ISSN: 2603-9982

Diago, P. D., Arnau, D., y González-Calero, J. A. (2018). La resolución de problemas matemáticos en primeras edades escolares con Bee-bot. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, *1*(2), 36-50.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN PRIMERAS EDADES ESCOLARES CON BEE-BOT

Pascual D. Diago, Universitat de València, España

David Arnau, Universitat de València, España

José Antonio González-Calero, Universidad de Castilla – La Mancha, España

Resumen

Los entornos relacionados con la robótica y los lenguajes visuales de programación por bloques permiten plantear tareas que pueden ser entendidas como problemas con contenido matemático aptos para edades escolares tempranas. Estos entornos permiten proponer situaciones problemáticas en edades en las que el formalismo o el escaso conocimiento matemático impide a los estudiantes abordar problemas matemáticos más complejos. En este trabajo se da cuenta de cómo el robot programable Bee-bot constituye un dispositivo privilegiado donde poder observar cómo los estudiantes toman decisiones durante el proceso de resolución.

Palabras clave: *resolución de problemas, pensamiento computacional, robótica educativa, programación en bloques, primeras edades escolares*

Mathematical problem-solving in early school years with Bee-bot

Abstract

The environments related to robotics and the visual block-based programming languages allow to pose tasks that can be understood as problems with mathematical content suitable for early school ages. These environments allow proposing problematic situations in ages in which formalism or poor mathematical knowledge prevents students from tackling more complex mathematical problems. In this work we show how the Bee-bot programmable robot is a privileged device to observe how students make decisions during the resolution process.

Keywords: *problem-solving, computational thinking, educational robotics, block-based programming, early school years*

Recibido: 31/07/2018; Aceptado18/09/2018

ANTECEDENTES

Sobre la resolución de problemas

En *A Retrospective Account of the Past Twenty-five Years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving*, Jeremy Kilpatrick (1985) señalaba, en aquel momento, que hacía ya 40 años que la naturaleza subjetiva de problema matemático había sido aceptada por la comunidad investigadora en educación matemática. Según Brownell (1942), una tarea puede ser considerada un problema cuando el resolutor es capaz comprenderla utilizando un conocimiento previo, pero no dispone de un procedimiento inmediato para abordarla. Un problema matemático además deberá exigir al resolutor del uso de contenido matemático para su resolución. Esta definición sitúa a los problemas en un continuo entre los enigmas y los ejercicios rutinarios.

La introducción de la resolución de problemas en los primeros niveles escolares supone enfrentarse a un dilema didáctico. Este dilema es consecuencia del carácter psicológico de la idea de problema. Dado el escaso contenido matemático que se desarrolla en los niveles de Educación Infantil, para el docente puede resultar complejo presentar tareas matemáticas que resulten problemas para sus estudiantes. El cuidado de los maestros de primeros niveles por no desanimar a sus estudiantes conduce raramente plantear problemas y a abusar del recurso de ejercicios matemáticos. Sin embargo, en *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) se especifica que los estudiantes de los primeros niveles escolares deben afrontar la resolución de problemas. De hecho, la resolución de problemas se considera un estándar de proceso, relacionado con los procesos que requieren que el estudiante "haga matemáticas" y consiga un aprendizaje significativo. Dentro de este estándar se insiste en la necesidad de que los estudiantes sean conscientes de que un problema se puede abordar siguiendo distintas estrategias y/o vías de resolución. Los profesores deben animar a sus estudiantes a identificarlas y, en el caso de los niveles típicos de la Educación Infantil, a expresar, categorizar y comparar las estrategias que emplean.

Entre las recomendaciones que aparecen en *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), se insiste en la necesidad de explicitar en los estudiantes la necesidad de monitorizar y reflexionar sobre el proceso de resolución. Estas habilidades que podríamos incluir dentro de la metacognición son parte de las cinco categorías para la investigación en la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas que considera Schoenfeld (1992): el conocimiento base; las estrategias de resolución de problemas; monitorización y control; creencias y afectos; y prácticas. Así, el autor describe la monitorización y control como una colección de procesos metacognitivos que se usan para decidir si continuar o no con un camino de resolución en función de si las cosas van bien o mal.

Sobre los entornos tecnológicos y la programación en bloques

El campo de la educación no es ajeno al fuerte desarrollo tecnológico de los últimos años y, hoy en día, es común la presencia de entornos tecnológicos orientados a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos (Aldon, Hitt, Bazzini y Gellert, 2017; Clark-Wilson, Robutti y Sinclair, 2014; Cózar y De Moya, 2017; Hoyles y Lagrange, 2010). En el contexto del aula, hay una tendencia internacional hacia el uso de entornos relacionados con la robótica y de lenguajes visuales de programación en bloques, en lo que se considera una vuelta de la programación a la escuela (entendida en términos de las Ciencias de la Computación; FECYT, Google, y Everis, 2016).

Por un lado, pese a ser percibidos por los estudiantes como menos potentes y auténticos (Weintrop y Wilensky, 2015), los entornos de programación visuales basados en bloques ofrecen al usuario una interfaz lista para ser explorada y manipulada de forma directa. La programación visual por bloques permite elaborar un conjunto de órdenes pre-programadas listas para ser ejecutadas secuencialmente. Además, a diferencia de otros lenguajes de programación más sofisticados, estos bloques aparecen descritos en un lenguaje natural (visual o textual), por lo que son fácilmente interpretables por el usuario.

Por otro lado, el diseño de secuencias de enseñanza basadas en el uso de robots programables permite iniciar el aprendizaje de la resolución de problemas desde este enfoque tecnológico. El potencial de esta vía puede apreciarse, al menos, desde dos de las exigencias que impone y permite el propio robot, y que podemos ligar a los pasos de resolución de problemas de Polya (1945): i) realizar un plan previo a la programación del robot, con la conveniencia de usar una representación formal para el mismo (un lenguaje visual de programación por bloques); y ii) la posibilidad de realizar una valoración del plan ideado a partir de la respuesta proporcionada por el movimiento del robot.

En relación a los primeros niveles educativos, las propuestas que permiten a los estudiantes iniciarse en las estructuras básicas de la programación secuencial en entornos tecnológicos son cada vez más habituales (Diago y Arnau, 2017; Chen et al., 2017; Merino-Armero, González-Calero, Cózar-Gutiérrez y Villena-Taranilla, 2018; Sáez y Cózar, 2017). Al igual que ocurriera en los años 60 y 70 con las investigaciones con *Logo* sobre el desarrollo de conocimientos y procesos cognitivos (Clements y Sarama, 1997; Hoyles y Noss, 1992; Papert, 1981), se observa que este enfoque basado en el *pensamiento computacional* (Wing, 2006) favorece los procesos de razonamiento matemático y las habilidades en resolución de problemas permitiendo, además, la integración de aprendizajes de áreas como las ciencias, las matemáticas, la tecnología y la ingeniería (Bers, Seddighin y Sullivan, 2013).

PROPÓSITO

De manera general, el estudio pretende analizar cómo estudiantes de infantil y de primer curso de primaria gestionan el proceso de resolución de un problema para el que se presentan explícitamente distintas vías de resolución. En concreto, pretendemos determinar si los estudiantes tienen en cuenta sus habilidades a la hora de abordar las subtareas cuando monitorizan y evalúan el proceso de resolución o si, por el contrario, la toma de decisiones se realiza atendiendo únicamente a las características de la tarea.

MATERIAL Y MÉTODOS

El entorno tecnológico

El robot *Bee-bot* (Figura 1, izquierda) es un dispositivo tecnológico (clasificado como *Tangible User Interfaces* en la taxonomía de Strawhacker y Bers, 2015) cuya programación se realiza mediante los botones físicos de la propia interfaz. Por su sencillez de uso, *Bee-bot* es un robot muy popular en propuestas educativas de primeras edades escolares. Como se puede ver en la Figura 1 (centro), todos los bloques de programación que permiten la comunicación con el robot se corresponden a acciones de movimiento, relativas al sistema de referencia del propio robot. Además, el robot cuenta con tres bloques de control: “GO” (ejecuta las instrucciones introducidas hasta ese momento), “PAUSE” (ejecuta un paro de un segundo entre los bloques en que se sitúa esta instrucción) y “CLEAR” (borra todos los bloques secuenciados). Es importante resaltar que los bloques relacionados con el giro (a derecha o izquierda) corresponden a giros de 90º sobre sí mismo (en sentido horario o anti-horario), sin que el robot se traslade. Los bloques de avance o retroceso corresponden con desplazamientos en línea recta del robot de 15 cm, sin que el robot modifique su orientación.

Figura 1. El robot *Bee-bot* (izquierda). Bloques de programación disponibles (centro). Tablero para actividades con *Bee-bot* (derecha). Fuente: elaboración propia

Debido a las características de movimiento descritas, las tareas habituales en las que se hace uso de *Bee-bot* suelen presentarse en un tablero con una cuadrícula de 15 cm de lado, sobre el cual se desplazará el robot (Figura 1, derecha). Este soporte cuadriculado permite al estudiante una mejor conceptualización del espacio que rodea al robot (Sabena, 2017), lo cual se traduce en una ayuda a la hora de pensar en los bloques de movimiento que se han de programar para desplazar al robot hasta un punto determinado.

Con el fin de plantear situaciones en las que el estudiante haga un uso real de bloques de programación, en el sentido de las ciencias de la computación, se ha implementado un *sistema de tarjetas* y un espacio físico, denominado *caja de secuenciación* (Figura 2). Mediante estos materiales, los estudiantes pueden secuenciar bloques de forma ordenada para que luego sean ejecutados por el robot *Bee-bot* en el tablero, de forma similar a cómo se crea un programa para ser leído y ejecutado en cualquier lenguaje de programación visual por bloques. Por sencillez, en lo que sigue a estos programas elaborados en la caja de secuenciación los llamaremos *planes*. En nuestro caso, los bloques de programación que el estudiante puede utilizar para conformar un plan (o programa) se limitan a los comandos mostrados en la Figura 3.

Figura 2. Sistema de tarjetas y caja de secuenciación utilizados en la experimentación. Fuente: elaboración propia

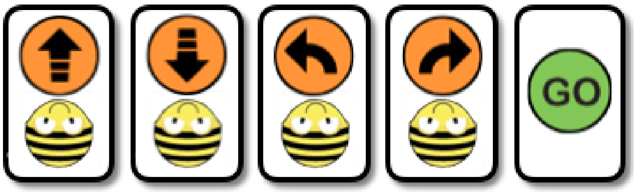


Figura 3. Bloques de programación disponibles para elaborar los planes a ejecutar por el robot *Bee-bot*. Fuente: elaboración propia

Las variables de tarea

Las tareas administradas consistieron en el problema de mover a *Bee-bot* por el tablero cuadriculado de una posición inicial dada hasta una flor, siguiendo un camino marcado con una línea roja (como se aprecia en la Figura 2). En todos los casos, se proporcionaban dos posibles trayectos para alcanzar dicha flor. Para ello, el estudiante debía de elaborar un plan haciendo uso tanto de las tarjetas de instrucciones como de la caja de secuenciación para, posteriormente, programar el robot y comprobar el resultado del plan elaborado.

Tal y como indica Kilpatrick (1978) para los estudios sobre resolución de problemas en el que se involucra a estudiantes resolviendo problemas en un determinado contexto, conviene definir diferentes variables asociadas a dicha tarea. Definimos las siguientes variables de tarea, variables independientes que pueden controlarse antes de la ejecución de la propia tarea y que tienen que ver exclusivamente con el problema:

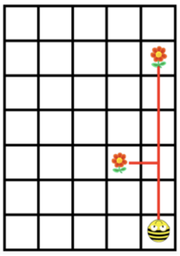
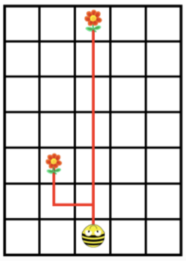
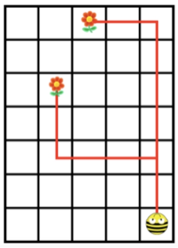
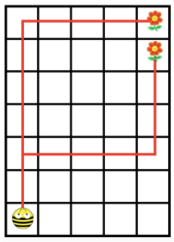
- El número de bloques (instrucciones) necesarios para resolver el trayecto dado (*n*).
- El número de giros involucrados necesarios para resolver el trayecto dado (*gir*).
- El cambio de orientación (*ori*) del robot *Bee-bot* con respecto al sistema de referencia del estudiante (que será fijo durante toda la tarea, pues el estudiante se situará en la parte inferior de los tableros mirando hacia el robot). Se tomará en cuenta siempre el mayor cambio de orientación realizado por el robot durante todo el recorrido, en grados en sentido horario o antihorario.

La definición de estas variables de tarea nos permiten asignar una medida de complejidad para cada uno de los trayectos que conformarán los problemas diseñados sobre el tablero.

La colección de problemas administrados

Teniendo en cuenta el propósito del estudio, para el diseño de los problemas se presentaron dos flores objetivo sobre el tablero, correspondientes a caminos con distintas complejidades relativas. En concreto, se prepararon los cuatro problemas mostrados en la Tabla 1.

Tabla 1. *Colección de problemas administrados a los estudiantes*

Problemas			
P01	***P02***	***P03***	***P04***
			

Las características referentes a la complejidad de los caminos de los problemas administrados se describen en la Tabla 2 (consideramos como *trayecto 0* aquel que lleva asociada una complejidad menor). En los problemas *P01* y *P02* los caminos más complejos (*trayecto 1*) pueden percibirse visualmente más cercanos a la casilla inicial. En los problemas *P03* y *P04* esta percepción visual se hace menos patente, y ambas flores parecen más o menos igual de alejadas, si bien, la flor más cercana se alcanza por el camino más complejo. En todos ellos, el problema se enunció verbalmente de la siguiente manera: *"El robot-abeja Bee-bot ha de llegar a una de las dos flores que aparecen en el tablero. Tú decides a cuál de ellas llevarlo, siempre siguiendo los caminos marcados con la línea roja. Recuerda que tanto al robot-abeja como a nosotros nos da igual a qué flor elijas ir"*. Además, se recordaba la necesidad de elaborar el plan en la caja de secuenciación para después programar el robot *Bee-bot*, tal y como se ha descrito con anterioridad.

Tabla 2. *Variables de complejidad asociadas a los caminos de los problemas administrados*

	P01			***P02***			***P03***			***P04***		
Trayecto	*Bloques*	*Giros*	*Ori*	*Bloques*	*Giros*	*Ori*	*Bloques*	*Giros*	*Ori*	*Bloques*	*Giros*	*Ori*
0	5	0	0º	6	0	0	9	1	90º	11	1	-90º
1	4	1	90º	5	2	90º	9	2	90º	11	2	-90º

Nota: La columna "Bloques" se corresponde con la variable *n* y "Giros" con la variable *gir*.

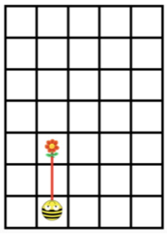
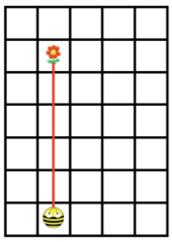
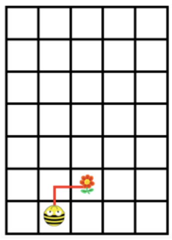
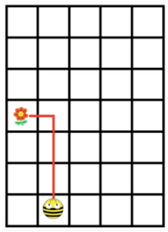
Participantes

En este estudio participaron 7 estudiantes del último curso de Educación Infantil (5 años) y 7 del primer curso de Educación Primaria de un centro concertado del sistema educativo de la Comunitat Valenciana. Para su identificación a los estudiantes se les asignó un código numérico que empieza por 5 o por 6, según fuera el estudiante de infantil o primaria, seguido de una cadena numérica que se corresponde con los ficheros audiovisuales generados.

Método

El experimento se llevó a cabo de forma individual con cada uno de los participantes. Primeramente, se llevó a cabo una secuencia de enseñanza consistente en una instrucción sobre el uso y la comprensión de los bloques que el robot es capaz de ejecutar, haciendo uso de las tarjetas de comandos y la caja de secuenciación. A continuación, se presentaron cuatro tareas de activación consistentes en llevar a *Bee-bot* desde una posición inicial a otra final (identificada con una flor) siguiendo un camino dado marcado en color rojo (Tabla 3). La forma de proceder del estudiante debía de ser la misma que la descrita para los problemas de la Tabla 1.

Tabla 3. *Tareas de activación administradas tras la fase de enseñanza y antes de los problemas*

Tareas de activación			
A01	***A02***	***A03***	***A04***
			

Finalmente, se administró la colección conformada por los cuatro problemas de la Tabla 1. Las sesiones se grabaron en vídeo y se transcribieron posteriormente a un protocolo escrito. Dado que se pretende observar la resolución de problemas, siguiendo las directrices de los estudios propios de este campo (Schoenfeld, 1985), se intentó que el grado de intervención de los investigadores fuera muy bajo. Sin embargo, no pudo ser inexistente, pues se tuvo que intervenir en las situaciones típicas asociadas al manejo de *Bee-bot* (por ejemplo, para recordar la necesidad borrar el plan previo en el robot, instrucción "CLEAR") o para remediar la ausencia de comunicación o los diálogos inaudibles propios de los estudiantes de las etapas educativas involucradas.

RESULTADOS

Para el análisis de resultados se tuvieron en cuenta las variables de producto siguientes en relación a la resolución de los problemas de la Tabla 1:

- El número de intentos iniciados por el estudiante para resolver el problema (*i*).
- La complejidad del trayecto elegido (*elec*). Se conviene 0 para el trayecto menos complejo y 1 para el más complejo.
- Tasa de acierto hasta el primer error en el plan elaborado por el estudiante (*t*, en relación al trayecto seleccionado). Esta definición, que no es la propia del análisis de procesos de resolución de problemas, se considera así por las características del propio entorno tecnológico; pues el movimiento del robot se vuelve difícilmente interpretable o bien carente de sentido para el estudiante una vez *Bee-bot* ejecuta el primer bloque (del plan del estudiante) no coincidente con el trayecto seleccionado de los mostrados en el tablero. Esta variable se calcula como $t = C / n$, donde C es el número de bloques correctos hasta el primer error en el plan elaborado por el estudiante y n es el número total de bloques del trayecto elegido (mostrado en la Tabla 2). Con esta definición, la tasa de acierto toma valores $0 < t < 1$, siendo $t = 1$ el indicador de que el plan elaborado contiene todas las instrucciones necesarias para recorrer el trayecto seleccionado.

En la Tabla 4 podemos ver un ejemplo de cómo se ha procedido con la codificación de las variables de producto descritas.

Tabla 4. *Ejemplo de codificación según las variables descritas para este estudio*

estudiante	*problema*	*i*	*elec*	*plan trayecto*	*plan elaborado*	*n*	*C*	*t*
5-188	*P02*	1	1	[↑ < ↑ > ↑]	[↑ < ↑]	5	3	.600
		2	1	’’	[↑ < ↑ ↑]	5	3	.600
		3*	1	’’	[↑ ↑ < ↑]	5	1	.200
6-195	*P03*	1	1	[↑ ↑ < ↑ ↑ ↑ > ↑ ↑]	[↑ ↑ < < < ↑ ↑]	9	3	.333
		2	1	’’	[↑ ↑ < ↑ ↑ ↑]	9	6	.667
		3	1	’’	[↑ ↑ < ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑]	9	6	.667
		4**	0	[↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ < ↑ ↑]	[↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ < ↑ ↑]	9	9	1

Nota: * indica problema no abordado o abandonado por decisión del estudiante o de los investigadores. ** indica un cambio en la elección del trayecto a recorrer.

Los resultados resumidos se detallan en la Tabla 5 para los estudiantes del último curso de Ed. Infantil y en la Tabla 6 para los de primer curso de Ed. Primaria. Además, durante el proceso de resolución se realizaron anotaciones referentes a las variables de proceso derivadas de sus intervenciones verbales. Estas incluyen referencias a los heurísticos utilizados, comentarios sobre la dificultad experimentada o condicionantes sobre las decisiones tomadas por el estudiante al resolver la tarea.

Tabla 5. *Resultados correspondientes a la administración de los problemas P01 a P04 en estudiantes de último curso de Ed. Infantil*

	P01			***P02***			***P03***			***P04***		
estudiante	*i*	*elec*	*t*	*i*	*elec*	*t*	*i*	*elec*	*t*	*i*	*elec*	*t*
5-182	1	1	1	1	0	.833	1	1	1	1	1	1
				2	0	1						
5-184	1	0	1	1	1	.600	*			*		
	2	0	0	2*	1	.600						
5-185	1	0	.800	1	1	.600	1	1	.667	1	0	.455
	2	0	1	2	1	.200	2*	1	.667	2*	0	.636
				3**	0	.833						
				4	0	1						

5-186	1	1	.500	1	1	.400	1	1	.556	1	1	.091
	2	1	1	2	1	.600	2	1	.556	2	1	.091
				3*	1	.600	3*	1	.667	3	1	1
5-187	1	1	1	1	1	.600	1	0	1	1	0	1
				2**	0	1						
5-188	1	1	1	1	1	.600	1	0	1	1	1	.636
				2	1	.600				2	1	.545
				3*	1	.200				3	1	.545
										4	1	1
5-191	1	1	.500	1	1	.600	1	1	.222	*		
	2**	0	.800	2	1	.600	2**	0	.667			
	3	0	1	3**	0	1	3	0	.667			
							4	0	.556			
							5*	0	.667			

Nota: * indica problema no abordado o abandonado por decisión del estudiante o de los investigadores. ** indica un cambio en la elección del trayecto a recorrer.

Tabla 6. *Resultados correspondientes a la administración de los problemas P01 a P04 en estudiantes de primer curso de Ed. Primaria*

	P01			***P02***			***P03***			***P04***		
estudiante	*i*	*elec*	*t*	*i*	*elec*	*t*	*i*	*elec*	*t*	*i*	*elec*	*t*
6-193	1	1	1	1	1	.600	1	0	1	1	0	.909
				2**	0	1				2	0	.909
										3	0	1
6-194	1	0	1	1	0	1	1	1	.333	1	1	.182
							2**	0	.556	2** / *	0	.636
							3*	0	.556			
6-195	1	0	1	1	1	.400	1	1	.333	1	0	1
				2	0	1	2	1	.667			
							3	1	.667			

							4**	0	1			
6-197	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
6-198	1	1	.750	1	0	1	1	1	.333	1	0	.636
	2**	0	1				2* / **	0	.778	2*	0	.636
6-201	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	.182
										2	1	.545
										3	0	1

Nota: * indica problema no abordado o abandonado por decisión del estudiante o de los investigadores. ** indica un cambio en la elección del trayecto a recorrer.

DISCUSIÓN

Con respecto a la variable principal, la tasa de aciertos (*t*), podemos observar que la dificultad experimentada por los estudiantes en la resolución es acorde a la complejidad estructural con la que se han diseñado los problemas (Figura 4, izquierda); para ello basta obtener el valor medio de dicha tasa de éxito para cada uno de los problemas, observando el valor más alto en el problema *P01* (menos complejo) y valores cada vez más bajos para los siguientes problemas (más complejos). Analizando los cálculos de la tasa de aciertos media por grupos (Figura 4, derecha) se observa como los estudiantes de Educación Primaria consiguen un mayor desempeño en los problemas administrados con respecto a los estudiantes de Educación Infantil. Este hecho era esperable, pues su nivel de desarrollo y de conocimientos relativos a la resolución de problemas se entiende, en general, como más amplio. El aumento de la tasa de aciertos por parte de los estudiantes de primaria en el problema *P04* con respecto al *P03* es debido a que la mayoría seleccionaron el *trayecto 0*, más sencillo, para la resolución (como se verá en la Figura 5). La Tabla 7 recoge los cálculos de la media de la tasa de aciertos (*t*) según problema, curso de los participantes y trayectoria elegida para resolver cada tarea.

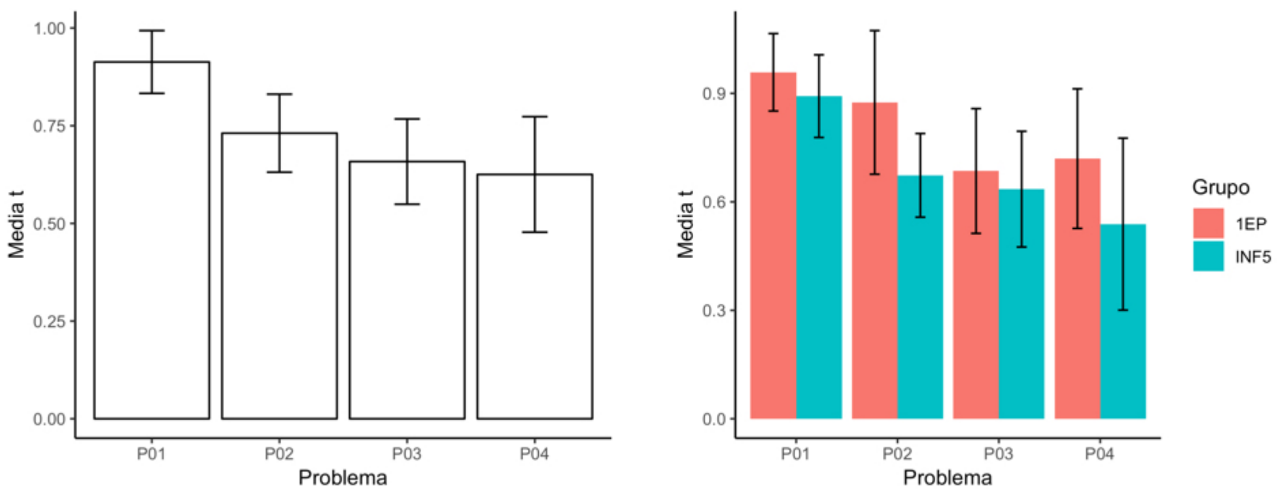


Figura 4. Izquierda: cálculo de la dificultad de los problemas administrados en base a la media de la tasa de aciertos (*t*) de toda la población. Derecha: tasa media de aciertos (*t*) por grupo

Tabla 7. *Descriptivos del cálculo del valor medio de la tasa de aciertos en distintas muestras*

Problema	Valor medio global	Valor medio por grupo (Figura 4 derecha)	Valor medio por trayecto elegido
P01	*t = .913*	INF5: *t = .892*	tr. 0: *t = .964*
		1EP: *t* = .958	tr. 1: *t = .844*
P02	*t = .731*	INF5: *t = .673*	tr. 0: *t = .972*
		1EP: *t = .875*	tr. 1: *t = .550*
P03	*t = .658*	INF5: *t = .635*	tr. 0: *t = .804*
		1EP: *t = .685*	tr. 1: *t = .556*
P04	*t = .625*	INF5: *t = .538*	tr. 0: *t = .818*
		1EP: *t = .720*	tr. 1: *t = .529*

Nota: todos los valores de *t* mostrados corresponden a medias calculadas a partir de los valores individuales de la tasa de aciertos (*t*) para cada uno de los intentos mostrados en las Tabla 5 y 6.

Si se analiza la variación del valor medio de la tasa de aciertos (*t*) en función del trayecto elegido por el estudiante se obtiene que, tomando en consideración ambos grupos, la resolución del problema resulta más exitosa cuando se toma el trayecto menos complejo (etiquetado como *trayecto 0*, ver Tabla 7 última columna). Este resultado coincide con la intuición de que una tarea menos compleja va a producir, a priori, mayor tasa de éxito cuando sea abordada por los estudiantes (considerados en su totalidad). Así mismo, del análisis de los resultados se deriva que los estudiantes de infantil realizan un número de intentos considerablemente mayor para la resolución de los mismos problemas con respecto a los estudiantes de primaria (Figura 5).

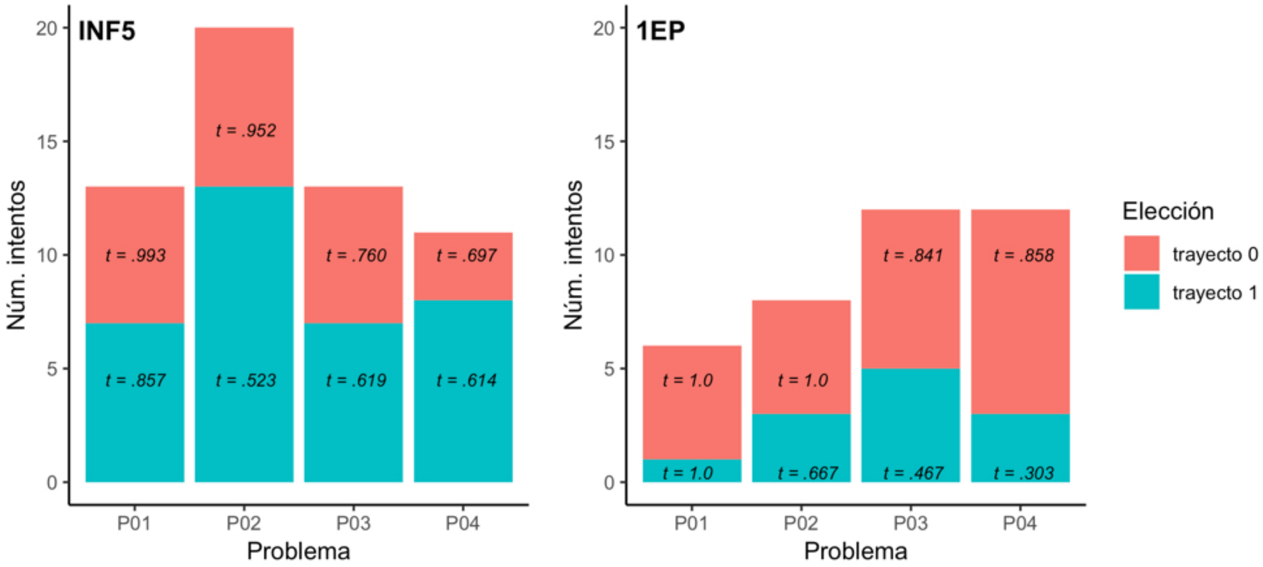


Figura 5. Número de intentos y trayecto seleccionado para cada conjunto de datos. Se adjunta el cálculo de la tasa de aciertos (*t*) por trayecto para infantil (izquierda) y primaria (derecha)

En relación a los trayectos elegidos (Figura 5), observamos que los estudiantes de infantil realizan, en proporción, más intentos en los caminos etiquetados como más complejos (*trayecto 1*, mostrados en verde). A pesar de ello, el valor medio de la tasa de aciertos correspondiente a los intentos realizados abordando el *trayecto 1* continúa siendo menor que la media de dicha tasa cuando el problema se aborda por el *trayecto 0* (como indican las tasas calculadas en la Figura 5). Para los estudiantes de primaria ocurre algo similar, con la particularidad de que el número de intentos realizados por el trayecto complejo es considerablemente menor (Figura 5, derecha).

Los resultados anteriores los podemos relacionar con los datos cualitativos recopilados durante la experimentación (Tabla 8), que nos indican que, en general, para los estudiantes del último curso de infantil la percepción de la dificultad y la toma de decisiones se basa esencialmente en factores relacionados con la distancia a la que está el objetivo, sin tener en cuenta otros factores como la sencillez del plan (*P01* 6-197), los conocimientos previos (*P01* 6-195) o el análisis de la situación problemática (*P03* 6-194, *P04* 5-187), como se muestra en la Tabla 8.

Tabla 8. *Variables de proceso derivadas de las actuaciones de los estudiantes*

Problema	**ID**	***elec***	**Justificación elección**
P01	5-187	1	"porque la flor está al lado"
	5-191	1	"he intentado ir a la flor que está más cerquita pero se me ha salido la abeja"
	6-194	0	"porque es más fácil"
	6-195	0	"porque esta [*trayecto 1*] no me la sé"
	6-197	0	"porque ahí [*trayecto 0*] solo tenía que ir para adelante y era más fácil"
P02	5-184	0	"porque ya lo he hecho"

	6-193	0	“porque en el otro [*trayecto 1*] no sabía cómo girar”
	6-194	0	“porque también es más fácil y en el otro [*trayecto 1*] tenía que girar”
P03	6-194	0	“pienso que es más fácil este [*trayecto 0*] porque era recto y luego hacía así [indica un giro con la mano] que es más fácil que hacer así [indica una “S” con la mano]”
P04	5-182	1	“porque es el que más cerca está”
	5-186	1	“porque es más corto; para llegar más pronto”
	5-187	0	“porque estaba recto y solo había que girar una vez; en el otro camino [*trayecto 1*] había que girar dos veces y no me aclaraba a girar”
	5-188	1	“porque era el más corto”
	6-201	0	“porque ese [*trayecto 1*] me costaba”

Destaca también el hecho de que los estudiantes de primaria muestren un mayor control y monitorización de la resolución, pues mayoritariamente seleccionan el trayecto sencillo (*trayecto 0*) para resolver los problemas (Figura 5, derecha), pese a tener las destrezas necesarias para resolver el trayecto más complejo (como se vio en las tareas de activación). Algunas anotaciones verbales de las mostradas en la Tabla 8, nos inclinan a pensar que tienen en cuenta un mayor abanico de factores implicados en el proceso de resolución de problemas, además de contar con un mayor conocimiento base.

CONCLUSIONES

Somos conscientes de que el tamaño de la población elegida para este estudio limita la generalización de los resultados obtenidos. No obstante, el presente trabajo nos ha permitido delimitar algunos campos de actuación para continuar investigando, en futuros experimentos, sobre los factores que tienen en cuenta en la toma de decisiones estudiantes de diferentes etapas educativas. En particular, aquellos factores relacionados con la gestión de la elección del trayecto y la evaluación previa de la complejidad de las vías de resolución de un problema.

En relación a los datos analizados, podemos concluir que la monitorización y evaluación de la complejidad de este tipo de problemas, no trabajados en la escuela, son mucho más eficientes en los estudiantes de primer curso de Educación Primaria, pues así lo muestran las tasas de éxito, el número de intentos y las elecciones de trayecto. Es muy interesante la forma de proceder que se ha puesto de manifiesto en los estudiantes de Educación Infantil pues, a la hora de realizar la elección del trayecto, no parecen poder evaluar la complejidad previamente a elaborar un plan de resolución. Se ha visto que en estos estudiantes el factor topológico de la distancia a la que se encuentra la flor-objetivo es crucial y determina la posterior actuación en la resolución del problema. Finalmente, hemos podido confeccionar un conjunto de tareas que constituyen verdaderos problemas matemáticos para estudiantes de primeras edades escolares, a la vez que les permiten iniciarse en las estructuras básicas de la programación secuencial y potenciar los procesos de toma de decisiones y el uso de heurísticos, como un paso más hacia la resolución de problemas**.**

En relación al trabajo futuro, esperamos poder desarrollar un entorno tecnológico que actúe como un sistema tutorial inteligente y que permita almacenar las acciones realizadas por el estudiante en cada una de las fases de la resolución de este tipo de problemas. Esto permitirá tener un mayor conocimiento sobre la elaboración, modificación y evaluación de los planes a ejecutar, así como una rápida monitorización de los intentos y las tasas de éxito asociadas a la vía de resolución del estudiante. Con este entorno, se podrán abordar nuevas preguntas de investigación como, por ejemplo, si existen relaciones entre las tasas de éxito en la resolución de este tipo de problemas y los de enunciado verbal típicos de la escuela en primaria, el análisis y categorización del uso de heurísticos puestos en juego para resolver de problemas con *Bee-bot* en diferentes niveles educativos, o profundizar en el análisis de patrones en los protocolos verbales en aquellos estudiantes que resuelven con éxito este tipo de problemas.

AGRADECIMIENTOS

Este artículo es parte del proyecto de investigación EDU2017-84377-R (AEI/FEDER, UE).

REFERENCIAS

Aldon, G., Hitt, F., Bazzini, L., y Gellert, U. (Eds.). (2017). *Mathematics and Technology*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-51380-5

Bers, M. U., Seddighin, S., y Sullivan, A. (2013). Ready for Robotics: Bringing Together the T and E of STEM in Early Childhood Teacher Education. *Journal of Technology and Teacher Education, 21*(3), 355–377.

Brownell, W. A. (1942). Problem Solving. En N. B. Henry (Ed.), *The Psychology of Learning*. Chicago: University of Chicago Press.

Chen, G., Shen, J., Barth-Cohen, L., Jiang, S., Huang, X., y Eltoukhy, M. (2017). Assessing elementary students' computational thinking in everyday reasoning and robotics programming. *Computers and Education*, *109*, 162–175. http://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.03.001

Clark-Wilson, A., Robutti, O., y Sinclair, N. (Eds.). (2014). *The Mathematics Teacher in the Digital Era. An International Perspective on Technology Focused Professional Development*. Dordrecht: Springer. http://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1

Clements, D. H., y Sarama, J. (1997). Research on Logo: a decade of progress. *Computers in the Schools*, *14*(1), 9–46. http://doi.org/10.1300/J025v02n02

Cózar, R., y De Moya, M. del V. (Eds.). (2017). *Entornos humanos digitalizados: experiencias TIC en escenarios educativos*. Madrid: Síntesis.

Diago, P. D., y Arnau, D. (2017). Pensamiento computacional y resolución de problemas en Educación Infantil: Una secuencia de enseñanza con el robot Bee-bot. En FESPM (Ed.), *Libro de actas VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)* (pp. 255–263). Madrid, España.

FECYT, Google, y Everis. (2016). *Educación en ciencias de la computación en España 2015*. Ministerio de Economía y Competitividad.

Hoyles, C., y Lagrange, J.-B. (Eds.). (2010). *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain: The 17th ICMI Study*. New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0

Hoyles, C., y Noss, R. (1992). *Learning Mathematics and Logo*. Cambridge: MIT Press.

Kilpatrick, J. (1978). Variables and Methodologies in Research on Problem Solving. En L. L. Hatfield y D. A. Bradbard (Eds.), *Mathematical Problem Solving: Papers from a Research Workshop* (pp. 7–20). Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.

Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. En A. SIlver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 1–15). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Merino-Armero, J. M., González-Calero, J. A., Cózar-Gutiérrez, R., y Villena-Taranilla, R. (2018). Computational Thinking Initiation. An experience with robots in Primary Education. *Journal of Research in Science, Mathematics and Technology Education, 1*(2), 181–206.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Papert, S. (1981). *Mindstorms - Children, Computers and Powerful Ideas*. New York: Basic Books.

Polya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Sabena, C. (2017). Task design in a paper and pencil and technological environment to promote inclusive learning: An examp°le with polygonal numbers. En G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini, y U. Gellert (Eds.), *Early Child Spatial Development: A Teaching Experiment with Programmable Robots* (pp. 13–30). Cham, Switzerland: Springer International Publishing. http://doi.org/10.1007/978-3-319-51380-5

Sáez, J. M., y Cózar, R. (2017). Pensamiento computacional y programación visual por bloques en el aula de Primaria. *Educar*, *53*(1), 129–146. http://doi.org/dx.doi.org/10.5565/rev/educar.841

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press: Orlando, FL.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). Reston, VA: National Council ofTeachers of Mathematics.

Strawhacker, A., y Bers, M. U. (2015). "I want my robot to look for food": Comparing Kindergartner's programming comprehension using tangible, graphic, and hybrid user interfaces. *International Journal of Technology and Design Education*, *25*(3), 293–319. http://doi.org/10.1007/s10798-014-9287-7

Weintrop, D., y Wilensky, U. (2015). To Block or not to Block, That is the Question: Students' Perceptions of Blocks-based Programming. En *Proc. IDC '15. ACM* (pp. 199–208). http://doi.org/10.1145/2771839.2771860

Wing, J. M. (2006). Computational Thinking. *Communications of the ACM*, *49*(3), 33–35. http://doi.org/10.1145/1118178.1118215

Pascual D. Diago
Universitat de València, España
Pascual.Diago@uv.es

David Arnau
Universitat de València, España
David.Arnau@uv.es

José Antonio González-Calero
Universidad de Castilla – La Mancha, España
Jose.GonzalezCalero@uclm.es