial de los alumnos de cuarto de educación primaria en el área de Matemáticas. El diseño de tareas muestra cómo ha contribuido a dicho incremento tanto en el grupo experimental como en el grupo control, como complemento a la metodología basada en grupos de nivel.

Los objetivos planteados al principio de esta investigación, creemos que han sido alcanzados gracias a los instrumentos que se han diseñado e implementado, en este sentido podemos señalar:

Respecto al primer objetivo, aumentar el nivel de competencia curricular del alumnado de cuarto de Educación Primaria en el área de Matemáticas, los resultados anteriores avalan dicha consecución y se demuestra en los avances experimentados por los alumnos y alumnas del grupo experimental.

En cuanto al segundo y tercer objetivo, atender a la diversidad de capacidades, intereses y niveles curriculares del alumnado de un grupo-clase concreto y desarrollar una metodología de trabajo en el aula a través del establecimiento de grupos de nivel diferenciados (básico, medio y avanzado), creemos que ambos se han logrado al diseñar los cuadernos de trabajo del alumnado adaptados a los distintos niveles curriculares existentes en nuestras aulas (básico, medio y avanzado) y demostrar su efectividad en los resultados del postest.

En lo que concierne a la hipótesis inicial de esta investigación podemos realizar la siguiente conclusión: El alumnado al que se le aplica el programa formativo (grupo experimental) alcanza unos mejores rendimientos académicos en el área de Matemáticas que el alumnado perteneciente al grupo control. La hipótesis se cumple tal y como se aprecia en la ganancia obtenida por el alumnado del grupo experimental puesta de manifiesto en la tabla 1.

No obstante, a pesar de estas conclusiones también hemos de manifestar la dificultad que entraña la aplicación de este tipo de metodología, pues requiere una coordinación máxima entre todo el profesorado, así como que los centros educativos cuenten en su plantilla con profesorado que posibilite llevar a cabo los desdobles y los consiguientes agrupamientos flexibles. Todos estos aspectos exigen grandes esfuerzos de dedicación y económicos respectivamente, pero si de verdad apostamos por incrementar el rendimiento académico de nuestro alumnado y mejorar la calidad de la educación que se le ofrece, todos los esfuerzos serán pocos y poner esta metodología de trabajo al servicio del profesorado es una opción que se ha de considerar a pesar de las reticencias de algunos sectores educativos hacia la misma.

Referencias bibliográficas

DECRETO 230/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación primaria (Boletín Oficial de la Junta de Andalucía número 156, de 8 de agosto de 2007).

DOYLE, W. (1977). Learning the classroom environment: and ecological analysis. *Journal of the Teachers Education, 28*(6), 51-55.

ESCAMILLA GONZÁLEZ, A. (2009). *Las competencias en la programación de aula. Infantil y primaria (3-12 años)*. Barcelona: Graó.

ESCAMILLA GONZÁLEZ, A. (2008). *Las competencias básicas. Claves y propuestas para su desarrollo en los centros.* Barcelona: Graó.

LE BOTERF, G. (2000). *Ingeniería de las competencias.* Barcelona: Gestión 2000/EPISE.

LOE (2006). Ley Orgánica 2/2006 de Educación (Boletín Oficial del Estado número 106, de 4 de mayo de 2006).

OCDE. (2001). *Defining and Selecting Key Competencies.* París: OECD.

OCDE-DESECO. (2002). Definition and Selection of Competencies: Theoretical and Conceptual Foundations. Recuperado de: http://www.portal-stat.admin.ch/deseco/index.htm.

ORDEN de 10 de agosto de 2007 por la que se desarrolla el currículo de educación primaria en Andalucía (Boletín Oficial de la Junta de Andalucía número 171, de 20 de agosto de 2007).

PERRENOUD, P. (1997). Construire des compétencer dés l´ecole. *Pratiques et enjeux pédagogiques.* Paris: ESF éditeur.

PERRENOUD, P. (2001). La formación de los docentes en el siglo XXI. *Revista de Tecnología Educativa, XIV*(3), 503-523.

Real Decreto 1513/06, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de educación primaria (Boletín Oficial del Estado número 293, de 8 de diciembre de 2006).

ROMAINVILLE, M. (1996). L´irrésistible ascensión du terme compétence en éducation. *Enjoux,* 37-38.

ZABALA, A. y ARNAU, L. (2008). *11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias.* Barcelona: Graó.

Cómo citar este artículo:

Ramírez García, A. y Lorenzo Guijarro, Ester (2012). Desarrollo de las competencia matemática en educación primaria a través de la resolución de tareas. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, 1*(2), 44-64.

edmetic
Revista de Educación Mediática y TIC

Acercando al profesorado de matemáticas a las TIC para la enseñanza y aprendizaje

Bringing Math teachers to ICT for teaching and learning

Fecha de recepción: 06/05/2012
Fecha de revisión: 15/06/2012
Fecha de aceptación: 10/07/2012

Acercando al profesorado de matemáticas a las TIC para la enseñanza y aprendizaje

Bringing Math teachers to ICT for teaching and learning

Miguel E. Villarraga[1], Fredy Saavedra[2], Yury Espinosa[3], Carlos Jiménez [4], Liceth Sánchez[5] & Jefferson Sanguino[6]

Resumen:
En este documento se presenta una primera fase de un proceso de introducción de tecnologías digitales de la información y comunicación (TICS) en formación de profesores de matemáticas en ejercicio del Departamento del Tolima en Colombia. Se han indagado los procesos cognitivos de representación en conexión con los tipos de procesos y pensamiento matemáticos definidos en los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas en Colombia. Se han empleado 10 software libres en la red de Internet y se han encontrado índices de dificultad en la resolución de problemas y en el empleo de representaciones.
Palabras clave: TIC, Educación Matemática, procesos matemáticos, pensamiento matemático, formación de profesores, representación semiótica.

Abstract:
This paper presents a first phase of a process of introducing digital technologies of information and communication (ICT) into mathematics teacher training in exercise of the Department of Tolima in Colombia. The inquiry explores the cognitive processes of representation in connection with the types of mathematical thinking and processes defined in the Curriculum Guidelines for Mathematics area in Colombia. Have been used 10 software free in the Internet and found rates of difficulty in problem solving and the use of representations.
Keywords: ICT; mathematics; education; mathematical processes; mathematical thinking; training of teachers; semiotic representation.

[1] Universidad del Tolima. mevillar@ut.edu.co
[2] Universidad del Tolima. jfredymatematico@gmail.com
[3] Universidad del Tolima. yuryaleja17@gmail.com
[4] Universidad del Tolima. carturojimenez66@gmail.com
[5] Universidad del Tolima. licet2091@gmail.com
[6] Universidad del Tolima. je.sanguino@hotmail.com

1. Introducción

En la actualidad los profesores y profesoras de matemáticas de la Educación Básica Primaria y Secundaria de Colombia, son en su mayoría profesores formados en las Escuelas Normales y en las Facultades de Educación del país. Estos profesores y profesoras, han tenido que soportar las distintas reformas y las "modas" establecidas por cada gobierno; entre otros aspectos, en cuestiones como la planeación de la enseñanza y la evaluación de los aprendizajes en las Instituciones Educativas. Sin embargo hay que destacar que esta población de educadores con formación pedagógico-didáctica y disciplinar han podido realizar los ajustes en tiempos cortos, no solamente por su espíritu y convencimiento de ser excelentes maestros(as) y profesores(as), sino porque han tenido la formación pedagógico-didáctica suficiente y necesaria para reorganizar y replantear sus conocimientos profesionales.

Una particular necesidad creada por los mercados, por el sistema capitalista global, ha tocado la cultura y la sociedad en aspectos insospechados. En Educación, tal necesidad creada del uso de las tecnologías digitales de la información y la comunicación, ha hecho presencia no solamente desde las empresas interesadas, sino que han logrado crear la necesidad mediante el uso y abuso de tales tecnologías por parte de los niños y niñas, y los jóvenes de ambos sexos de las Instituciones Educativas. La ambición empresarial de unos, asumida por otros como progreso tecnológico y científico, se ha traducido en una necesidad de capacitación a todo nivel para estar en resonancia, no solamente con los conocimientos de las diversas tipologías, sino con las formas de adquisición y procesamiento de información y conocimiento por parte de los niños, niñas, jóvenes de ambos sexos, profesores(as) y padres y madres de familia involucrados en el sistema de educación formal del país.

Como consecuencia de lo anterior, los educadores y educadoras se han visto impelidos a realizar actualizaciones en el uso de las tecnologías digitales de la información y la comunicación, ya que una necesidad creada por cuestiones externas a la educación, se ha transformado con las prácticas, en una herramienta útil; tanto para el desempeño profesional de educadores(as) como para el conocer y para los avances en las epistemologías mismas (Noss, 1996; diSessa, 1995; Hoyles, 1992a,b; 1998; 2010a,b).

Desde hace unas tres décadas se ha venido imponiendo un uso constructivo de las tecnologías digitales, en lo relacionado a la manipulación y construcción de piezas de conocimiento. Particularmente se ha venido desarrollando el uso de tales tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias y las matemáticas de todos los niveles educativos (Hernández, 2010; Contreras 2010)).

Brevemente, desde los años 80 del pasado siglo hasta el presente, se ha venido haciendo implementación e investigación de usos adecuados de estas tecnologías digitales en el aula de clase de matemáticas; estableciendo mediante contrastación algunos usos favorables para el desarrollo de procesos de pensamiento matemático. Algunos procesos de pensamiento soportados mediante procesos investigativos que se han visto favorecidos por la presencia de las tecnologías digitales en el aula de clase de matemáticas son: formular y probar hipótesis, modelar matemáticamente situaciones de la vida cotidiana, de otras ciencias y de las matemáticas mismas, realizar experimentos con modelos matemáticos, hacer uso de diversas representaciones y de transformaciones entre ellas, plantear y resolver problemas, hallar patrones aritméticos, manipular variables y procesos de cambio, etc., (MEN, 2004).

Actualmente resulta innegable la utilidad de estas tecnologías, adecuadamente empleadas, en la representación, manipulación simbólica, numérica y gráfica vía la conceptualización matemática. Pero, también resulta evidente por otra parte, el interés y motivación que la presencia de las nuevas tecnologías en el aula de clase ha despertado en niños, niñas y jóvenes de ambos sexos de todos los niveles educativos. Las posibilidades generadas por el diseño de ambientes de aprendizaje novedosos, han estimulado la reflexión individual, el trabajo colaborativo en grupos, transformando los roles en el aula, volviendo el protagonismo hacia los y las estudiantes como sujetos activos y participativos, constituyendo así un ambiente propicio para la construcción de significados con el(la) profesor(a) o maestro(a), quien ahora desempeña otros roles fundamentales: acompañando en la construcción de sentidos y en la evaluación y validación epistemológica de las conceptualizaciones y aplicaciones resultantes. El papel del profesor o profesora es: como mediador entre los estudiantes y la herramienta computacional, bajo el substrato del conocimiento matemático; como observador cuidadoso del trabajo colaborativo de los equipos, respondiendo las preguntas y planteando otras, haciendo sugerencias, haciendo preguntas que conduzcan a la validación de conocimientos matemáticos. Maestros(as) y profesores(as) deben ser capaces de asumir el cambio en su práctica docente enriqueciendo sus conocimientos profesionales.

Debido a la anterior necesidad problemática, se ha diseñado el presente proyecto de capacitación docente, para docentes de matemáticas en ejercicio, en tres fases: Fase 1. Iniciación, Fase 2. Profundización, Fase 3. Aplicación y evaluación. En la Fase 2 de profundización se pretenden evaluar los *esquemas* empleados por los docentes en la resolución de problemas empleando las TICS. En la Fase 3 de aplicación y evaluación se pretende medir el grado de aplicación o transferencia de conocimiento de los Docentes a sus clases de matemáticas, así como evaluar los esquemas que los niños y niñas emplean en la resolución de problemas mediante el uso de las TICS. También es posible comparar los esquemas de los docentes con los de sus respectivos estudiantes. Actualmente está en desarrollo la Fase 1, en el cual se pretende estimular en el empleo de unos elementos iniciales de la tecnología digital, usando software libre (gratuito) existente en la red de internet. Para la formación inicial en la fase 1, se han elegido las siguientes herramientas digitales o software: **S1)** Herramientas Web 2.0, **S2)** Ardora, **S3)** Caja de polinomios, **S4)** Hoja de cálculo openoffice, **S5)** Applets de matemáticas variados, **S6)** Geogebra **S7)** Lenguaje Logo, **S8)** Winplot, **S9)** Wxmáxima y **S10)** scratch.

2. Proceso de investigación

2.1 Objetivos

La primera fase del proyecto tiene varios fines:

- Promover el uso de tecnologías digitales en la Educación Matemática,
- Impulsar la formación de profesores de matemáticas en ejercicio en uso de las TICS,
- Realizar una introducción a algunos métodos computacionales para la enseñanza de las matemáticas.

2.2 Muestra y contextualización de la investigación

Se ha realizado un estudio piloto con una muestra de 24 docentes de matemáticas con más de 8 años de experiencia en enseñanza de las matemáticas en distintos grados de la educación secundaria, en instituciones educativas públicas de la ciudad de Ibagué, en el Departamento del Tolima en Colombia. En consecuencia se han tenido en cuenta los lineamientos curriculares y estándares para el área de matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1990), los estándares básicos de competencias en matemáticas (MEN 2012) y los lineamientos de nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas (MEN, 2009), han considerado tres elementos curriculares fundamentales: Contexto, conocimientos básicos y procesos.

Se ha considerado que el contexto hace referencia los ambientes que posibilitan, a los estudiantes de ambos sexos, dar sentido a los aprendizajes con intervención permanente del (de la) profesor(a). El contexto ha permitido crear situaciones problemáticas de las matemáticas mismas, de las otras ciencias y de la vida cotidiana. En éste contexto cabe la intervención de las TICS para el diseño y tratamiento de las situaciones problemáticas, útiles en la construcción de conocimiento matemático, pensamiento matemático con una actitud matemática evidente. La presencia de las TICS, ha generado preguntas nuevas sobre los conceptos matemáticos y sus representaciones (claro, evitando confundirlos) desestabilizando las concepciones tanto de maestros(as), profesores(as), como de estudiantes, enriqueciéndose unos y otros en el proceso de construcción de significados.

Por otra parte, se ha asumido que los conocimientos básicos hacen referencia a tipos de pensamiento en relación con el sistema matemático de referencia; desde ésta perspectiva se han precisado cinco: **PS1)** pensamiento numérico y sistemas numéricos, **PS2)** pensamiento espacial y sistemas geométricos, **PS3)** pensamiento métrico y sistemas de medidas, **PS4)** pensamiento aleatorio y sistemas de datos, **PS5)** pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Cada sistema ha sido considerado como una de las herramientas útiles para desarrollar el tipo de pensamiento correspondiente y posiblemente algunos otros tipos de pensamiento matemático. Con la presencia de las TICS, cada sistema puede ser explorado de maneras nuevas, generando significados nuevos o formas de aproximación nuevas a los significados establecidos históricamente y socialmente en la epistemología. Por ejemplo, en lo relativo al pensamiento numérico y los sistemas numéricos (MEN, 1999; pp. 40-44), algunos software diseñados para matemáticas posibilitan nuevas formas de comprensión y representación de los conjuntos numéricos y sus usos, potencializando nociones sobre sus objetos, operaciones y relaciones (Ver ejemplos 1, 2, 7, 10, 13, 14, 16 y 19 en la Tabla 1).

	Tipo de		s o

Ejemplos expuestos por los orientadores	pensamiento y sistema matemáticos						Problemas y ejercicios para trabajo colaborativo de los docentes (estudiantes) con acompañamiento de los orientadores	
	PS1	PS2	PS3	PS4	PS5	OTROS		
1. Densidad de Población	✓				✓		Función cuadrática. Programación lineal. Propiedades de la potenciación. Potenciación, radicación, logaritmación. Sucesiones.	S4
2. Explorando patrones	✓				✓			
3. Lanzamiento de moneda				✓	✓			
4. Valor de la circunferencia	✓	✓	✓			✓	Figuras geométricas euclidianas. Procesos azarosos. Procedimientos geométricos. El plano cartesiano.	S7
5. Cuadrados dado el lado		✓	✓		✓	✓		
6. Árboles	✓	✓	✓		✓	✓		
7. Factorial	✓							
8. Triángulos dadas base y altura	✓	✓	✓		✓		Cuadrados y rectángulos. Traslación de figuras planas. Inscribir triángulo en un cuadrado. Teorema de Pitágoras. Caracol de pascal.	S6
9. Rectángulos dada su diagonal		✓	✓		✓			
10. Explorando sintaxis	✓		✓	✓			Área bajo una curva. La circunferencia. Problema del cercado de corrales contiguos.	S9
11. Monstruos geométricos	✓	✓	✓		✓	✓		
12. Derivada de una función definida a trozos	✓				✓			
13. Gráficas de $y=ax^2$		✓			✓		Rectas paralelas. Desfase en función sen(x). Identidades trigonométricas. Problemas con sistemas 2x2. Inecuaciones.	S8
14. Función *Signo de x*	✓				✓			
15. Jugando con coordenadas polares	✓		✓		✓			
16. Representación gráfica de polinomio	✓	✓	✓		✓		Con polinomios: suma, resta, multiplicación, división,	S3

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.65-87

algebraico							factorización, solución de ecuaciones lineales	
17. Desplazamiento al azar por el plano		✓		✓		✓	Suma de enteros. Conmutatividad del producto de enteros. Ecuación lineal de una variable. Polígonos regulares. Desplazamiento y vectores.	S10
18. Simetrías y rotaciones		✓	✓			✓	Serpiente de los números. Ordenar palabras en frases conceptuales. Múltiplos. Relojes. Memoria (parejas conceptuales).	S2
19. luminosidad y temperatura	✓		✓	✓		✓		
20. Usando Google Docs						✓	Gestion de archivos: texto, audio, video, imagen fija, en Google Drive. Mail y grupos de contactos. Google Sites. Paginas Web personales.	S1
21. Applets	✓	✓	✓	✓	✓	✓	Torres de Hanoi. Seno, coseno y tangente. Vectores en 3D. Suma de ángulos internos de un triángulo euclideano. Aceleración constante.	S5

Tabla 1: ejemplos, ejercicios y problemas.

En cuanto al pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el Ministerio de Educación Nacional lo ha entendido como: "…el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales" (MEN, 1998:56). Desde esta perspectiva, el software puede ser asumido como herramienta de apoyo a la modelación y representación de problemas cotidianos, geométricos y de otras ciencias, vía la comprensión y manipulación de los objetos en el espacio, permitiendo manipulación de representaciones geométricas, visualización de regularidades y elaboración de conjeturas (MEN, 1999: 52-61). Además las TICS han permitido realizar procesos, que en el papel o pizarra serían tareas difíciles o no posibles de realizar incluso en tiempos largos (Ver ejemplos 4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 15, 16 y 18 en la Tabla 1).

Por otra parte, el software para matemáticas ha permitido calcular medidas de magnitudes variadas, haciéndolo un proceso fácil, comparado con algunos procesos tradicionales (MEN, 1999). Pues, variados software además de realizar procedimientos algebraicos han posibilitado graficar, construir y calcular magnitudes, conocer y manipular diversos patrones con medidas y realizar modelaciones de situaciones diarias, acercando de formas novedosas a estudiantes y profesores(as) al pensamiento métrico y los sistemas de medidas (Ver ejemplos 4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 15, 16 y 18 en la Tabla 1).

El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos tienen como eje los procesos de cambio; éste fenómeno puede ser modelado y representado con el apoyo de software variados (MEN, 1999; pp. 44-52). La representación gráfica, algebraica, estadística y métrica de diversas situaciones que ayudan al estudiante a explorar diferentes caminos para la comprensión de conceptos matemáticos, pueden ser construidos y manipulados tanto estática como dinámicamente con ayuda de las TICS (Ver ejemplos 1, 2, 4, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16 y 19 en la Tabla 1).

En cuanto al pensamiento aleatorio o probabilístico y los sistemas de datos, está relacionado con situaciones azarosas, de incertidumbre, caracterizadas por no tener un patrón determinístico. Con la ayuda de programas computacionales (con las TIC) se ha logrado modelar datos de diferentes fenómenos azarosos, que de otra forma serían procesos engorrosos o no posibles sin error para los humanos medios, a la hora de calcular formulas y manejar cantidades grandes de datos (MEN, 1999; pp. 61-63). Con el uso de algunos software, se potencializa la interpretación y análisis de sistemas matemáticos asociados con la probabilidad y la estadística (Ver ejemplos 3, 10, 17 en la Tabla 1)

Finalmente los procesos que establece el MEN (1998: 36) según los estándares para el área de matemáticas son cinco: razonamiento; resolución y planteo de problemas; comunicación; modelación; elaboración, comparación, y ejercitación de procedimientos. Estos procesos son fomentados en todos los tipos de pensamiento matemático en los sistemas matemáticos particulares, mediante el uso de las TICS en el aula de clase de matemáticas (MEN, 1999). Las habilidades cognitivas que favorecen las TICS en los ejes del currículo son: visualización, capacidad investigativa, aprendizaje de la retroalimentación, observación de patrones, establecimiento de conexiones, entre otras (MEN, 1999: 34-39).

Para la planeación de la fase 1, se ha tenido en cuenta el fenómeno denominado *Representación* en Educación Matemática (Skemp, 1978; Janvier, 1987a,b; Kieran y Filloy, 1989; Hiebert & Carpenter, 1992; Kaput, 1992; Bosch, 1994; Castro y Castro, 1997; Radford, 1998; Goldin, 1998; Duval, 1999; Bosch y Chevallard, 1999; Font, 2001; Rico, 2009). De éste proceso e revisión de literatura se ha visto adecuado el concepto de representación semiótica propuesto por Duval (1999), tanto para la organización de las actividades como para la observación de los resultados.

Según Duval (1999), las representaciones semióticas, son conscientes y externas porque permiten ver el objeto mediante la percepción de estímulos (puntos, trazos, caracteres, sonidos, etc.); las cuales se clasifican en: analógicas (p. ej.: imágenes conservan relaciones de vecindad) y no-analógicas (las lenguas) según que conserven o no algunas de las propiedades del objeto que representan.

Las operaciones cognitivas unidas a las representaciones semióticas son: producción de una representación, tratamiento de una representación dentro de un mismo registro de representación y transformación de una representación desde un registro de representación a otro (Duval, 1999). Un ejemplo de tratamiento es el que se hace cuando se pasa desde $x^2-9=0$ hasta $x=\pm3$. Ahora un ejemplo de transformación sucede cuando se pasa desde $y=ax^2$ hasta las distintas representaciones gráficas cuando se varían los valores de *a* (Ver ejemplo 13 en la Tabla 1 y Figura 1).

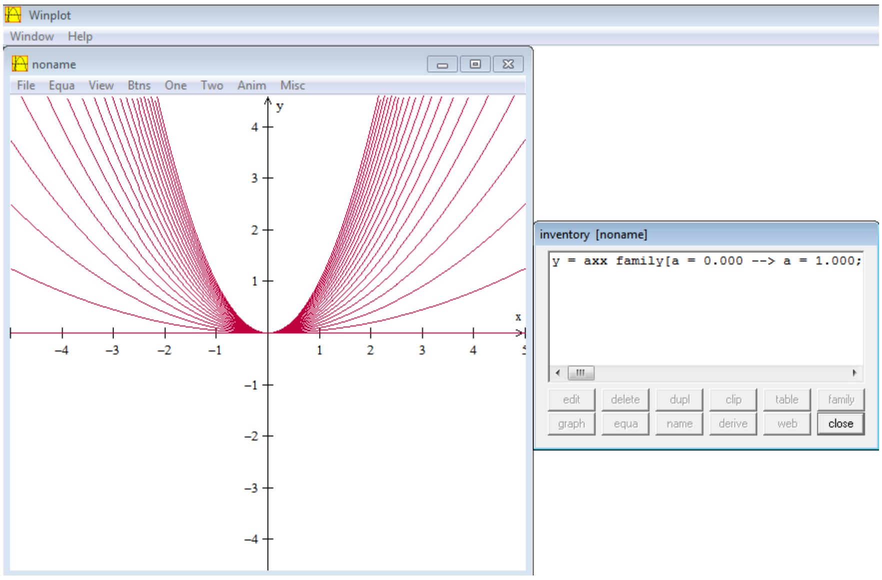


Figura 1: Parábola $y=ax^2$, para 20 valores de $0\leq a \leq 1$ en winplot

Los tratamientos, transformaciones y producciones de representaciones provocan pensamiento matemático con comprensión, cuando se implementan con el uso de las TICS en el aula de clase.

Un ejemplo de tratamiento dentro del registro geométrico se ha podido observar en el ejemplo 9 (Ver Tabla 1) y que se ilustra en la Figura 2 pensado con el software Geogebra: ¿Cómo construir los rectángulos dada su diagonal?.

Una historia de la construcción ha sido la siguiente:

Se ha construido el segmento *AB* que corresponde a la diagonal dada de los rectángulos pedidos (Ver Figura 2).

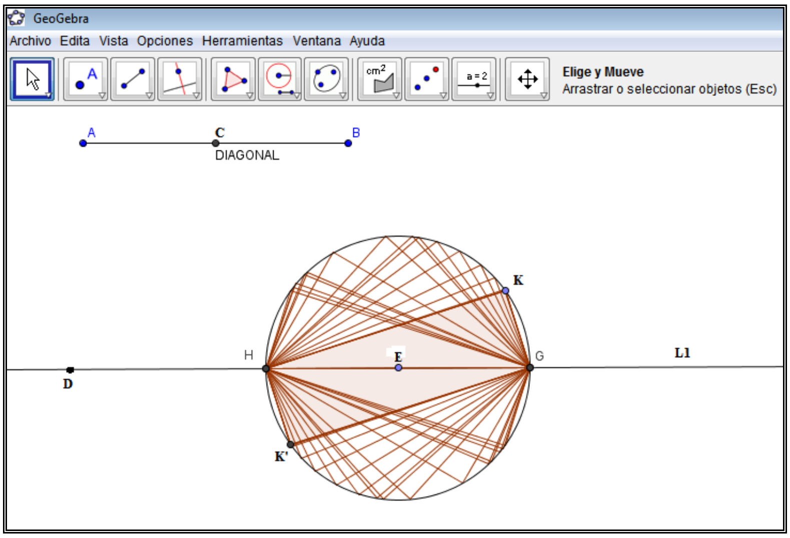


Figura 2: Infinitos rectángulos, diagonal invariante

Se construye la recta *L1* que pasa por *D*; ésta recta es el lugar donde se ha pensado ubicar la diagonal *AB*.

Se halla sobre la diagonal su punto medio *C* y haciendo centro en este punto medio *C* y con radio *CB*, se usa la herramienta *compas* para trazar un círculo con centro en *E* de manera que los puntos de intersección con *L1* sean *H* y *G* respectivamente.

Sobre la circunferencia se ubica un punto *K* y se traza, con la herramienta polígono, el triángulo *HKG*. Éste triángulo resulta rectángulo por estar inscrito en una semicircunferencia (conocimientos previos).

Para construir el rectángulo pedido se ha reflejado el triángulo *HKG* por el punto *E*, empleado la herramienta reflejar objeto por un punto; de ésta manera se ha obtenido el punto *K'* que permite definir el rectángulo *HKGK'*.

Ahora, arrastrando el punto *K* sobre la circunferencia podemos obtener una muestra de infinitos rectángulos que tienen la diagonal de una longitud dada. El trazado de varios rectángulos se ha obtenido activando la herramienta *Activa Rastro*, aplicada a los lados del triángulo *HK* y *KG*.

Así las cosas aparece solucionado el problema, sin embargo, a partir de éste problema se pueden generar otros problemas: ¿Algún rectángulo resultante es cuadrado?, ¿Cuántos rectángulos se pueden construir para cada diagonal dada?

2.3 Método

La investigación según el grado de generalización es investigación acción de tipo cualitativo y descriptivo, porque se preocupa por el perfeccionamiento; es una investigación aplicada, orientada a decisiones (Bisquerra, 1989). En éste caso interesa la solución de un problema concreto, más que contribuir a alguna teoría científica. Se trata de un proceso planificado de espiral autoreflexiva: planificación, acción, observación, reflexión (Cohen y Manion, citado por Bisquerra, 1989: 279).

Sin embargo en este caso, el problema consiste no solamente en que el profesor o profesora no solo conozca, y maneje las TIC en educación matemática sino que decida implementarlas en su clase. Pues, para la primera fase, se ha realizado un estudio piloto con 24 docentes de matemáticas con más de 8 años de experiencia en la enseñanza de distintos cursos de matemáticas de distintos grados de educación secundaria.

Para el trabajo de campo de la primera fase se ha orientado el planteo y desarrollo de un ejemplo tipo y a continuación se han propuesto cuatro situaciones o problemas para ser resueltos por cada docente asistente. Los resolutores de las situaciones con herramientas digitales debían escribir en papel los avances, reflexiones y preguntas resultantes en cada una de las soluciones o avances de solución.

Para la capacitación y recolección de información se han diseñado, por cada uno de los diez software, 2 guías de trabajo con cinco ejercicios o problemas cada una (Ver Tabla 1). Estas guías han sido orientadas para su desarrollo, y han sido desarrolladas por cada uno de los y las docentes asistentes a la fase inicial; docentes de matemáticas en ejercicio. Se ha orientado el planteo y desarrollo de ejemplos iniciales, junto con las herramientas necesarias para el manejo del software particular, y se ha propuesto para su solución otros cuatro problemas (Ver Tabla 1).

3. Resultados

Se ha realizado los siguientes hallazgos:

- En uso de las tecnologías digitales ha encontrado aceptación variable por parte de los participantes, pues algunos han puesto de manifiesto que la forma en que lo han venido haciendo no requiere modificaciones tecnológicas o que el empleo de las TICS podría desviar la atención de los aprendices en al aula de clase, como se pude apreciar en la Figura 3.

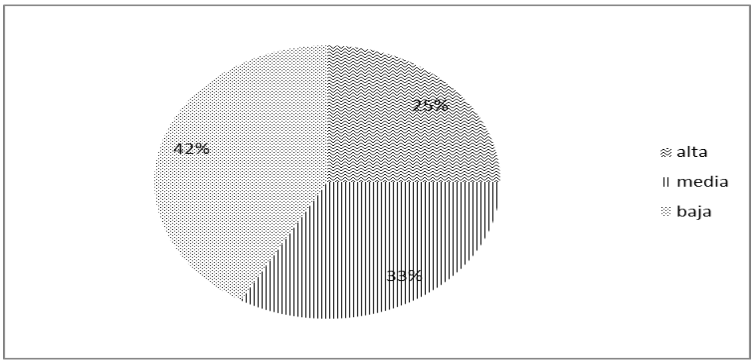


Figura 3: Índice inicial de aceptación del uso de las TICS en el aula de clase de matemáticas

Mientras se iba desarrollando el proyecto se observaba que la resistencia al cambio era menor en la mayoría de los docentes participantes. Este hecho fue observado en la medida que iban teniendo éxito en la solución de los problemas y en la comprensión de la herramienta computacional y su empleo.

- El aprendizaje de las herramientas computacionales para el desarrollo exitoso de problemas matemáticos ha sido un proceso que requiere un elevado nivel de práctica, como se puede observar en la Figura 4. El tiempo empleado para la resolución exitosa de un problema ha obedecido a tres factores: el conocimiento de la herramienta computacional, la aplicación de la herramienta a la solución del problema, el conocimiento matemático necesario y suficiente para la solución del problema.

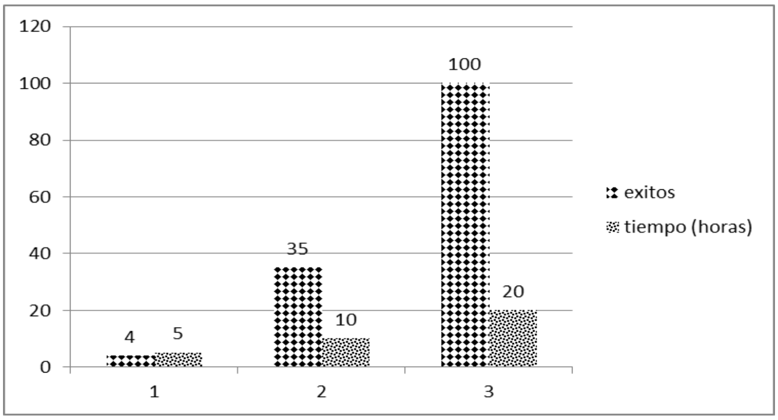


Figura 4: Problemas resueltos con éxito en tres momentos temporales

- El éxito en la resolución de problemas matemáticos empleando las TICS se ha podido organizar en cinco grupos de Docentes, cada uno con el porcentaje presentado en el eje horizontal. Por ejemplo el primer grupo de docentes correspondiente a un 16,67% de problemas resueltos con éxito ha realizado satisfactoriamente en promedio 40 formaciones de alguna representación, 100 tratamientos dentro de un registro de representación y 100 transformaciones entre registros de representación. De manera semejante con cada uno de los otros cuatro grupos presentados en la Figura 5.
- Otro hecho que se ha podido verificar (Ver Figura 5) desde la frecuencia de uso, es que la formación de una representación semiótica válida es más difícil que las transformaciones entre registros de representación, y éstas a su vez más difíciles que los tratamientos dentro de un registro de representación semiótica. En otras palabras, expresadas por los mismos docentes, ellos y ellas han empleado en sus

clases con mayor frecuencia los tratamientos dentro de un registro de representación de manera rutinaria que las transformaciones entre registros semióticos conformes de representación.

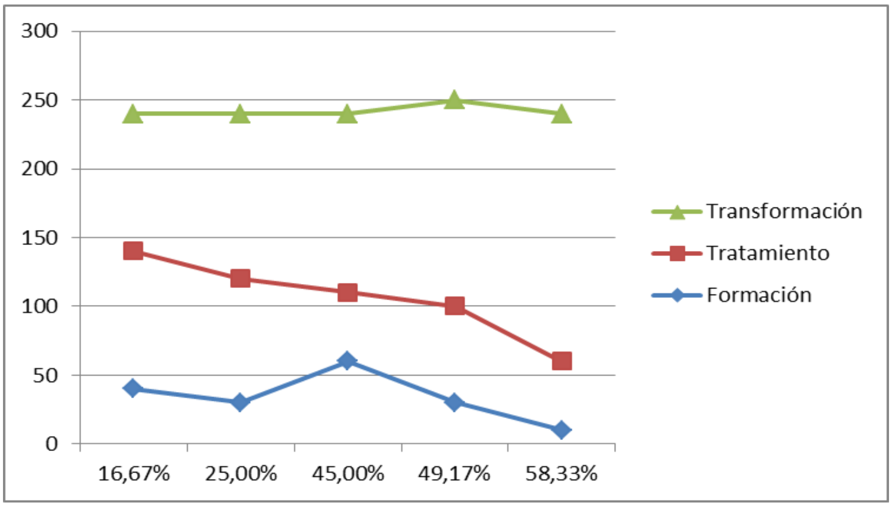


Figura 5: Niveles e Indices de dificultad del empleo de representaciones en resolución de problemas con las TICS

Además se pudo observar que los tratamientos semióticos y las transformaciones entre registros de representación semiótica son dependientes del tipo de problema en cuanto al sistema matemático involucrado, y a las posibilidades semióticas ofrecidas por el software mismo. Pues los docentes preguntaban con frecuencia por registros de representación no posibles en algunos software, lo cual se ha traducido en una variación del índice de dificultad en la resolución de un problema particular.

4. Conclusiones

Unas conclusiones iniciales de lo desarrollado en la primera fase son las siguientes:

En cuanto al primero y segundo objetivos relativos a "Promover el uso de tecnologías digitales en la Educación Matemática" e "Impulsar la formación de profesores de matemáticas en ejercicio en uso de las TICS", se ha podido concluir que:

- En forma permanente, aunque variable de uno a otro docente, resistencia al cambio del lápiz y papel por las tecnologías digitales. Pues, para éste proceso que conduce a una alfabetización tecnológica, no todos los docentes presentan una actitud favorable para asumirla, ni para admitirla como necesaria. La resistencia al cambio ha venido disminuyendo en la medida que se resolvían problemas con éxito por parte de los y las participantes en el proceso.
- El aprendizaje de la información y empleo satisfactorio de las TICS en la resolución de problemas por parte de los y las docentes participantes, ha sido un proceso lento y complejo; pues se ha observado que para el uso satisfactorio de una herramienta computacional se requiere un tiempo largo para su aprendizaje por parte de usuarios poco familiarizados con éstas tecnologías.
- Los y las docentes participantes han demostrado interés por su formación y aprendizajes, así como también han expresado su deseo de profundización y continuación en el proyecto.
- Los directivos de las Instituciones Educativas han mostrado interés por el desarrollo del proyecto y han estado de acuerdo en la necesidad de mejorar la infraestructura tecnológica de las instituciones.
- La Universidad del Tolima ha demostrado, desde la Licenciatura en Matemáticas, la necesidad de desarrollar este proyecto en sus tres fases y de implementarlo en todas las instituciones del Departamento del Tolima.

En cuanto al tercer objetivo "Realizar una introducción a algunos métodos computacionales para la enseñanza de las matemáticas" se ha podido concluir lo siguiente:

- La formación de una representación es un proceso difícil.

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.65-87

- El tratamiento de una representación dentro de un registro de representación es un proceso que se había realizado de forma "mecánica" o "algorítmica" y rutinaria en las clases por parte de los Docentes, sin embargo el alcance cognitivo del tratamiento de las representaciones era en parte desconocido por los participantes.
- La transformación de una representación desde un registro a otro es un proceso que se había realizado en las clases de matemáticas de forma rutinaria; sin embargo, el uso de las TICS ha permitido observar su potencialidad, no solo estática, sino dinámica, al permitir observar de manera directa e inmediata los cambios generados en un registro de representación (por ejemplo el gráfico), a partir de los cambios generados en otro(s) registro(s) (por ejemplo tabular y simbólico específico).
- Resolver problemas con comprensión desde la manipulación de representaciones, es un proceso que requiere modificar las preguntas en el aula de clase de matemáticas y modificar los roles de los profesores en el aula de clase.
- Resolver problemas exitosamente con las TICS es un proceso que requiere un entrenamiento profundo y riguroso por parte de los Docentes, lo cual hace que sus avances sean lentos.
- Los tipos de representación empleados, así como los tratamientos y transformaciones semióticos en la resolución de problemas matemáticos, dependen tanto del tipo de sistema matemático involucrado (PS1, PS2, PS3, PS4, PS5), como de la herramienta usada para la resolución del problema (S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S8, S9, S10).
-

Referencias bibliográficas

Abelson, H., y diSessa, A. (1986). *Geometría de Tortuga*. Madrid: Anaya Multimedia S. A.

Allan, B. (1985). *Introducción al Logo.* Madrid: Díaz de Santos, S. A.

Arias, J. y Bélanguer, J. (1988). *Manual de programación en logo para enseñanza básica*. Madrid: Anaya Multimedia.

Bisquerra, R. (1989). Métodos de investigación educativa: guía práctica. Barcelona: CEAC S.A.

Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva de la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*. Disertación Doctoral no publicada. Barcelona, Universidad Autónoma de Barcelona.

Bosh, M. y Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématica aux ostensifs. Object d'etude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19(*1), 77-124.

Brown, T. (1996). The phenomenology of the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 31*, 115-150.

Brown, T. (1997). *Mathematics Education and Language. Interpreting Hermeneutics and Post-Structuralism.* Dordrecht: Kluwer.

Castro, E. y Castro E. (1997). Representaciones y modelización. (pp. 95-124). En L. Rico (Coord.) *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12(*1), 73 112.

Cruz, M. (2012). Web 2.0 ¿Reconfiguración social o tecnológica? Recuperado de http://www.maestrosdelweb.com/editorial/web-20-¿reconfiguracion-social-o-tecnologica/

Contreras, M. (2010). La competencia matemática con la calculadora Classpad330. *Epsilon. Revista de Educación Matemática*, 76, 9-32.

diSessa, A. (1995). Computers and exploratory learning. Springer.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos de aprendizajes intelectuales.* Cali: Universidad del Valle.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et penseé humaine*. Berna: Peter Lang S.A.

Eduteka (2012) Scratch en la Educación Escolar. Rescatado de http://www.eduteka.org/modulos.php?catx=9&idSubX=278.

Ernest, P. (1997). *Social constructivism as a philosophy of mathematics.* Albany: State University of New York.

Font, V. (2001). Representation in Mathematics Education. *Philosophy of Mathematics Education Journal, 14*, 1-35.

Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: D. Rediel.

Goldin, G. (1998). Representational Systems, Learning, and Problem Solving in Mathematics. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(2), 137-165.

Hernández, J. L. (2010). GeoGebra, un cambio radical en el entorno del aprendizaje. *Epsilon. Revista de Educacion Matemática, 74*, 53-65.

Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992). Learning and Teaching with understanding. (pp. 65-99). En D. A. Grows (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: MacMillan Publishing Company.

Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992). Learning and Teaching with understanding. (pp. 65-99). En D. A. Grows (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: MacMillan Publishing Company.

Hitt, F., Martínez, A. y Chávez, H. (1995). *LOGO construcción de conceptos matemáticos*. Mexico: Cinvestav-IPN.

Hoyles, C. (1992a). *Learning mathematics and logo.* The MIT Press.

Hoyles, C. (1992b). Logo mathematics in the classroom. Routledge.

Hoyles, C. (1998). *Rethinking the Mathematics* Cirriculum. Routledge.

Hoyles, C. (2010a). *Mathematics Education and Technology-Rethinking Terrain.* Springer.

Hoyles, C. (2010b). Improving Mathematics at work: The need for Techno-Mathematical Literacies (Improving learning). Routledge.

Janvier, C. (1987b). Representation and Understanding: The notion of function as an example. (pp. 67-71). En C. Janvier (Ed.) *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, New Jersey:

Lawrence Erlbaum Associates.

Kant, E. (1978). *Crítica de la razón pura.* Madrid: Alfaguara.

Kaput, J. (1991). Notations and Representations as Mediators of Constructive Processes. (pp 53-74). En E. Von Glasersfeld (ed.) *Radical constructivism in mathematics education.* Dordrecht: Kluwer.

Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. (pp. 515-556).En D. Grows (Ed.), *Handbook of Research on mathematics teaching and learning.* New York: Mac Millan.

Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias, 7*, 229-240.

Kilpatrick, J. (2010). *Meaning in mathematics Education*. Springer.

Mandelbrot, B. (1983). *The fractal geometry of nature.* NY: W. H. Freeman and Company.

Mandelbrot, B. (1988). *Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión*. Barcelona: Tusquets Editores.

MEN (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas en Colombia*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

MEN (1999). *Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas. Apoyo a los lineamientos curriculares*. Bogotá: Punto EXE Editores.

MEN (Ed.) (2004). *Tecnología informática: Innovación en el currículo de matemáticas de la educación básica secundaria y media.* Bogotá: MEN.

MEN. (2012). *Estándares básicos de competencias en matemáticas.* Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665 /articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Noss, R. (1996). *Windows on Mathematical meanings: Learning Cultures and computers*. Kluwer Academic Publishers.

Papert, S. (1982). *Desafío a la mente*. Buenos Aires: Ediciones Galápago.

Proyecto Aurora (2012). On line proyect collaboration tools. Recuperado de http://proyectoaurora.com/16631/google-docs/.

Prudencio, M (2012). Una herramienta lúdica de iniciación a la programación.

Recuperado de http://www.linux-magazine.es/issue/28/078-082_ScratchLM28.crop.pdf.

Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. (pp. 61-94). En L. Rico (Coord.) La *Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria.* Barcelona: Horsori

Radford, L. (1998). On signs and representation. A cultural account. *Scientia Pedagogica Experimentalis, 35*(1), 277-302.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA, 4*(1), 1-14

Skemp, R. (1986). *The psychology of learning of mathematics.* Harmondsworth: Penguin Books.

Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher, 26*(3), 9-15.

Soto, F., Mosquera, S. y Gómez, C. (2005). La caja de polinomios. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria 13*(1).

Van Der Henst, C. (2012). ¿Qué es la Web 2.0? Recuperado de http://www.maestrosdelweb.com/editorial/web2/.

Vergnaud, G. (1990b). Epistemology and psychology of mathematics education. (pp. 14-30).En P. Nesher & J. Kilpatrick (eds.) *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Cambridge: Cambridge University Press.

Cómo citar este artículo:

Villarraga, M.E., Saavedra, F., Espinosa, Y., Jiménez, C., Sánchez, L. y Sanguino, J. (2012). *Acercando al profesorado de matemáticas a las TIC para la enseñanza y aprendizaje. EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, 1*(2), 65-88.

edmetic
Revista de Educación Mediática y TIC

La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos

The importance of visualization in learning mathematical concepts

Fecha de recepción: 16/07/2012
Fecha de revisión: 02/09/2013
Fecha de aceptación: 10/09/2012

La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos

The importance of visualization in learning mathematical concepts

Stella Nora Gatica[1] & Oscar Enrique Ares[2]

Resumen:
En los últimos tiempos, el estudio de la visualización en el pensamiento matemático es objeto de numerosas investigaciones, en parte, posiblemente, debido al surgimiento de la computadora como un recurso didáctico para la comprensión de conceptos matemáticos. Este trabajo tiene como objetivo reflexionar sobre la importancia de poder relacionar e interpretar imágenes visuales (utilizando manipulables virtuales) con la información que está dada en forma simbólica. Presentamos una propuesta didáctica para la comprensión del concepto de exactitud del método de Simpson utilizándose la interfase gráfica de MATLAB, GUI (graphical user interface), la cual fue puesta en práctica con alumnos de la asignatura Cálculo Numérico de la carrera Ingeniería Electrónica. El uso reflexivo y creativo de las nuevas tecnologías permiten dar un significado concreto a las nociones matemáticas. Por esta razón es necesario el diseño de nuevos materiales utilizando esta nueva metodología, donde muestren su uso efectivo en el aula. Del análisis realizado en la evaluación escrita y en el examen parcial de la asignatura, observamos que esta nueva metodología permite afianzar la comprensión y fijar el concepto con mayor facilidad a los que se someten a la enseñanza predominantemente algorítmica.

Palabras claves: aprendizaje; enseñanza; tecnologías de la información y de la comunicación; elaboración de medios de enseñanza; universidad.

Abstract:
In recent times, the study of the display in mathematical thought is the subject of numerous investigations, in part, possibly due to the emergence of the computer as an educational resource for the understanding of mathematical concepts. This work aims to reflect on the importance of being able to relate and interpret visual images (using manipulable virtual) with the information that is given in symbolic form. We present a didactic proposal for the understanding of the concept of the accuracy of the Simpson's method using the graphical interface of MATLAB, GUI (graphical user interface), which was implemented with students from the subject numerical calculation of the career Electronic Engineering. Use

[1] Universidad Nacional de San Luis – Argentina. nimberti@fices.unsl.edu.ar
[2] Universidad Nacional de San Luis – Argentina. oares@fices.unsl.edu.ar

reflective and creative of the new technologies, allow give concrete meaning to the mathematical notions. For this reason it is necessary to design of new materials using this new methodology, where show their effective use in the classroom. The analysis made in the written assessment and in the partial examination of the subject, we note that this new methodology allows you to strengthen the understanding and establish the concept more easily to those who undergo the teaching predominantly algorithmic.
Key words: learning; teaching; technologies of the information and of the communication; production of means of education; university.

1. Introducción

La evolución que ha experimentado el software matemático, especialmente en la última década, nos ofrece nuevas formas de enseñar, aprender y hacer matemáticas. Sorprendentemente, en muchas de las universidades argentinas esta posibilidad no ha supuesto cambios significativos en la didáctica de las asignaturas de esta área de conocimiento, entre ellas, Análisis y Métodos Numéricos.

La enseñanza de esta asignatura se realiza esencialmente en un solo registro semiótico: el algebraico, formal y abstracto, relegando a un segundo plano, apenas auxiliar a los otros registros y eliminando las posibilidad de explorar, comprobar y refutar hipótesis, verificar numéricamente utilizando herramientas y estrategias didácticas computacionales.

Entre las herramientas tecnológicas y didácticas que permitirían mejorar la enseñanza de los conceptos se hallan las que permiten la visualización y la posibilidad de utilizar varios registros semióticos -gráfico, geométrico, numérico, simbólico- coordinados.

Desde otra perspectiva, durante el desarrollo de las ciencias matemáticas se han formalizado los conceptos matemáticos en definiciones rigurosas sin tener en cuenta las representaciones gráficas o las definiciones informales, en la mayoría de los casos.

Sin embargo, de acuerdo a Duval (1998), para favorecer el aprendizaje, los profesores deben proponer actividades de conversiones entre diferentes registros de representación semiótica, aunque Artigue (1995) establece que se ha comprobado que la enseñanza de las matemáticas tiende a centrarse en una práctica algorítmica y algebraica y a evaluar sobre las competencias adquiridas en este dominio sin proponer a los estudiantes conversiones entre registros.

Diversas investigaciones (Hitt, 1998a, 1998b; Duval 1998; Fabra y Deulofeu, 2000; Gatica y otros, 2002, Villalobos y Farfan, 2001; etc.) han comprobado la importancia de la articulación entre diferentes registros de representación. Pero también estos estudios manifiestan que los alumnos, tanto de escuela secundaria como universitaria, no son capaces de lograr estas relaciones entre varios registros de representación.

Esta situación se agudiza en los alumnos de Ingeniería, ya que en las materias de la especialidad, el uso que se le da a los conceptos como modelos matemáticos, cumplen con objetivos muy diferentes; por un lado, en los procesos de resolución, se requiere de implementar métodos numéricos y gráficos y por otro, cuando se tiene una solución algebraica el principal interés reside en estudiar el comportamiento (por ejemplo de funciones) por medio de su representación gráfica identificando los parámetros involucrados en la misma.

En la mayoría de los casos, estas actividades resultan ser difíciles para los alumnos, ya que para poder realizar estas articulaciones, los estudiantes necesitan recurrir a la visualización. La visualización no puede ser entendida como el simple acto de ver, sino como "la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende" (Cantoral y Montiel, 2001: 24).

En los últimos tiempos, el estudio de la visualización en el pensamiento matemático es objeto de numerosas investigaciones, en parte, posiblemente, debido al surgimiento de la computadora como un recurso didáctico para la comprensión de conceptos matemáticos.

En la visualización se utilizan matemáticas relacionadas con el campo de lo numérico, gráfico, algebraico, verbal y también de lo gestual. De esta manera, la visualización opera con el funcionamiento de las estructuras cognitivas, las relaciones entre las diversas representaciones de un objeto matemático y además intervienen en una determinada cultura.

La visualización no es más que un medio con el que cuenta el alumno para poder realizar un mejor entendimiento. Cuando nos referimos a visualizar un concepto, estamos hablando de comprender un concepto a través de una imagen visual.

Los profesores debemos ser conscientes de esta problemática por lo que en la organización de las clases, deberíamos priorizar actividades en los que los alumnos deban realizar conversiones entre registros (principalmente entre el gráfico y simbólico).

Pero muchas veces, necesitamos de herramientas que ayuden a la visualización de los conceptos, como es el caso del uso de la computadora para aprovechar el dinamismo que ofrece y favorecer actividades de manipulación.

Spicer (2000) define Manipulables Virtuales como representaciones digitales de la realidad posibilitadas por los computadores, y que el estudiante puede también manipular con el mismo objetivo de los primeros. Los manipulables virtuales tienen además la capacidad de hacer visible lo que es difícil de ver e imposible de imaginar" (Spicer, 2000: .7). Estas herramientas ayudan al estudiante a construir su propio conocimiento y a la vez posibilita la conversión entre registros (simbólico y gráfico).

2. Estado del arte

Surgió en la década de los 60, una tendencia pedagógica denominada Tecnología Educativa, siendo su centro de interés la elaboración de una ''tecnología de la instrucción'' similar al concepto de tecnología de la producción material, por ello la atención se dirigió a los métodos y medios mas que a los contenidos. Estas tecnologías educativas estuvieron fuertemente determinadas por el conductismo.

Las generaciones siguientes de aplicaciones enseñantes desarrolladas en computadoras recibieron la influencia de la Psicología Cognitiva y la Inteligencia Artificial surgiendo una nueva generación de software educativos denominada 'Instrucción Inteligente Asistida por Computadora'.

Diferentes grupos de investigadores en diferentes campos, se han ocupado de estudiar el campo de la percepción visual, al que han referido con distintos nombres 'imaginación visual', 'percepción visual', 'visión espacial, 'visualización'. En didáctica de las matemáticas los términos utilizados son 'visualización' o 'visualización espacial'.

La visualización espacial ha recibido mucha atención como tema de investigación en Educación Matemática (Bishop, 1989). Se trata de evaluar los procesos y capacidades de los sujetos para realizar ciertas tareas que requieren "ver" o "imaginar" mentalmente los objetos matemáticos o geométricos.

En el contexto de las matemáticas Presmeg (1987), ha clasificado distintos tipos de imágenes mentales: imágenes concretas pictóricas, imágenes de formulas, imágenes de patrones, imágenes cinéticas, imágenes dinámicas, teniendo presente que el elemento básico de todas las concepciones de percepción visual son las imágenes mentales.

La mayoría de los teoremas y definiciones de Análisis Matemático, Álgebra Lineal y Métodos Numéricos admiten representaciones graficas o geométricas que permiten visualizar el contenido abstracto y formal de las ideas y conceptos involucrados. Estas representaciones ofrecen gran riqueza de contenido visual y son esenciales para construir una imagen conceptual del tema en estudio.

En investigación educativa se destacan por sus aportes teóricos a la temática de visualización, Hitt (1998a, 1998b), Tall y Vinner (1981), Cantoral y Montiel (2001), Duval (1998) entre otros.

3. Planteo del problema

En los contenidos del curso *Análisis y Métodos Numéricos* de la carrera Ingeniería Electrónica, se encuentra el tema *Exactitud de los Métodos de Integración* que pertenece a la unidad didáctica diferenciación e integración numérica.

En los libros de textos, tales como Mathews y Kurtis (2005) y Durán y Rossi (2004), se plantea una secuencia didáctica, que consiste en:

a) definir exactitud

b) determinar la exactitud de los métodos del trapecio y Simpson.

De la experiencia como docentes responsables del curso, observamos, que para los alumnos no es fácil la comprensión y en mayor medida la fijación del concepto de exactitud del método de Simpson, por lo que, en este trabajo, se propone una metodología utilizando la interfase gráfica de Matlab, Gui (graphical user interface).

Específicamente, el problema de exactitud en la regla de Simpson es un método numérico de integración que aproxima mediante interpolación cuadrática, pero curiosamente tiene exactitud tres.

4. Formula de Simpson Cerrada

Las reglas de integración numérica o de cuadratura, consisten en reemplazar la función a integrar por un polinomio, apoyado en el hecho básico, que toda función continua puede aproximarse por un polinomio (teorema de Wierstrass), y estos son fáciles de integrar.

En símbolos: dada $f \in C[a,b]$ se aproxima el valor $\int_a^b f(x)dx$ por $\int_a^b p(x)dx$

donde p es un polinomio suficientemente próximo a f.

La forma práctica de construir reglas de integración, consiste en elegir un polinomio aproximante que **interpole a f**, en (n+1) puntos. Esto es, se eligen x_0, x_1, x_2,…,x_n y se halla el único polinomio de grado n que verifica $p_n(x_j) = f(x_j)$ con j=0,1,2, . . . n.

4.1. Fórmula de Simpson simple cerrada

Si en el intervalo [-1,1], elegimos una distribución nodal {-1, 0, 1}, y para el polinomio interpolante ($p_n(x_j) = f(x_j)$) de grado dos $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$, se determinan los coeficientes resolviendo un sistema de ecuaciones lineales.

Así, la regla de Simpson se obtiene de integrar el polinomio de Lagrange de segundo grado sobre [a,b] con nodos $x_0 = a$, $x_2 = b$ y $x_1 = a + h$, donde $h = (b - a) / 2$.

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b))$$

a = -1; b= 2; h= 1.5. En color azul el polinomio cuadrático interpolante, en color verde la función f definida en [-1,2].

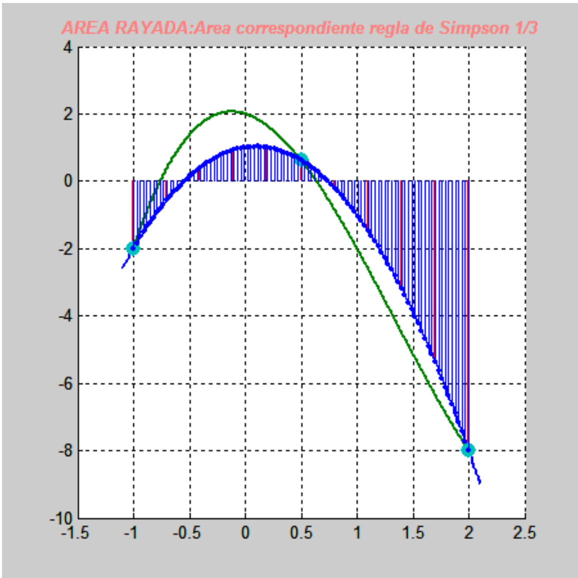


Figura 1: Área correspondiente a la regla de Simpson

Fuente: Elaboración propia

4.2. Exactitud de la fórmula de Simpson simple cerrada

Diremos que una regla de cuadratura tiene *grado de exactitud* $M \geq 0$ si halla exactamente la integral de cada polinomio de grado $\leq M$, pero no halla exactamente la integral de algún polinomio de grado $M+1$.

Es fácil entender, que la regla de Simpson coincida exactamente con la integral de un polinomio de grado dos, puesto que el polinomio interpolante y la función a integrar son curvas que coinciden exactamente.

Según el grado de exactitud definido la regla de Simpson tiene grado de exactitud 3. Este es el **hecho notable,** a ser visualizado didácticamente, según un registro gráfico.

Matemáticamente, es fácil su verificación:

$\int_{-1}^{1} x^3 dx = 0$ es el resultado exacto, mientras la regla de Simpson $\frac{2}{6}((-1)^3 + 4(0)^4 + 1^3) = 0$ da exactamente el mismo resultado. Se hace notar que basta tomar solo los polinomios de la base canónica.

$\int_{-1}^{1} x^4 dx = \frac{2}{5}$ mientras el cálculo según la regla de Simpson es $\frac{1}{3}((-1)^4 + 4(0)^4 + 1^3) = \frac{2}{3}$ y no coinciden los resultados. Por lo tanto, el grado de exactitud es tres.

El problema didáctico es la **visualización** que permitirá una comprensión, del hecho que el área subtendida por un polinomio de grado 3(tres), coincida exactamente con uno de grado dos, interpolante sobre tres nodos uniformemente distribuidos.

En este trabajo se ha pretendido una ampliación extendiendo la aplicación de la regla de Simpson simple a cualquier otra función, que puede definir el alumno, conjuntamente con un intervalo cerrado arbitrario. Esto permite una gran interactividad, conjuntamente con la visualización del proceso que compara paso a paso el resultado exacto con la aproximación dada por la regla de Simpson simple.

Para un intervalo [a, b] la fórmula de Simpson simple cerrada, es;

S(*f*) =(*b* - *a*)/6 * [*f*(*a*) + 4*f*((*a* + *b*)/2) + *f*(*b*)].

5. Objetivos

El análisis del presente estudio se focaliza más en los fenómenos ligados al aprendizaje. Nos centramos específicamente en mostrar una propuesta didáctica de este tema, utilizando manipulables virtuales, donde los alumnos puedan visualizar la conversión entre dos sistemas de representación, el gráfico y el algebraico.

De acuerdo a Duval (1998) consideramos que es fundamental para la comprensión de los objetos matemáticos distinguir un objeto matemático y su representación. Desde esta perspectiva, la comprensión de un concepto se logra si se utilizan diferentes registros de representación.

Se recurre a un nuevo registro, un *registro gráfico con animación* que permita comprender el concepto de exactitud y sumarle interactividad, puesto que el alumno ingresará una función de una variable y un intervalo [a, b] arbitrario y observa, con animación gráfica, la aplicación algorítmica del método de Simpson. Específicamente para la exactitud, ingresará una función polinomial de grado tres y podrá visualizar el proceso que iguala la integral exacta con el resultado del método numérico que utiliza un polinomio interpolante de grado dos. Debe ingresar también un polinomio de grado cuatro para ver, que no coinciden los resultados, exacto y por cuadratura.

La hipótesis de este trabajo es que las dificultades evidenciadas especialmente en los exámenes finales escritos pueden disminuir si se incorporara a la enseñanza una herramienta tecnológica didáctica orientada a *visualizar* la construcción abstracta de la definición y otros resultados del concepto *Regla de Simpson* con la finalidad de permitir una adecuada construcción de una *imagen conceptual.*

6. Pantalla de la interface gráfica

En la siguiente pantalla es donde el alumno debe ingresar los datos y así poder visualizar el proceso interactivo.

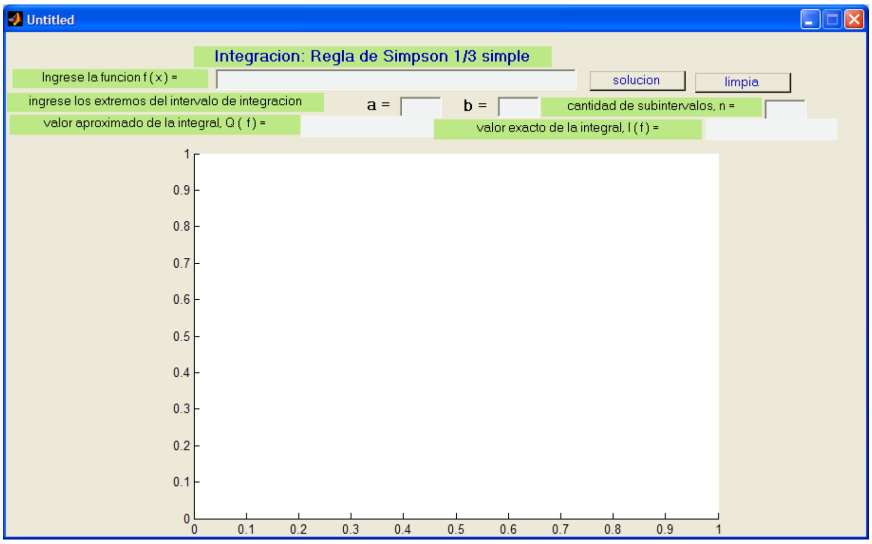


Figura 2: Ingreso de los datos

Fuente: Elaboración propia

6.1. Verificación interactiva de la exactitud de la regla de Simpson

En el edit text de pantalla, correspondiente a 'ingrese la función f(x)', el alumno ingresa un polinomio cúbico, por ejemplo x^3 – 4*x + 4. A continuación se ingresan los extremos del intervalo de integración, ejemplo a=-1, b=2, fijando como cantidad de subintervalos n=1. Se pulsa el botón solución.

A medida que se desarrolla el proceso podemos cotejar el valor numérico de la regla de Simpson_simple, en pantalla, valor aproximado de la integral, correspondiente a la curva cuya área subtendida aparece rayada, versus, el valor exacto, en pantalla, el edit text 'valor exacto de la integral'.

Presentamos las pantallas y tareas con que se encontraron los alumnos en esta secuencia.

6.2. Pantalla con datos ingresados y representación grafica de la función

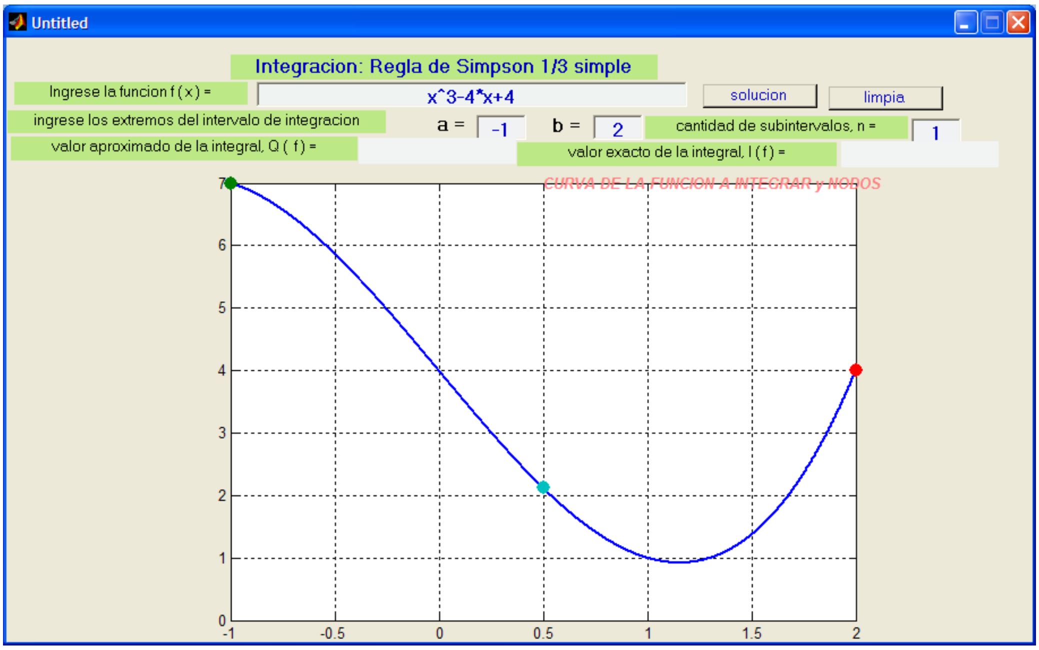


Figura 3: Representación gráfica

Fuente: Elaboración propia

6.3. Pantalla con graficas y valores numéricos

Se observa la gráfica de la función f (polinomio cúbico), color verde, y polinomio interpolante de segundo grado (color azul) y los valores numéricos de la cuadratura, regla de Simpson y el valor exacto de la integral en cada paso de esta representación.

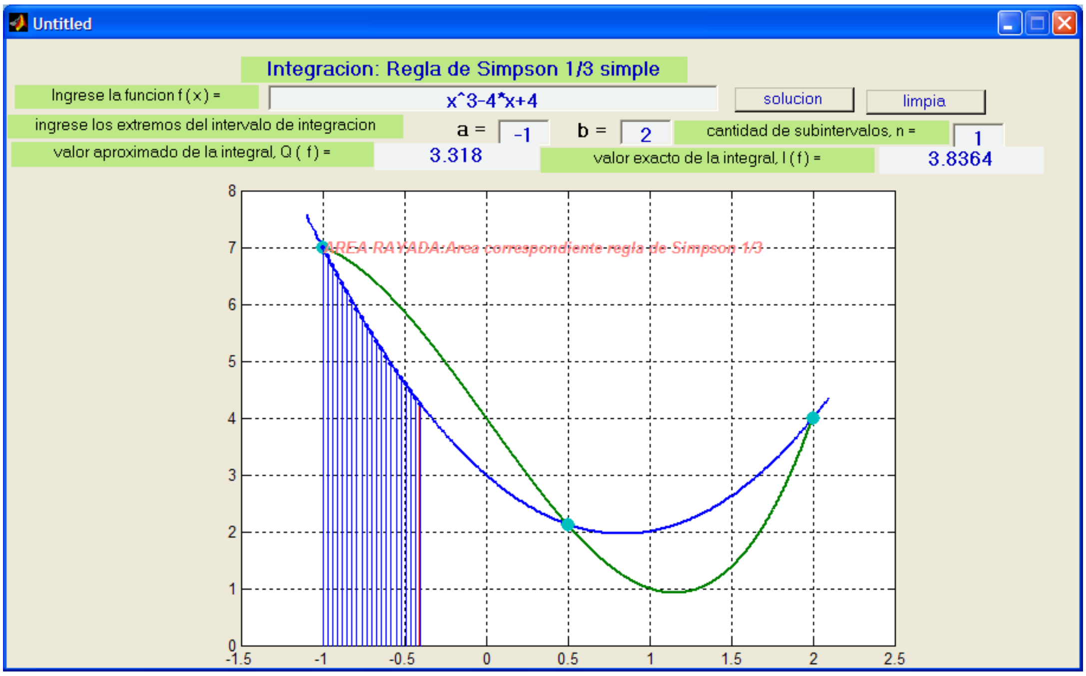


Figura 4: Representación gráfica y valores numéricos

Fuente: Elaboración propia

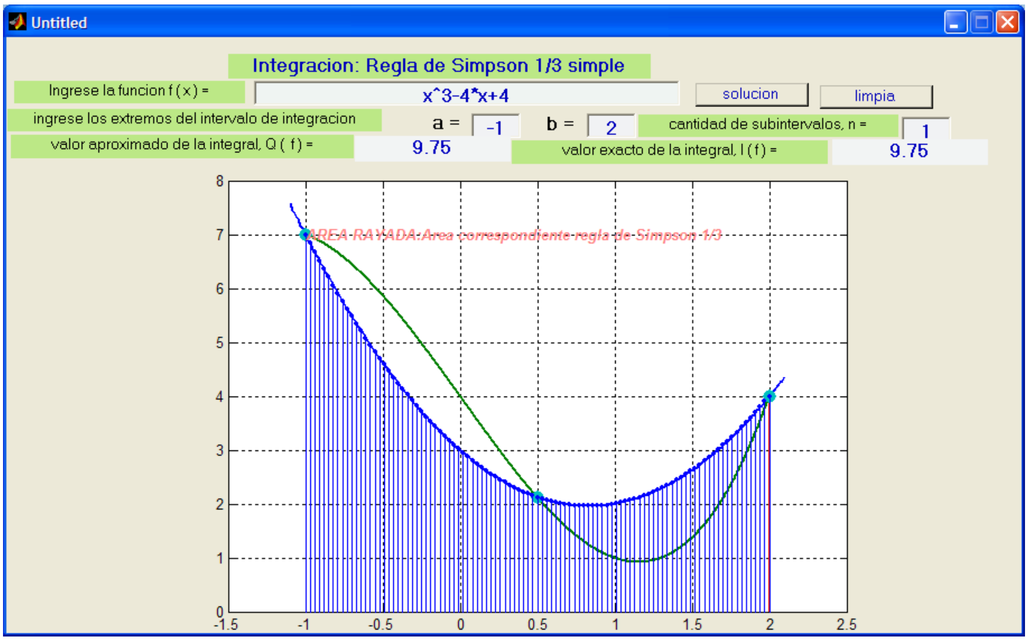


Figura 5: Representación gráfica y valores numéricos

Fuente: Elaboración propia

Finalmente comprobamos, que aunque sorprendentemente las curvas del polinomio cúbico y cuadrático son obviamente diferentes, el **área subtendida por ambas coincide**, en este caso en el valor 9,75.

Se ingresa ahora un polinomio de cuarto grado.

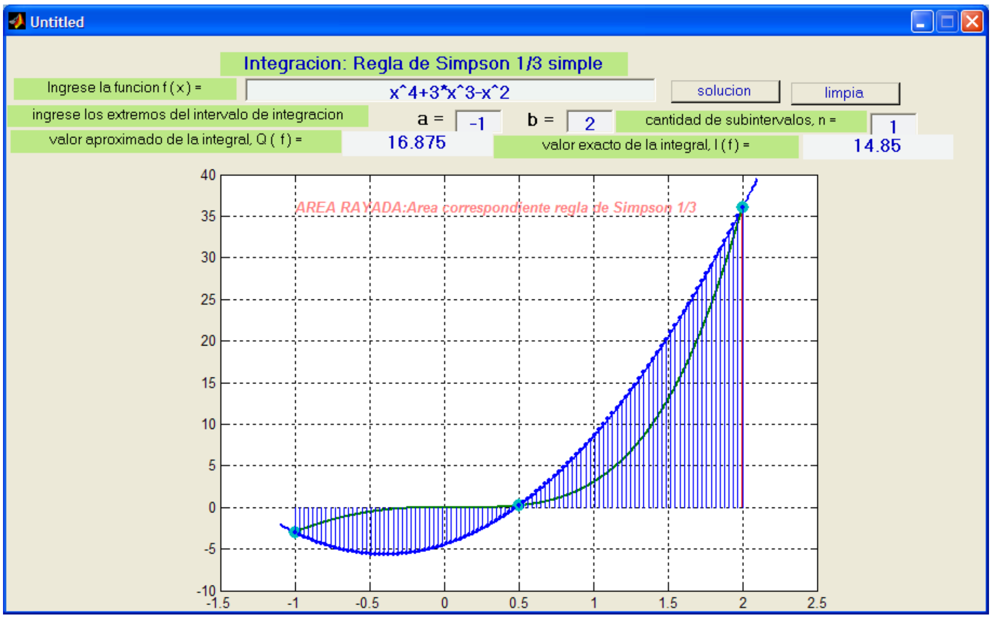


Figura 6: Representación gráfica del área

Fuente: Elaboración propia

No coincide el valor dado por la regla de Simpson con el valor exacto de la integral en consecuencia, la exactitud es **tres.**

7. Materiales y métodos

En el tercer año consecutivo de dictado de la asignatura se ha ensayado, utilizando los programas elaborados en los dos años anteriores, con la interfase grafica de Matlab Guide, una nueva metodología para explicar conceptos y métodos numéricos que es la visualización gráfica pero sumándole la posibilidad de experimentar interactivamente.

En el gabinete de matemática, luego de exhibir a los alumnos la verificación interactiva que se expone a continuación, se elaboró una prueba escrita, previa clase de teoría, con el objeto de evaluar el grado de comprensión del tema. La evaluación escrita consta de las siguientes preguntas que fueron evaluadas:

a) Definición de exactitud
b) Determinar el grado de exactitud, demostrándolo, de la regla del trapecio y la regla de Simpson.
c) Para medir la aceptación y cuanto ayuda en la compresión del tema a los alumnos, se les solicito que fijaran un valor (obviamente subjetivo) en una escalada graduada (0_0.25_0,50_0,75_1), para ponderar esta nueva tecnología educativa.

8. Justificación de las preguntas

a) Definición de exactitud: En la definición están implicados dos términos, la integral exacta aplicada a un polinomio, y la fórmula del método numérico involucrado aplicado a ese polinomio. Y se deben computar ambos para establecer si son iguales. Justamente la visualización permite ´´ver´´ los valores de las áreas involucradas (integral exacta y el método numérico) y por ejemplo convencerse de la igualdad cuando se ingresa un polinomio cúbico o de grado menor a tres. Este proceso de imágenes permite **comprender** la formulación abstracta.

b) Determinar el grado de exactitud, demostrándolo, de la regla del trapecio y la regla de Simpson: Esta pregunta se corresponde con la **aplicación** de la pregunta anterior pero a los distintos métodos numéricos de integración.

c) La última pregunta es la valoración personal y obviamente subjetiva del alumno de la visualización gráfica cuando intenta responder los ítems a y b.

9. Resultados

Respondieron estas preguntas 7 alumnos (50% del total del curso)

Resolvió bien	4 alumnos
Parcialmente bien	2 alumnos
No resolvió	1 alumno

Tabla 1: Respuesta de los siete alumnos. Fuente: Elaboración propia

Definición de los términos utilizados en la tabla anterior y están definidos para este contexto:

Resolvió bien: significa respuesta correcta en todos los términos a lo solicitado.

Parcialmente bien: significa dos posibilidades de análisis a) sin completar y b) error en la respuesta.

Se ilustrará este término analizando sintéticamente el único caso de esta muestra.

No resolvió: Cuando no hay respuestas en ningún ítem.

El promedio de los valores asignados sobre la ayuda de la visualización a la comprensión es significativamente alto: 0,5.

10. Evaluación de las respuestas

Es sorprendente la cantidad de respuestas, que corresponden al ítem resolvió "bien".

En dos casos, al demostrar que el método un Simpson tiene exactitud tres, los alumnos, no verificaron la desigualdad $\int_{-1}^{1} x^4 dx \neq \frac{2}{6}(f(-1)+4f(0)+f(1))$, que implica la no compresión completa de la definición, a pesar de que en el proceso de visualización, aparece claramente la desigualdad. Una tentativa de explicación de error, es que la exhibición de la GUI, se realizó una sola vez cargando funciones que son polinomios de grado cuatro. Lo que implica que se deben realizar al menos dos exhibiciones de un determinado proceso.

Como una actividad de la segunda evaluación parcial se preguntaron las ítems a) y b) y la respuesta **fue correcta en el 95% de las pruebas**.

11. Discusión

El uso reflexivo y creativo de las nuevas tecnologías permite dar un significado concreto a las nociones matemáticas. Por esta razón es necesario el diseño de nuevos materiales utilizando esta nueva metodología, donde muestren su uso efectivo en el aula.

El poder someter a la verificación interactiva los resultados predichos por la teoría, permiten afianzar la comprensión y fijar el concepto, tal como queda demostrado en la evaluación escrita, al final de la secuencia didáctica y en la evaluación del examen parcial de la asignatura.

La explicación a estos resultados, hipotéticamente, es que el conocimiento definitivamente se aprehende cuando ha sido puesto en juego.

La poca frecuencia con que se recurre al registro gráfico en las actividades áulicas impide que a menudo que los alumnos no puedan visualizar ni interpretar los resultados, lo que dificulta ser consciente de algunos resultados a los que se alcance. Los estudiantes se apoyan en el registro algebraico en los que confían plenamente sin llegar a saber que representación gráfica tienen los resultados obtenidos.

Este estudio es de carácter exploratorio (aunque ya ha sido modificado luego de dos años consecutivos), por lo que, de acuerdo al análisis de la propuesta, será reformulada y mejorada en ciclos posteriores.

Es primordial que los profesores, aunque ya sea en un nivel universitario avanzado, utilicemos estas herramientas para ayudar a los alumnos a visualizar los conceptos y a comprobar los resultados obtenidos en la realización de sus trabajos prácticos. El uso reflexivo y creativo de las nuevas tecnologías permiten dar un significado concreto a las nociones matemáticas por lo que

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.88-107

el diseño de nuevos materiales utilizando esta nueva metodología, donde muestren el uso efectivo en el aula, es sumamente importante.

Podemos afirmar a modo de conclusión que ésta nueva metodología, al menos en este tema, da buenos resultados.

Referencias bibliográficas

Artigue M. (1995). Ingeniería didáctica. (pp. 33-61).En P. Gomez (Ed.). *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* México. Grupo Editorial Iberoamérica.

Bishop (1989). *Matemática y Educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Ed. Graó. Barcelona.

Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: visualización y pensamiento matemático*. México: Prentice Hall & Pearson Educación.

Durán R. y Rossi J. (2004): Elementos de Cálculo Numérico. Editorial Pearson.

Duval, R. (1998). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento.* (pp. 173-201. En F. Hitt (ed.*). Investigaciones en Matemática Educativa II*. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav. México.

Hitt, F. (1998a). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos. (pp.245-264). En F. Hitt (Ed.) *Investigaciones en Matemática Educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Hitt, F. (1998b). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículo. Revista *Educación Matemática*, *10*(2), 23– 45,

Fabra M. y Deulofeu J. (2000). Construcción de gráficos de funciones: Continuidad y prototipos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 3* (2), 207-230.

Gatica N., Tauber L. y Ruiz F. (2002). Registros de representación puestos en juego en el concepto de función: un estudio en estudiantes ingresantes a la carrera de ingeniería. (pp.417-430). En M. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Eds.). *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales.* Universidad de Alicante (España).

Mathews J. y Kurtis D. (2005). *Métodos numéricos con Matlab*. Madrid: Editorial Pearson.

Presmeg, N. C. (1987). Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from psychology. In A. Gutiérrez and P. Boero (eds.). *Handbook of research on the psychology of mathematics education*. Dordrecht: Sense Publishers.

Spicer, J. (2000). *Los manipulables en la enseñanza de las Matemáticas.* Recuperado de http://www.eduteka.org/Manipulables.php.

Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*, 151–69.

Villalobos A. y Farfan R. (2001. Identificación de obstáculos en la construcción de gráfica de funciones. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 14*, 396-399.

Cómo citar este artículo:

Gatica, S. N y Enriquez Ares, O. (2012). La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, 1*(2), 88-107.

edmetic

Revista de Educación Mediática y TIC

Influencia de la representación de las cantidades en la resolución de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo

Influence of quantities representation in solving word problems in the worksheet environment

Fecha de recepción: 01/09/2012
Fecha de revisión: 5/10/2012
Fecha de aceptación: 27/12/2012

Influencia de la representación de las cantidades en la resolución de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo

Influence of quantities representation in solving word problems in the worksheet environment

David Arnau[1]

Resumen:
Hemos llevado a cabo una experimentación en la que pretendíamos observar las consecuencias de enseñar a resolver problemas de manera algebraica en el entorno de la hoja de cálculo a un grupo de estudiantes de primer curso de secundaria que no habían sido introducidos previamente en el mundo del álgebra. En este artículo ofreceremos ejemplos de fenómenos de anclaje en las formas de resolver propias de la aritmética por parte de algunos alumnos cuando resolvían en la hoja de cálculo. Mostraremos cómo estas resoluciones aritméticas se veían influidas por la enseñanza y el entorno dando lugar a: (1) la imposibilidad de introducir una fórmula en una celda que no hubiera sido etiquetada previamente con un nombre propio del espacio semiótico en que se ofrecía el problema; y (2) la aparición de resoluciones con características aritméticas en las que se operaba con lo desconocido.
Palabras clave: resolución de problemas; aritmética; álgebra; hoja de cálculo.
Abstract:
We have carried out an experiment in which we intended to observe the consequences of teaching the algebraic way of solving problems in the spreadsheet environment to a group of secondary school freshmen that had not been previously entered into the realm of algebra. In this paper, we will offer examples of anchoring phenomena in arithmetical methods by some students when solving problems in the spreadsheet. We will show how these arithmetic resolutions were influenced by the teaching sequence and the environment resulting in: (1) the inability to enter a formula in a cell that had not previously been labelled with a name proper to the semiotic space in which the problem has been offered; (2) the emergence of resolutions with arithmetical characteristics in which students operated with the unknown.
Keywords: problem solving; arithmetic; algebra; spreadsheet.

---

[1] Universidad de Valencia. david.arnau@uv.es

1. Introducción

Cuando se resuelve un problema verbal de manera aritmética o algebraica el enunciado del problema es necesario reelaborarlo para crear un nuevo texto en el que se elimina la información no necesaria para alcanzar la solución. En algunos casos este nuevo texto podrá incluir otras situaciones a las descritas en el problema en que aparecerán cantidades y relaciones no mencionadas explícitamente en el enunciado. Todo este proceso se desarrolla dentro de lo que Radford (2002) llama un mismo espacio semiótico.

En el caso de la resolución algebraica, la representación posterior de alguna cantidad desconocida mediante una letra y la asignación a las conocidas de su valor numérico abre un nuevo espacio semiótico donde la historia del problema vuelve a ser contada. En el caso de una resolución aritmética, las cantidades desconocidas se representan mediante números. Estos números se obtienen al realizar operaciones usando cantidades conocidas o desconocidas previamente calculadas, lo que también supone la expresión del enunciado del problema en un nuevo espacio semiótico. A estos procesos les podemos llamar de una manera simplista traducción del problema al lenguaje del álgebra y de la aritmética, respectivamente. Una vez, se inicia la traducción del problema, los razonamientos y diálogos que se pudieran producir entre los sujetos que lo estuvieran resolviendo podrían tomar elementos del espacio semiótico en que se había presentado el problema (el enunciado) y del espacio semiótico al que se está traduciendo para resolverlo (la solución) y ello podría condicionar el proceso de resolución.

Cuando resolvemos un problema en el entorno de la hoja de cálculo debemos trasladar el enunciado (o alguna reelaboración del mismo) a un nuevo espacio semiótico en el que, parafraseando a Radford (2002), todavía se nos contará una historia, pero con la simbología propia de la hoja de cálculo. Una vez el problema (o una parte de él) se reescribe en la hoja de cálculo, los razonamientos y la comunicación que se establezca entre los estudiantes se podrá realizar dentro del espacio semiótico de la hoja de

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.108-126

cálculo y por lo tanto los mensajes generados podrán verse modificados respecto a como lo harían si resolvieran con lápiz y papel. Las diferencias entre los espacios semióticos que se abren al recurrir a una letra (el caso del simbolismo del álgebra), un número (el caso del simbolismo de la aritmética) o una celda (el caso del simbolismo de la hoja de cálculo) para representar a una cantidad desconocida puede dar lugar a distintas formas de relatar la historia que se ofrecía en el enunciado.

Por otro lado, autores como Bednarz y Janvier (1996) o Filloy, Rojano y Rubio (2001) han señalado la dificultad para admitir la posibilidad de operar con lo desconocido por parte de estudiantes recientemente introducidos en el mundo del álgebra. Para evitar esta dificultad los estudiantes suelen recurrir a procedimientos de resolución en los que utilizan el lenguaje de la aritmética, como la propia resolución aritmética o estrategias de ensayo y error (Stacey y MacGregor, 2000); aunque en ocasiones esto provoque no alcanzar soluciones correctas.

Para intentar suavizar la transición entre el uso de la resolución aritmética y algebraica, se han propuesto modelos de enseñanza basados en métodos de resolución en los que se utilizan lenguajes híbridos, como puede ser el método analítico de las exploraciones sucesivas (véase Filloy, Rojano y Rubio, 2001) o la resolución algebraica en la hoja de cálculo (véase, por ejemplo, Dettori, Garuti y Lemut, 2001; Filloy, Rojano y Puig, 2008; o Sutherland y Rojano, 1993). De hecho, desde la aparición de las primeras hojas de cálculo, a principio de la década de los 80, se observó su potencial para la enseñanza de la resolución de problemas verbales:

La hoja electrónica de cálculo puede ser usada para complementar el estudio de los problemas verbales en álgebra, trigonometría y cálculo. Estos problemas pueden ser formulados en la hoja de cálculo usando formatos comúnmente adoptados para obtener soluciones algebraicas. Las capacidades “¿Y si...?” de la hoja de cálculo fomentan la experimentación de ensayo y error, tanto en las resoluciones como al examinar los efectos que los cambios en los parámetros tienen en las soluciones(Arganbright, 1984,:187).

2. Proceso de investigación

2.1. Objetivos

Básicamente la investigación tenía dos objetivos. Por un lado, se pretendía observar si estudiantes sin instrucción previa en álgebra eran capaces de resolver problemas de manera algebraica en el entorno de la hoja de cálculo. Por otro, se pretendía observar la aparición de fenómenos de anclaje a las formas de resolver propias de la aritmética en alumnos que iniciaban el aprendizaje del álgebra; pero en este caso dentro del entorno de la hoja de cálculo.

En este artículo sólo se ofrecerán ejemplos de resoluciones aritméticas que darán cuenta de nuestro segundo centro de interés. Mostraremos casos en los que los estudiantes consideraron necesario construir nombres para las cantidades con la intención de dotar de sentido a la historia del problema en el espacio semiótico de la hoja de cálculo. También ofreceremos ejemplos que pondrán de manifiesto cómo lo que Haspekian (2005) llama carácter híbrido del lenguaje de la hoja de cálculo (un lenguaje a medio camino entre el de la aritmética y el del álgebra) permite la aparición de estrategias de resolución aritméticas en las que no se procede de manera exclusiva de lo conocido hacia lo desconocido.

2.2. Contextualización de la investigación

Cuando se resuelven problemas verbales de manera aritmética, la única forma de referirnos a las cantidades desconocidas que aún no han sido calculadas es recurrir a nombres que les den sentido en el espacio semiótico en que se había expresado el enunciado del problema. Una vez la cantidad desconocida se determine, podremos referirnos a ella mediante un nombre o mediante el valor que se le ha asignado. Cuando se resuelven problema verbales de manera algebraica, siempre es posible referirse a las cantidades desconocidas mediante un nombre (espacio semiótico en que se ofrecía el enunciado) o una letra (espacio semiótico a que se traduce el enunciado). Es justamente esta posibilidad la que permite operar con lo desconocido en un mismo nivel que lo conocido.

Sería posible diseñar un método de resolución algebraico en la hoja de cálculo adaptando las exigencias de la resolución algebraica a dicho entorno. Básicamente, la resolución algebraica de problemas necesita utilizar un lenguaje que permita: (1) expresar simbólicamente lo desconocido para poder operar con cantidades desconocidas y (2) expresar una función veritativa que supondrá la reducción del problema a una ecuación (o sistema de ecuaciones) en que se expresará una misma cantidad (o tantas como ecuaciones) de dos maneras distintas.

En el caso de la resolución algebraica con lápiz y papel estas exigencias se pueden desglosar en una secuencia de pasos ideales que daría origen a lo que se conoce como método cartesiano (en adelante MC) de resolución de problemas:

> 1) “Una lectura analítica del enunciado del problema que lo reduce a una lista de cantidades y de relaciones entre cantidades.
>
> 2) Elección de una cantidad que se va a representar con una letra (o de unas cuantas cantidades que se van a representar con letras distintas).
>
> 3) Representación de otras cantidades mediante expresiones algebraicas que describen la relación (aritmética) que esas cantidades tienen con otras que ya han sido previamente representadas por una letra o una expresión algebraica.
>
> 4) Establecimiento de una ecuación (o tantas como letras distintas se haya decidido introducir en el segundo paso),

igualando dos expresiones, de las que se han escrito en el tercer paso, que representen la misma cantidad.

5) Transformación de la ecuación en una forma canónica.

6) Aplicación de la fórmula o algoritmo de solución a la ecuación en forma canónica.

7) Interpretación del resultado de la ecuación en términos del problema" (Filloy, Puig y Rojano, 2008: 330).

Hemos adaptado el MC, hasta el planteamiento de la ecuación, a las características de la hoja de cálculo para producir un método de resolución algebraico en dicho entorno al que hemos llamado método de la hoja de cálculo (en adelante, MHC). A continuación, ofrecemos el MHC desglosado en una secuencia de pasos ideales:

1) Una lectura analítica del enunciado del problema que lo reduce a una lista de cantidades y de relaciones entre cantidades.

2) La asignación de celdas a cantidades desconocidas y la elección de una única cantidad desconocida representada en una celda de la que dependerán directa o indirectamente el resto de cantidades desconocidas representadas. A esta cantidad la llamaremos cantidad de referencia y a la celda que ocupa, celda de referencia.

3) Representar en las celdas anteriores (excepto en la celda de referencia) fórmulas que describen la relación que esas cantidades desconocidas tienen con otras cantidades.

4) El establecimiento de una ecuación, lo que se hace igualando dos expresiones que representan la misma cantidad.

5) La variación del valor presente en la celda de referencia hasta conseguir que se verifique la igualdad.

6) Interpretación del valor que verifica la igualdad en términos del problema.

Un análisis del MHC nos permite concluir que, efectivamente, puede considerarse una resolución algebraica porque es posible hacer una representación simbólica de las cantidades desconocidas que nos permitirá operar con lo desconocido y porque la resolución del problema se acaba reduciendo al cumplimiento de una función veritativa.

Ahora bien, a diferencia de lo que ocurre cuando resolvemos con lápiz y papel, cuando se resuelven problemas de manera aritmética en el entorno de la hoja de cálculo, las cantidades desconocidas que aún no han sido determinadas, pueden expresarse mediante un nombre con sentido en el espacio semiótico en que se ofrece el enunciado y una representación simbólica en la hoja de cálculo mediante la celda en la que se va a calcular. Esta novedad con respecto a lo que ocurre cuando se resuelve de manera aritmética con lápiz y papel abre nuevas posibilidades tanto en el proceso de resolución como en la forma en que se pueden componer los mensajes en los procesos de comunicación.

2.3. Material y método

Elegimos a 12 estudiantes de primer curso de secundaria (11-12 años) con buen historial académico en matemáticas y que no habían sido introducidos en la resolución algebraica de problemas previamente. La elección de un grupo con estas características respondió a nuestro objetivo de observar fenómenos de anclaje en las forma de resolver de la aritmética.

Diseñamos una secuencia de enseñanza a partir de una propuesta de actividades de Mochón, Rojano y Ursini (2000) para usar la hoja de cálculo dentro de las clases de matemáticas. La enseñanza se desarrolló a lo largo de ocho sesiones de 55 minutos en la que podemos diferenciar tres partes: (1) familiarización con el entorno e introducción de fórmulas (una sesión); (2) generación de secuencias numéricas y actividades de inversión de fórmulas (tres sesiones); y (3) modelo didáctico basado en la división de pasos ideales del MHC y resolución de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo (cuatro sesiones). Durante las sesiones en las que los estudiantes resolvían problemas, se aconsejó que identificaran con un nombre a cada celda que representaba a una cantidad. Además se les indicó que asignaran a las cantidades celdas que estuvieran en una misma columna para conseguir que el número de etiquetas visibles no dependiera de la longitud del nombre que se diera a cada cantidad.

Tras la fase de enseñanza se observaron las actuaciones de parejas de estudiantes cuando se enfrentaban a una prueba formada por cuatro problemas. Tres de estos problemas eran típicamente algebraicos. El cuarto problema (al que hemos llamado *El cine* y que analizaremos posteriormente) puede encontrarse en los manuales escolares tanto en temas de resolución aritmética como de resolución algebraica. La elección de este problema respondió a la intención de observar actuaciones en las que los estudiantes regresaran a formas de resolver propias de la aritmética. Abundado en lo anterior, hemos de señalar que aunque el problema *El cine* es posible resolverlo de manera aritmética, esta opción exige poner en juego cantidades y relaciones no explicitas en el enunciado del problema. En el análisis que realizamos a continuación se pondrá de manifiesto esta afirmación y para ello solicitamos que se preste atención a la cantidad que llamaremos "número de personas si elimináramos el exceso de mujeres" en la segunda lectura analítica.

El cine

> En un cine hay 511 personas. ¿Cuál es el número de hombres y cuál el de mujeres, si sabemos que el de mujeres sobrepasa en 17 al de hombres?

Pondremos de manifiesto las características de este problema describiendo dos lecturas analíticas. La primera lectura analítica supondría reducir el enunciado a las cantidades conocidas: número de personas, *P* (510) y exceso del número de mujeres respecto al número de hombres, *E* (17). Y a las desconocidas: número de hombres, *H* y número de mujeres, *M*. Estas cantidades se relacionarían mediante: $P = H + M$ y $M = E + H$. Como en ambas relaciones hay más de una cantidad desconocida, no podríamos resolver el problema de manera aritmética partiendo de esta lectura.

La segunda lectura analítica supondría reducir el enunciado a las cantidades conocidas: número de personas, P (510); exceso del número de mujeres respecto al número de hombres, E (17); y número de clases de personas, C (2). Y a las desconocidas: número de hombres, H; número de mujeres, M; y número de personas si elimináramos el exceso de mujeres, Pqe. Estas cantidades se relacionarían mediante: $P = Pqe + E$; $Pqe = C \cdot H$ y $M = E + H$. Como existe una relación en que sólo hay una cantidad desconocida (y su determinación produciría que otra u otras relaciones pasarán a tener una única cantidad desconocida, y así sucesivamente) podríamos resolver el problema de manera aritmética usando esta lectura.

A continuación, analizaremos el problema *Los tres amigos* del que, más adelante, ofreceremos resoluciones de los estudiantes.

Los tres amigos

> Tres muchachos ganaron 960 euros. Luis ganó veinticuatro euros menos que Juan y la décima parte de lo que ganó Roberto. ¿Cuánto ganó cada uno?

Una posible lectura analítica supondría reducir el enunciado a las cantidades conocidas: dinero total ganado, T (960); número por el que hay que multiplicar lo que ganó Luis para obtener lo que ganó Roberto, Vlr (10); y dinero de más que ganó Juan respecto al que ganó Luis, Mjl (24). Y a las desconocidas: dinero ganado por Luis, L; dinero ganado por Juan, J; y dinero ganado por Roberto, R. Estas cantidades se relacionarían mediante: $T = L + J + R$; $R = L \cdot Vlr$ y $J = L + Mjl$. Como en las tres relaciones hay más de una cantidad desconocida, diremos que la lectura es algebraica y, en consecuencia, partiendo de esta lectura no podríamos resolver el problema de manera aritmética.

La recogida de datos se realizó mediante grabaciones en vídeo y anotaciones del investigador, a partir de las cuales se obtuvo la transcripción de las sesiones. Por tratarse de una investigación que pretendía observar cierto tipo de actuaciones al resolver problemas, tomamos la decisión de que el investigador tuviera un grado de intervención muy bajo y que los estudiantes se agruparan por parejas para que de esta forma pudiéramos recoger información sobre los procesos cognitivos que se reflejaran en las conversaciones que mantenían.

3. Resultados

3.1. La aparición de cantidades desconocidas al mismo nivel que las conocidas en resoluciones con características aritméticas

Ya hemos señalado que cuando se resuelven problemas en el entorno de la hoja de cálculo es posible referirse a cantidades desconocidas que aún no han sido determinadas. Al hacer esto podemos alterar el orden del discurso tal y como se presentaría en una resolución aritmética que sólo usara el lenguaje de la aritmética. Esto puede dar lugar a resoluciones con características aritméticas en las que no se vaya exclusivamente desde las cantidades conocidas hacia las desconocidas.

En el siguiente fragmento de diálogo de la pareja Andrea-Laura, que parte de la situación descrita en la Figura 1, se observa un intento incorrecto de resolución del problema *El cine* (ya que usan la fórmula =B1/2-17 en lugar de =(B1-17)/2). Inicialmente Laura introduce la fórmula =B2+17 en la celda B3 (ítem 3). Esta acción supone operar con la cantidad desconocida "número de hombres" (representada en B2) como si fuera conocida. Sin embargo, de manera global el procedimiento de resolución que se sigue podríamos calificarlo de aritmético. Podemos argumentar que la resolución tiene características aritméticas en base a dos explicaciones. La primera es que no se recurre a la construcción de una función veritativa para su resolución. La segunda es que si cambiáramos el orden en que se introducen las fórmulas y prescindiéramos de la representación simbólica de las cantidades mediante las celdas que ocupan, nos encontraríamos (recordemos que se trata de una resolución incorrecta) con =511/2-17 (la fórmula que han expresado en B2 como =B1/2-17, véase ítem 6), que daría 238,5 y que usaríamos para calcular =238,5+17 (la fórmula que han expresado en B3 como =B2+17, véase ítem 3) que daría 255,5.

◇	A	B
1	personas	511
2	hombres	
3	mujeres	

Figura 1

(Ítem 1) Andrea: El de mujeres es igual a éste (señala B2)…

(Ítem 2) Andrea y Laura:… menos diecisiete.

(Ítem 3) (Laura introduce la fórmula "=B2+17" en la celda B3 y aparece el número 17.)

(Ítem 4) Laura: Y el de hombres es igual a quinientos once entre dos menos diecisiete.

(Ítem 5) Andrea: Igual a quinientos once entre dos…

(Ítem 6) (Laura escribe la fórmula "=B1/2-17" en la celda B2.)

(Ítem 7) Laura: Y ya está (pulsa la tecla intro y en la celda B2 aparece el número 238,5 y en B3, 255,5).

3.2. La necesidad de asignar nombres a las cantidades

Como veremos a continuación, el paso del enunciado del problema a una narración con sentido en el entorno de la hoja de cálculo supone algo más que la confección de un plan (reelaboración de la narración en el espacio semiótico en el que se presenta el problema) y la traducción de las relaciones entre cantidades a fórmulas.

En el siguiente diálogo de la pareja Juan-Benito, que parte de la situación representada en la Figura 2, Benito afirma "A mi me sale de cabeza" (ítem 15). La posterior reelaboración del enunciado en una narración en la que se ofrece una secuencia ordenada y correcta de operaciones (ítem 17) pone de manifiesto una dificultad para traducirlo al entorno de la hoja de cálculo (ítem 19).

	A	B
1	personas	511
2	mujeres	
3	hombres	
4	total	=B2+B3

Figura 1

(Ítem 8) Juan: (Tras bastante rato sin hacer ni decir nada.) Las mujeres serían quinientas once entre dos más diecisiete, ¿no?... Si dice que sobrepasa… No daría.

(Ítem 9) (Benito escribe la fórmula “=B1/2+17” en la celda B2.)

(Ítem 10) Juan: No, que no da.

(Ítem 11) (Benito pulsa la tecla intro y en la celda B2 aparece el número 272,5.)

(Ítem 12) (Benito introduce la fórmula “=B1/2-17” en la celda B3 y aparece el número 238,5.)

(Ítem 13) Benito: No.

(Ítem 14) (Después de unos instantes en silencio.)

(Ítem 15) Benito: A mi me sale de cabeza… (Inaudible.)

(Ítem 16) Juan: ¿Cómo te sale de cabeza?

(Ítem 17) Benito: De cabeza lo que he hecho es: le he quitado los diecisiete que tienen de más las mujeres a las quinientas once personas, lo que me da lo he dividido entre dos que es lo que tiene cada… los hombres y las mujeres. Y luego le sumo diecisiete mujeres a las mujeres. Y es lo que me da.

(Ítem 18) Juan: Pues intenta hacerlo ahí.

(Ítem 19) Benito: Pero es que no sé.

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.108-126

Esta dificultad podría tener dos orígenes no necesariamente excluyentes: (1) la incompetencia para trabajar con fórmulas en las que aparecen más de una operación, junto a la necesidad de establecer la preferencia entre las operaciones mediante paréntesis; y (2) la incapacidad para expresar su discurso mediante fórmulas en las que apareciera una única operación. Evidentemente, esta segunda posibilidad no puede atribuirse a una dificultad a la hora de construir fórmulas en la hoja de cálculo, como se pone de manifiesto en las habilidades que exhiben durante el diálogo (ítems 9 y 12). Una posible explicación la encontramos en un hecho observado durante la experimentación: Ningún sujeto introdujo una fórmula para dar valor a una cantidad desconocida en una celda junto a la que no apareciera un nombre que representara la cantidad.

Así, en el caso que nos ocupa, podríamos interpretar como obstáculo para expresar la resolución mediante fórmulas el hecho de que no se haya asignado celda, ni nombre a la cantidad que se obtendría de restar 17 a 511. Está cantidad desconocida que no se presenta explícitamente en el enunciado del problema *El cine*, aparece en la segunda lectura analítica que hemos hecho del mismo y le hemos dado el nombre "número de personas si elimináramos el exceso de mujeres".

◇	A	B
1	luis	24
2	joan	
3	roberto	
4	total	960

Figura 2

Si bien es cierto que no existe una necesidad de asociar una descripción a las celdas, posiblemente los estudiantes se vieran influidos por el consejo que se dio durante la secuencia de enseñanza sobre la conveniencia de incluir etiquetas que les recordaran las cantidades desconocidas que se habían representado. Esta tendencia a no introducir fórmulas en celdas no etiquetadas dio lugar a actuaciones singulares como la de la pareja Zulema-Paola mientras resolvían el problema *Los tres amigos*. Así, como se refleja en el diálogo siguiente, que parte de la Figura 3, decidieron calcular lo que le correspondería a cada uno de los protagonistas si el reparto hubiera sido equitativo (ítems 20-25). Esta cantidad no aparece implícita ni explícitamente en el enunciado pues da lugar a una resolución incorrecta. En esta situación Zulema decidió utilizar la etiqueta “extra” (ítem 26). El uso de este nombre parece expresar su incapacidad para dar sentido a la cantidad dentro del contexto del problema, pero también pone de manifiesto la necesidad de asignar etiquetas.

(Ítem 20) Zulema: Entre tres.

(Ítem 21) Paola: Entre tres por qué.

(Ítem 22) Zulema: Yo lo haría así. Te lo juro.

(Ítem 23) Paola: Vale. A ver.

(Ítem 24) Zulema: Pero va a salir mal porque si dice la décima y todo eso.

(Ítem 25) Paola: A ver esto (hace clic en B4 cuyo contenido es 960).

(Ítem 26) Zulema: ¿Y dónde se pone? ¿En extra como antes?

(Ítem 27) (Paola escribe “extra” en la celda A5.)

(Ítem 28) Paola: Eso es igual a eso dividido entre tres (mientras habla introduce la fórmula “=B4/3” en la celda B5 y aparece el número 320).

(Ítem 29) Zulema: Trescientos veinte para cada uno.

La dificultad que surgió en el problema *El cine* para dar nombre a la cantidad que hemos llamado “número de personas si elimináramos el exceso de mujeres” llevó en otras ocasiones a asignar el valor de dicha cantidad a otra cantidad desconocida a la que sí que se había asignado celda y etiqueta en la hoja de cálculo. Así, en el diálogo siguiente entre la pareja Manuel-José, que parte de la situación representada en la Figura 4, se observa (ítem 30) que Manuel inicialmente era capaz de construir verbalmente una fórmula para calcular el valor de la cantidad "número de hombres". Después, cuando intentó plasmarla en la hoja de cálculo, decidió fraccionarla (ítem 32), produciendo una fórmula que permitiría calcular el "número de personas si eliminábamos el exceso de mujeres"; pero que José (ítem 33) hizo corresponder a la cantidad "número de mujeres". En definitiva, acabaron asignando de manera incorrecta el valor de una cantidad desconocida a otra cantidad desconocida.

◇	A	B
1	número de personas	511
2	hombres	
3	mujeres	
4	total de personas	

Figura 3

(Ítem 30) Manuel: A ver, mujeres (mientras habla, escribe "=" en B3). ¿Quinientos once? Esto sería. ¡Espérate! Porque si a esto le restas, espérate, diecisiete y lo divides entre dos y luego una de las partes que has dividido entre dos le sumas diecisiete, sí es las mujeres. ¿Sabes lo que digo?

(Ítem 31) José: Sí, sí.

(Ítem 32) Manuel: Entonces sería quinientos once menos diecisiete, pero, ¿dónde lo pongo?

(Ítem 33) José: En las mujeres.

(Ítem 34) Manuel: Quinientos once menos diecisiete (mientras habla, introduce "=B1-17" en la celda B3 y aparece el número 494). ¿Vale?

(Ítem 35) Manuel: Y aquí (hace clic en B2) a éste…

(Ítem 36) José: A be tres…

(Ítem 37) Manuel: … entre…

(Ítem 38) José: … entre dos.

(Ítem 39) Manuel: … entre dos.

(Ítem 40) (Mientras se producía el diálogo, Manuel ha introducido “=B3/2” en la celda B2 y ha aparecido el número 247.)

4. Conclusiones

Hemos descrito resoluciones con características aritméticas (o al menos que no cumplían todas las características de una resolución algebraica) en las una cantidad desconocida se expresaba mediante una fórmula que contenía referencias a otras cantidades desconocidas que aún no se habían determinado. Estas operaciones quedaban *suspendidas* hasta que se determinara el valor de las cantidades desconocidas que eran argumento de la fórmula. Atendiendo a estas observaciones, resulta plausible matizar la afirmación de que una resolución aritmética implica necesariamente ir de lo conocido a lo desconocido; ya que esta afirmación es realmente una consecuencia de las limitaciones del lenguaje aritmético.

Por otro lado, hemos constatado la aparición generalizada de actuaciones en las que los resolutores consideraban necesario etiquetar las celdas que representaban cantidades desconocidas cuando resolvían en la hoja de cálculo. Esta compulsión al etiquetado podría tener un origen en el consejo que se dio durante la secuencia de enseñanza. Sin embargo, más allá de su origen podría poner de manifiesto la necesidad de recurrir a representaciones de las cantidades en el espacio semiótico en que se ofreció el problema, que no se observa habitualmente cuando se resuelve con lápiz y papel. En nuestro estudio esta tendencia condujo a introducir restricciones a la hora de resolver el problema que fue causa de dificultades y errores.

Referencias bibliográficas

ARGANBRIGHT, D. E. (1984). Mathematical Applications of an Electronic Spreadsheet. (pp. 184-193). En V. P. Hansen y M. J. Zweng (Eds.), *Computers in Mathematics Education.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

BEDNARZ, N. y JANVIER, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic. En N. Bednarz, C. Kieran y L. Lee (Eds.), *Approaches to Algebra* (pp. 115-136). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

DETTORI, G., GARUTI, R. y LEMUT, E. (2001). From arithmetic to algebraic thinking by using a spreadsheet. (pp. 191-207). En R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, y R. Lins (Eds.), *Perspectives on School Algebra.* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

FILLOY, E., PUIG, L. y ROJANO, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias, 26*(3), 327-342.

FILLOY, E., ROJANO, T. y PUIG, L. (2008). *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach*. New York: Springer.

FILLOY, E., ROJANO, T. y RUBIO, G. (2001). Propositions concerning the resolution of arithmetical-algebraic problems. (pp. 155-175). En R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell y R. Lins (eds.), *Perspectives on School Algebra* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

HASPEKIAN, M. (2005). An "Instrumental Approach" to study the integration of a computer tool into mathematics teachings: The case of spreadsheet. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *10*(2), 109-141.

MOCHÓN, S., ROJANO, T. y URSINI, S. (2000). *Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo*. México, D.F.: Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. SEP, ILCE, CONACYT.

RADFORD, L. (2002). On heroes and the collapse of narratives: a contribution to the study of symbolic thinking. (pp. 81-88). En A. Cockburn y E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Norwich, UK: PME.

STACEY, K. y MACGREGOR, M. (2000). Learning the Algebraic Method of Solving Problems. *Journal of Mathematical Behavior*, *18*(2), 149-167.

SUTHERLAND, R. y ROJANO, T. (1993). A Spreadsheet Approach to Solving Algebra Problems. *Journal of Mathematical Behavior*, *12*(4), 353-383.

Cómo citar este artículo:

Arnau. D. (2012). Influencia de la representación de las cantidades en la resolución de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, 1*(2), 109-128.

edmetic

Revista de Educación Mediática y TIC

Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica

Educational Innovation: Use of ICT in teaching of Basic Mathematics

Fecha de recepción: 19/09/2012
Fecha de revisión: 30/09/2012
Fecha de aceptación: 10/10/2012

Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica

Educational Innovation: Use of ICT in teaching of Basic Mathematics

Ivanovnna M. Cruz Pichardo[1] & Dr. Ángel Puentes Puente[2]

Resumen:
En el artículo se exponen los resultados obtenidos en una experiencia empírica sobre el uso de diferentes recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura Matemática Básica. Para ello se parte de la presentación de una serie de actividades que tienen como objetivo principal motivar la participación y el aprendizaje activo de los estudiantes, además de desarrollar las competencias matemáticas sugeridas en el proyecto PISA.
Palabras claves: matemáticas; destrezas; didáctica; tecnología.

Abstract:
The article presents the results of an empirical experience on the use of different technological resources in the teaching - learning Basic Mathematics course. This is part of the presentation of a series of activities that are intended primarily to encourage participation and active learning of students, and develop math skills suggested in the PISA project.
Keywords: mathematics; skills; didactics; technology.

[1] Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. ivanovnnacruz@pucmm.edu.do
[2] Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra. angelpuentes@pucmm.edu.do

1. Introducción

En los últimos años la Tecnología de la Información y Comunicación (TIC) han tenido una gran influencia en nuestras aulas de matemáticas, nos hemos apoyado en sus herramientas para poder desarrollar nuestras clases de manera dinámica e interactiva. Y aunque en las TIC no está la solución de las dificultades que presenta el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas estamos de acuerdo en que producen un cambio en la manera que la enseñamos.

Las TIC nos proporcionan múltiples formas de representar situaciones problemáticas que les permite a los estudiantes desarrollar estrategias de resolución de problemas y mejor comprensión de los conceptos matemáticos que están trabajando. El Consejo Nacional de Profesores de Matemática (NCTM) expresa que "cuando las herramientas tecnológica están disponibles, los estudiantes pueden concentrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas" (NCTM, 2000: 25).

Necesitamos desarrollar alumnos matemáticamente competentes, que tengan "la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo" (OECD, 2004: 3; OECD, 2003: 24). Y es ahí donde las TIC juegan un papel importante dentro de este proceso ya que les permiten, a los y las estudiantes, ser agentes activos de su aprendizaje, llevar aquellos conceptos que eran una vez abstractos y ahora forman parte de su realidad.

Las TIC les permite a los estudiantes con pocas destrezas simbólicas y numéricas a desarrollar estrategias para poder resolver situaciones problemáticas, utilizando diversas herramientas que les proporcionan un mejor entendimiento. Ahora debemos entender que integrar las TIC a las clases de matemáticas es más que usar un recurso o herramienta, implica redefinir la forma que aprendemos y enseñamos matemáticas (Hodges y Conner, 2011). Debemos decidir cuáles son los recursos apropiados para conseguir las competencias que deseamos desarrollar en nuestros alumnos y cuales se aplican al tema que estamos tratando.

Ahora debemos tener en cuenta que el uso de estas herramientas no pueden sustituir la conceptualización ni los procesos que conllevan la enseñanza de la asignatura. Sino que nos sirven de soporte para lograr un mejor entendimiento de estos.

Teniendo en cuenta estos aspectos, hemos desarrollado una experiencia empírica sobre el uso de algunos recursos que nos proporcionan las TIC en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura Matemática Básica.

2. Metodología

2.1. Objetivos de proyecto

Se establecieron varios objetivos al momento de desarrollar la propuesta de una enseñanza de las matemáticas con soporte de algunos recursos que proporcionaba las TIC:

a) *Modificar el modelo tradicional de la enseñanza de la Matemática Básica*, en el cual el docente tiene el predominio absoluto en la transmisión de los contenidos, siendo el único referente activo del proceso. Donde el estudiante era un agente pasivo cuyo único rol era el de escuchar y reproducir conocimiento.

b) *Realizar diversas actividades utilizando las TIC,* que le permitan al estudiante ampliar sobre los diferentes temas a estudiar, además de lograr un aprendizaje más activo, con una gran motivación.

c) Facilitar el intercambio de información entre profesores y alumnos, Los alumnos trabajaran en pares con ayuda de materiales preparados y luego podrán compartir entre cada par.

d) *Desarrollar las competencias matemáticas elegidas en el proyecto PISA* (OECD, 2004: 40), son:
   - pensar y razonar
   - argumentar
   - comunicar
   - modelar
   - plantear y resolver problemas
   - representar
   - utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones
   - usar herramientas y recursos.

2. 2. Las Actividades

Las actividades tenían como principal propósito el motivar la participación y el aprendizaje activo de la clase. Las desarrollamos en los diferentes momentos del proceso. Habían actividades que nos permitían construir conceptos nuevos, otras reforzar conceptos adquiridos y las que les permitía comprobar la comprensión del estudiante del nuevo concepto y le daba un diagnostico al profesor sobre el entendimiento de la misma.

La mayoría se desarrollaron en grupos cooperativos, tomando en cuenta los factores que según Artzt y Newman (1997), debemos tener presente al momento de crear ambientes cooperativos:

- Los miembros del grupo deben sentirse parte de un equipo y tener una meta en común.
- Deben entender que el problema/actividad a resolver es común para todos.

- Deben tener en cuenta que el fracaso o el éxito es del grupo no de un individuo.
- Todos los miembros del grupo deben plantear soluciones y discutir el problema.
- Deben estar claros (todos los miembros del grupo) que el trabajo de cada miembro individual afecta a todo el grupo.

Formamos grupos cooperativos, ya que nos garantizaba que funcionarían de manera integral, cada miembro suplía las necesidades, que como célula de trabajo se les presentaba.

Incluimos actividades que desarrollaran la búsqueda de patrones, relaciones y el pensar matemáticamente, debido a que esto recibe escasa atención en el aula, ya que les preparaba para los temas más complejos donde nuestros alumnos deben profundizar su pensamiento matemático y el razonamiento (Martin, 2009).

Para preparar las actividades fueron seleccionadas las herramientas que nos permitieran desarrollar las dos habilidades en las cuales podemos agrupar las competencias matemáticas (Niss, 2000):

1) Habilidades para resolver cuestiones en matemáticas y por medio de esta.
    - Pensar matemáticamente.
    - Plantear y resolver problemas matemáticos.
    - Modelar matemáticamente.
    - Argumentar matemáticamente.
2) Habilidades para usar el lenguaje y herramientas matemáticas.
    - Representar entidades matemáticas (situaciones y objetos).
    - Utilizar los símbolos matemáticos.

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.127-144

- Comunicarse con las Matemáticas y comunicar sobre Matemáticas.
- Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías).

Cada una de las actividades se fundamentaba en una o más competencias matemáticas teniendo en cuenta las destrezas que debíamos desarrollar en cada caso. La competencia de "*utilizar ayudas y herramientas*" siempre estuvo presenta ya que en cada actividad utilizamos recursos de que nos proporcionan las TIC.

Se utilizaron las herramientas que nos proporciona la WEB 2.0, tomando en cuenta que es un escenario donde podemos interactuar con los contenidos, donde la clave es participar, conversar e interactuar (Educastur, 2007). Estas herramientas que, eran simples, intuitivas y nos proporcionaban un ambiente amigable e interactivo nos permitían la colaboración entre los grupos (Castaño, Maiz, Palacio y Villarroel, 2008; Pardo, 2007).

Nos centramos en los software como servicio, ya que permitían compartir la información y accesar de cualquier ordenador sin necesidad de previa instalación (Castaño y otros, 2008), además utilizamos las herramientas de edición y colaboración para poder compartir la información que íbamos construyendo.

Dentro del software utilizado, encontramos paquetes gráficos que nos permitían incentivar la investigación, el descubrimiento de conceptos así como lograr una mejor comprensión de los mismos.

Antes de cada actividad se desarrollaba una breve introducción de tema o de la actividad (dependiendo de la etapa del proceso a la que pertenecía), luego se le entregaba la ficha de trabajo y ellos procedían a desarrollar la actividad propuesta en grupos. Luego se socializaba la experiencia, donde cada grupo expresaba sus conclusiones.

A continuación presentaremos dos actividades que desarrollamos en el proyecto.

2.2.1. Actividad #1

Esta actividad los estudiantes deben utilizar las destrezas de “pensar matemáticamente” para establecer patrones y trabajar su orientación espacial, desarrollando las habilidades de resolver situaciones en matemáticas y por medio de ésta, pero al usar un simulador para resolver el problema también desarrollaban las habilidades de usar el lenguaje y herramientas matemáticas (Niss, 2011).

Para ello se utilizaron los simuladores que están en línea que forman parte de la Biblioteca Nacional de Manipuladores de la Universidad Estatal de UTAH (http://nlvm.usu.edu/es/nav/topic_t_2.html).

A cada grupo se le entrego la siguiente ficha:

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.127-144

Patrones

Nombre:____Matrícula:______________________

Herramienta Utilizada:
Bloques y patrones
http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_170_g_2_t_2.html?open=activities&from=topic_t_2.html

Existen 12 maneras diferentes de organizar 6 triángulos equiláteros que se toquen por un lado.

Aquí te presentamos una manera de hacerlo

Utiliza el simulador para encontrar 7 maneras.

Figura 1: Ficha actividad "Patrones"

Los alumnos entraron al simulador y elaboraron cada uno sus patrones (Figura 2) y luego compartieron con los demás grupos sus figuras. A partir de todos los trabajos se establecieron las 12 formas que se podían agrupar y desestimar las figuras que eran iguales, por rotación o posición.

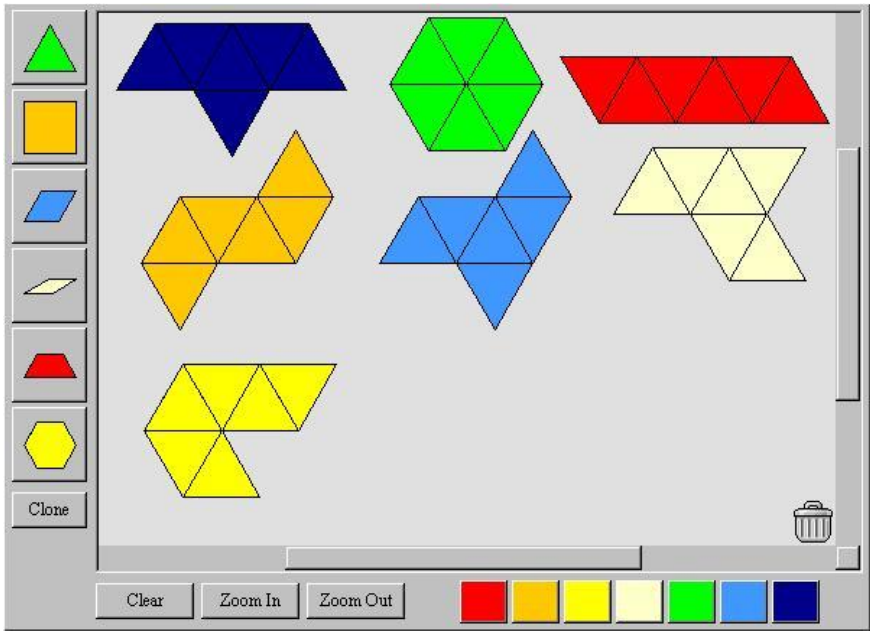


Figura 2: Uno de los resultados obtenidos por los estudiantes al desarrollar la actividad con el simulador de bloques y patrones.

2.2.2. Actividad #2

Esta actividad se fundamentó en la competencia de "*representar entidades matemáticas*", donde los alumnos desarrollan la capacidad de entender y utilizar clases de representaciones de objetos matemáticos, fenómenos y situaciones. Además de utilizar y entender la relación entre diferentes representaciones de una misma entidad (Niss, 2002).

Otra de las competencias desarrolladas fue la de "*pensar matemáticamente*", donde pretendíamos que los estudiantes usaran argumentos propios de las matemática y conocer los tipos de respuestas que ésta puede ofrecer a dicho argumento. También nos centramos en la "resolución de problemas".

Para esta actividad se separaron los estudiantes en grupos de 3. Cada uno de ellos eligió la herramienta de representación con la que quería trabajar y se sentía más cómodo para ello.

Algunos de los estudiantes eligieron *Desmos Graphing Calculator* (https://www.desmos.com/calculator/#), Un software gratuito, disponible en la red, se puede acceder con cualquier explorador. Les permite capturar la imagen, y compartirla con otros. Pueden graficar múltiples ecuaciones de manera simultánea pero también cambiar el rango para realizar las gráficas.

Otros elegieron la herramienta Graph.tk (http://graph.tk/). Esta aplicación permite graficar cualquier tipo de ecuación e inecuación matemática. Es de licencia libre y se puede utilizar con los exploradores Chrome, Firefox, Safari o Internet Explorer 9. Les permite exportar la gráfica pero no les permite cambiar los rangos para graficar.

El tema que se desarrolló en esta actividad fue el de las gráficas de las funciones trigonométricas Seno y Coseno. Se trabajaron 2 fichas distintas (figura 3), una que trabajaba el concepto de amplitud y la otra el de período.

Gráfica de las Funciones Trigonométricas Seno y Coseno
Nombre:____________________________________Matrícula:____________________ ____________________________________ ____________________ ____________________________________ ____________________ Herramienta Utilizada:
Utilizando el ordenador grafica las funciones $y = sen(x)$, $y = \frac{1}{2}sen(x)$ y $y = 2sen(x)$ en el mismo sistema de coordenadas. Utiliza el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ a. Escribe la diferencia entre las gráficas. b. Si ***a*** es la amplitud que conclusiones puedes sacar con respecto a ella. c. ¿Qué pasaría si ***a*** es negativa?

Figura 3: Ficha 1 actividad "Gráficas de las funciones trigonométricas"

Gráfica de las Funciones Trigonométricas Seno y Coseno
Nombre:____Matrícula:______________________ ____ ______________________ ____ ______________________ Herramienta Utilizada:
Utilizando el ordenador grafica las funciones $y = cos(x)$, $y = cos(2x)$ y $y = cos(\frac{1}{2})$ en el mismo sistema de coordenadas. Utiliza el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ a. Escribe la diferencia entre las gráficas. b. Si ***p*** es el período que conclusiones puedes sacar con respecto a ella.

Figura 4: Ficha 2 actividad "Gráficas de las funciones trigonométricas"

A cada grupo se le entregó una ficha de trabajo, donde tenían que graficar 3 funciones en el mismo sistema de coordenadas (figura 4 y Figura 5), observar la situación que se presentaba y luego responder las preguntas que estaban en la ficha.

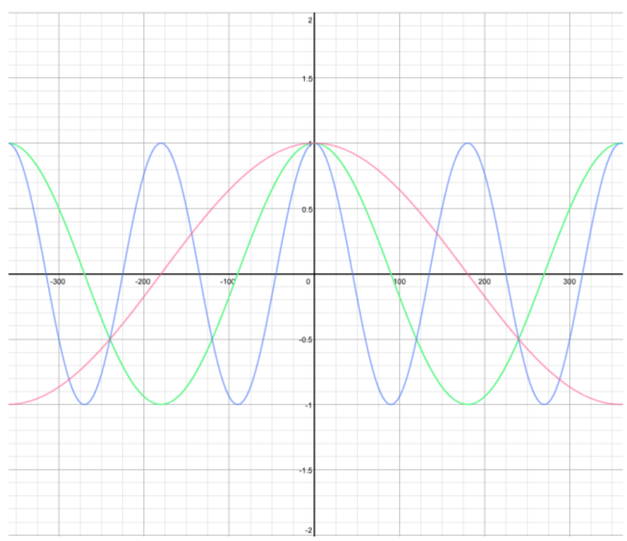


Figura 5: Gráfica de la función Seno que obtuvieron los estudiantes utilizando *Desmos Graphing Calculator*

Para socializar los resultados creamos un grupo en **Conceptboard** (http://conceptboard.com/teamwork), es un espacio donde podemos realizar trabajo en equipo en tiempo real. Nos permite compartir documentos e imágenes. Para ello solo una persona tiene que tener cuenta y los demás solo son invitados a participar. No obstante luego de estar dentro del sitio todos los invitados pueden comentar y subir archivos. Además podemos imprimir o exportar como imagen o como PDF la discusión del grupo y se puede utilizar una Tablet o simplemente el teclado.

Luego cada grupo acceso al espacio creado en **Conceptboard** (http://conceptboard.com/teamwork), donde se publicaron las gráficas y se inició la discusión en torno a ellas. Cada grupo emitió su opinión sobre la situación y luego afinamos la conclusión tanto sobre la amplitud como el período de las funciones. Esta actividad nos permitió ir un poco más allá del tema que estábamos desarrollando ya que ellos pudieron observar otros detalles interesantes de estas funciones y se crearon discusiones a partir de esto (Figura 7).

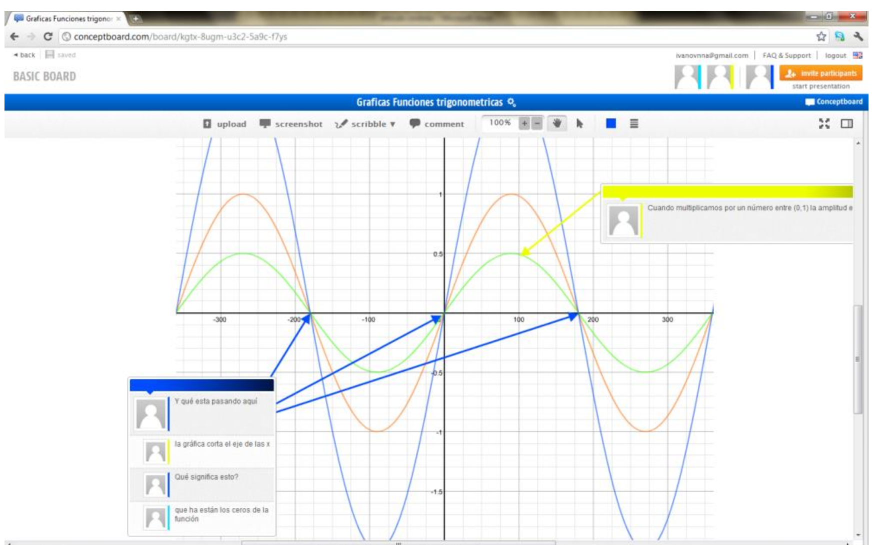


Figura 7: Pantalla del grupo de trabajo creado en Conceptboard para la socialización de los conceptos

Luego se planteó el problema siguiente: "Con la tabla 1 trace una gráfica de dispersión de los datos. Y determina la función coseno que modele los datos" (Stewart, 2010)

t	**0**	2	4	6	8	10	12	14
y	2.1	1.1	-0.8	-2.1	-1.3	0.6	1.9	1.5

Tabla 1: Valores para gráfica de la actividad. Fuente: Tomada de Stewart (2010: 483)

Cada grupo creo una hoja de cálculo compartida con el profesor en Google Doc, ya que nos permitía no solo hacer la gráfica sino también establecer una discusión en tiempo real. A partir de la tabla 1, procedieron a realizar una gráfica de dispersión y observar el comportamiento de los datos como se muestra en la figura 8.

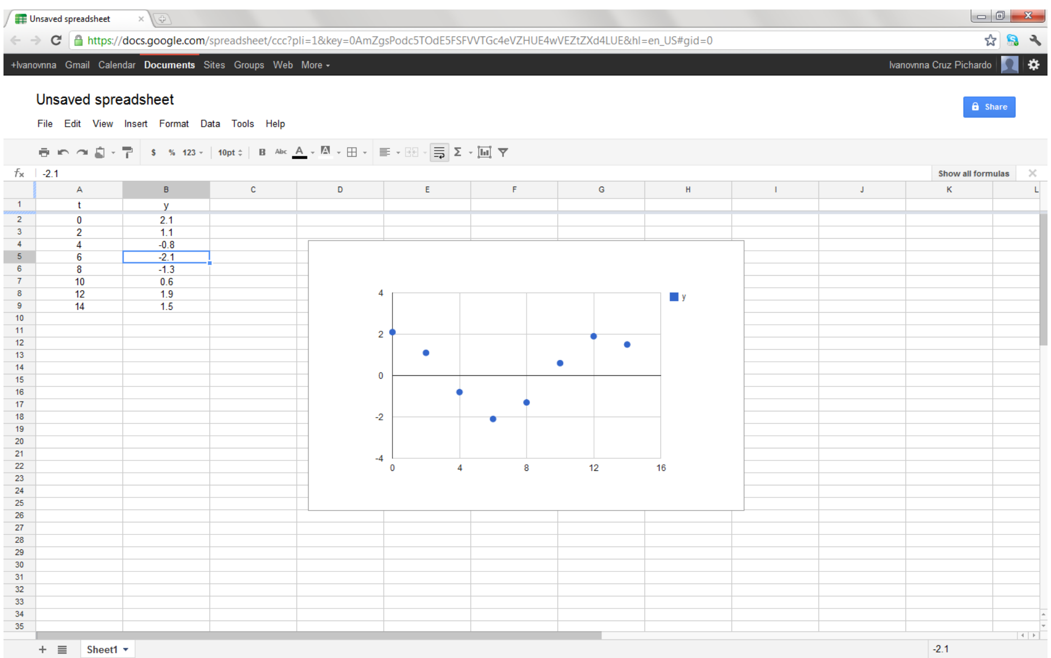


Figura 8: Gráfica de dispersión de la tabla 1

Utilizando el paquete de graficas de su preferencia, comenzaron a modelar las posibles función coseno que tenía ese comportamiento (figura 9). A partir de sus resultados presentaron a la clase sus conclusiones sobre la función y los pasos que habían tomado para llegar a ella. Esto les permitió no solo desarrollar el modelado sino también hacer uso del lenguaje matemático y los conceptos que habían adquirido a lo largo del tema.

3. Resultados y discusión

Para la aplicación de la propuesta se seleccionó el 13% de la población que estaba cursando la asignatura. A estos estudiantes se les evaluó su rendimiento académico y las destrezas adquiridas por el uso de las herramientas TIC.

Los logros más relevantes que podemos resaltar fueron los siguientes:

a) El 91% de los estudiantes aprobaron la asignatura. De este porciento el 46% aprobó con altas calificaciones. Solo el 8% de los estudiantes reprobó la asignatura, siendo esto el 6% del total de los estudiantes que cursaban la asignatura.

b) El 1% de los estudiantes en el proyecto retiró la asignatura, siendo esto uno de los porcientos más bajos de retiro del semestre en esta asignatura.

c) El 95% de los estudiantes en el proyecto, estaban interesados en continuar usando las herramientas TIC en sus clases de matemática y el 5% restante entendía que era un poco complicado el uso de ellas.

Otros aspectos importantes que obtuvimos en esta investigación fueron:

El trabajo que los alumnos pueden lograr con la ayuda de las TIC les permite obtener las competencias necesarias para resolver situaciones matemáticas, reorganizar su forma de pensar y desarrollar tanto sus habilidades para resolver situaciones, usar el lenguaje y herramientas matemáticas.

Les permite dinamizar el trabajo grupal como individual, convirtiéndose en un agente activo de su proceso y no simplemente en un observador.

Además de tener acceso a las matemáticas (NCTM, 2008) y ver de un modo diferente las situaciones que se le presentan en esta área. Las TIC puede ayudar a los estudiantes a aprender matemáticas, les permite mejor comprensión, descubrir por sí mismos conceptos y por ende desarrolla en ellos un aprendizaje significativo y las competencias deseadas.

Y aunque las TIC no son la solución de las dificultades en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, le abren un espacio en el que los estudiantes pueden manipular de manera directa los objetos matemáticos y sus relaciones. Les permite construir una visión más amplia y profunda del contenido matemático.

El uso de estas herramientas permite a los estudiantes realizar acciones formativas significativas con los contenidos, ya que estos interactúan con interés y mayor atención, además de comprometerse con la solución de problemas y el descubrimiento de conceptos matemáticos en poco tiempo.

Los estudiantes pueden observar múltiples representaciones incluyendo gráficas, hojas de cálculo y ecuaciones que les permiten llegar a sus propias conclusiones, y confirmarlas, formularse preguntas y teorías que aunque no puedan resolver en clase sigan con la motivación necesaria para buscar información fuera de ella. Pueden interactuar y explorar conceptos concretos y abstractos a través de múltiples representaciones (Erbas, Ledford, Polly y Orril, 2004)

Ciertamente, para los profesores, lleva mucho trabajo y dedicación. Estamos de acuerdo con Moreno y Santiago (2003) en el aspecto de que este tipo de formación requiere más trabajo del docente que una formación tradicional. El alumno adquiere nuevas destrezas, más habilidades y por lo tanto demanda más del docente. Por lo tanto, es el profesor el que tiene la responsabilidad de diseñar las actividades más apropiadas que permitan potencial las destrezas de sus estudiantes. Esto nos lleva a tomar la decisión de cómo y cuándo nuestros estudiantes pueden usar de manera efectiva estos recursos (NCTM, 2008).

Estamos conscientes que la aplicación de este modelo tiene sus dificultades, el hecho de necesitar ordenadores y el internet para poder lograr nuestros objetivos fue una de las limitaciones presentes dentro del proyecto. Por lo tanto estamos de acuerdo con el Consejo Nacional de Profesores de Matemática, en que las instituciones deben proveer tanto al estudiante como al maestro los recursos tecnológicos necesarios así como la continua capacitación de su cuerpo docente para un mejor desempeño en estos aspectos (NCTM, 2008).

Referencias bibliográficas

ARTZT, A. F. y NEWMAN, C. M. (1997). *How to Use Cooperative Learning in the Mathematics Class (*2nd edition). Virginia, USA: National Council of Teachers of Mathematics.

CASTAÑO, C., MAIZ, I., PALACIO, G. y VILLARROEL, J. D. (2008). *Prácticas educativas en entornos Web 2.0.* Madrid: Sintesis.

EDUCASTUR. CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN DEL PRINCIPADO DE ASTURIAS (2007). "Web 2.0 y educación". Recuperado de http://blog.educastur.es/files/2007/06/web2_0v02.pdf.

ERBAS, A. K., LEDFORD, S., POLLY, D. y ORRILL, C.. (2004). Engaging Students through Technology. *Mathematics Teaching in the Middle School,* 9(6), 300-305.

HODGES, T. y CONNER, E. (2011). Reflections on a Technology-Rich Mathematics Classroom. *Mathematics Teacher, 104*(6), 432-438.

MARTIN, G. W. (2009). The NCTM High School Curriculum Project: Why It Matters to You. *Mathematics Teacher, 103*(3), 164–166.

MORENO, F. y SANTIAGO, R. (2003). *Formación online. Guía para profesores universitarios*. La Rioja: Universidad de la Rioja: REUD, NUTEINCO

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000). *Principles and Standars for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2008). *The Role of Technology in the Teaching and Learning of Mathematics.* Position paper. Reston, VA: NCTM. Recuperado de www.nctm.org/about/content.aspx?id=14233.

NISS, M. y JENSEN, T. H. (eds.) (2002). *Competencies and the learning of mathematics. Ideas and inspiration for development of mathematics education in Denmark.* Copenhagen: The Ministry of Education.

NISS, M. y JENSEN, T. H. (eds.) (2011). *Competencies in mathematics education-potentials and challenges. What's the point? What new? What do we gain? What are the pitfalls?* Recuperado de: http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2883/1087.

OECD (2003). *The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills.* Paris: OECD.

OECD (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. Paris: OECD.

PARDO, H. (2007). *Nociones básicas alrededor de la WEB. 2.0.* (pp. 27-42). En C. Cobo y H. Pardo (eds.). *Planeta Web.2.0. Inteligencia colectiva o medios fast food, grup de Recerca dínteraccions digitals*. Barcelona-México: Univers Vic/Flasco.

edmetic, 1 (2), 2012, E-ISSN: 2254-0059; pp.127-144

Cómo citar este artículo:

Cruz Pichardo, I.M y Puentes Puente, A. (2012). Innovación educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática básica. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, 1*(2), 127-145.