



ERRORES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE CAMBIO Y COMBINACIÓN EN ALUMNOS DE 2º DE PRIMARIA

Aránzazu Del Rosal Pedrajas, CEIP Torre Malmuerta, Córdoba, España

Mª Pilar Gutiérrez Arenas, Universidad de Córdoba, España

Alexander Maz-Machado, Universidad de Córdoba, España

Resumen

Se presenta una investigación orientada a identificar las dificultades encontradas en la resolución de los problemas matemáticos de cambio y combinación, más concretamente en detectar los errores cometidos en tal proceso. Así mismo se busca determinar si hay relación entre el sexo y los tipos de errores. El estudio es exploratorio y aplica una batería de problemas ya validados. Se halló que los alumnos cometen más errores en los problemas de cambio que en los de combinación. Y el error más frecuente es que expresan una operación de suma o resta y operan de manera contraria.

Palabras clave: Resolución de Problemas, Educación Primaria, Educación Matemática, errores.

Math Problem solving errors regarding Change and Combine situations in K-7 Primary Students

Abstract

We hereby present a piece of enquiry focused on the identification of the difficulties that pupils face regarding problems solving in situations that require change and combine, and, more precisely, on the detection of the errors made in such process. Specially, we aim to determine whether there is any relation between gender and type of error. This study is exploratory in nature and applies a set of already validated problems. Findings show that pupils make more error in Change problems than in Combine problems. The most frequent error is that they turn to mathematical operations of either addition or subtraction, choosing the corresponding opposite operation.

Keywords: Problem Solving, Primary Education, Mathematics education, errors.

INTRODUCCIÓN

La finalidad del área de Matemáticas en Educación Primaria es el desarrollo de la Competencia matemática focalizando el interés sobre las capacidades de los sujetos para analizar y comprender las situaciones, identificar conceptos y procedimientos matemáticos aplicables, razonar sobre las mismas, generar soluciones y expresar los resultados de manera adecuada.

En el marco legislativo español (LOE, 2016; LOMCE, 2013) el Área de Matemáticas se enriquece con la creación de un nuevo bloque “Procesos, métodos y actitudes en matemáticas”, con este bloque se pretende que el alumnado planifique su proceso en la resolución de problemas con:

- El análisis y comprensión de su enunciado.
- Las estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, un ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.
- Análisis de los resultados obtenidos: planteamiento de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales.

Los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática y deben ser fuente y soporte principal del aprendizaje a lo largo de la etapa, puesto que constituyen la piedra angular de la educación matemática.

Así, a través de ellos, podremos reflexionar sobre las experiencias de aula de los diferentes niveles educativos, sobre distintos talleres que se presentan y sobre los diferentes debates en donde se unen investigación educativa y experiencia docente.

La resolución de problemas permite también, comprobar “in situ” los problemas que surgen en la escuela en torno a las cuatro operaciones aritméticas (Puig y Cerdán, 1988), exponiendo las dificultades que encuentran los alumnos cuando van a resolverlo y, por último, se han desarrollado investigaciones que plantean sugerencias para resolver problemas de forma práctica y así ayudar al maestro en la realización de su labor como docente (Blanco y Blanco, 2009).

Es un hecho que la resolución de problemas en la Educación Primaria es un tema recurrente en la investigación en Educación Matemática. Gagne (1979) y Lester (1983) reflexionaron acerca de lo que se entiende por un problema. Carrillo (1998) intenta indagar acerca del sentido que tienen los problemas matemáticos para el profesor a través de sus concepciones.

Algunas de las investigaciones sobre adición y sustracción han recurrido a la resolución de problemas en diferentes situaciones, elaborando clasificaciones de tipos de situaciones problema según el procesamiento semántico: cambio, combinación, comparación (Heller y Greeno, 1978) y de igualdad (Carpenter y Moser, 1983). Durante las décadas de los años ochenta y noventa muchos estudios han demostrado convincentemente que estos tipos de problemas distintos difieren significativamente en términos de nivel de dificultad, el tipo de estrategias que utilizan los niños para resolver estos problemas y la naturaleza de sus errores (Fucson, 1992; Verschaffel y De Corte, 1993; Verschaffel y De Corte, 1996).

A nivel español, son muchos los autores que identifican y plantean diferentes variables para realizar estudios relacionados con los problemas aritméticos. Por ejemplo, Puig y Cerdan (1998) señalan las variables de contenido y de componente semántico, mientras que Castro, Rico y Gil (1992) enfatizan la información proporcionada y la secuencia operatoria que relaciona la información con la pregunta.

Castro (1995) no sólo trabajó con los problemas de comparación multiplicativa sino que ha revisado las ideas y tendencias sobre este tema en España (Castro, 2008). En esta línea Casajús (2005)

diseño una batería de problemas aritmético-verbales adecuados al nivel de primar ciclo de la educación primaria con la incógnita en diferentes lugares del enunciado, los cuales aplicó en Cataluña. Uno de nuestros propósitos es adecuar tales problemas al castellano y aplicarlo a una muestra de alumnos andaluces con miras a establecer comparaciones con sus resultados.

METODOLOGÍA

El presente estudio se trata de una investigación de tipo descriptiva. Tiene como aspecto central el estudio de las dificultades encontradas en la resolución de los problemas matemáticos y más concretamente en detectar los errores cometidos en tal proceso en problemas de cambio y combinación.

Objetivos

1. Comprobar si existen diferencias significativas en cuanto al sexo a la hora de resolver problemas matemáticos aritmético-verbales de cambio y de combinación.
2. Identificar los tipos de errores más frecuentes en los que incurren los alumnos en este tipo de problemas.

Para el objetivo 1, definimos las siguientes hipótesis:

- H_0 = El tipo de error cometido en la resolución de problemas es independiente del sexo del alumnado.
- H_a = El tipo de error cometido en la resolución de problemas depende del sexo del alumnado.

El instrumento de recogida de datos ha sido una batería de problemas aritmético-verbales adecuados al nivel de primer ciclo de la Educación Primaria y que se han traducido del catalán al castellano (Anexo 1). Se trata de un instrumento cuya validez y fiabilidad ya ha sido comprobada por (Casajús, 2005).

En dicho instrumento, para facilitar el análisis posterior, se realizó una agrupación de los problemas de la prueba. Los grupos de problemas son los siguientes:

- Problemas aditivos de cambio (1 al 6).
- Problemas aditivos de combinación (7 y 8).

Población y muestra

En la primera fase del estudio que aquí presentamos se aplicaron únicamente los problemas de Cambio y combinación, en total 8 problemas. La muestra fue un grupo de 25 alumnos de 2º de Educación Primaria de un Centro de Educación Infantil y Primaria de la Ciudad de Córdoba, de los cuales 9 son niños y 16 son niñas, habiendo contado con su totalidad en la realización de este trabajo. El rango de edad de este 2º curso de Educación Primaria está entre 7 y 8 años, habiendo alumnado que ya tienen los 8 años cumplidos, y otros, que aún tienen 7 años.

Criterios de análisis

Para los criterios de análisis en la corrección de los errores, se tomó la lista de tipificación que recoge el conjunto de todos los errores (Tabla 1) que aparecieron originalmente en el estudio de Casajús (2005).

Se recogieron y contabilizaron todos los errores cometidos y el tipo de error según la clasificación referida. Si el planteamiento era incorrecto, se seguía corrigiendo para comprobar si existían errores en la ejecución del problema. De la misma manera, en un planteamiento correcto, no se acababa de corregir hasta recoger todos los errores cometidos.

Tabla 1. *Tipos de errores en la resolución de problemas de matemáticas en Primaria*

Tipificación de los errores en los problemas			
Aspecto a categorizar		Código error	
Problema correcto		99	
Problema sin contestar		0	
Problema incorrecto	Planteamiento incorrecto	Error debido a “llevadas”	3
		Traslación incorrecta de la cifra del dato (cambia algunas cifras por otras diferentes). Alteración de los dígitos.	9
		En una resta siempre resta los números mayores menos los pequeños (tanto estén en el minuendo como en el substraendo)	15
		Aunque expresa explícitamente de manera clara la operación en la ejecución del problema, (en el cálculo de la suma o resta) alterna las dos operaciones para la resolución de tal operación.	16
		Coloca mal los miembros de la resta (minuendo por substraendo) tanto si ha acertado en la elección del algoritmo como si no.	17
		Se deja o añade algún dígito de algún nº que aparece como dato en el enunciado.	18
		No hay errores en la ejecución de las operaciones	19
		En una operación se deja números sin operar	20
		Expresa una operación (de suma o resta) y opera en toda ella contrariamente a lo propuesto.	21
		Utiliza como datos del problema otros números que aparecen en el enunciado en letra.	23
		Planteamiento Correcto	En una operación se deja números sin operar
	Error en las “llevadas”.	43	

RESULTADOS

En relación con los problemas de Cambio, el tipo de error que ha destacado sobre los demás es Expresa una operación y opera contrariamente a los propuestos, hasta tal punto que todos los demás errores juntos suman poco más de la mitad que este error solo (Figura 1).

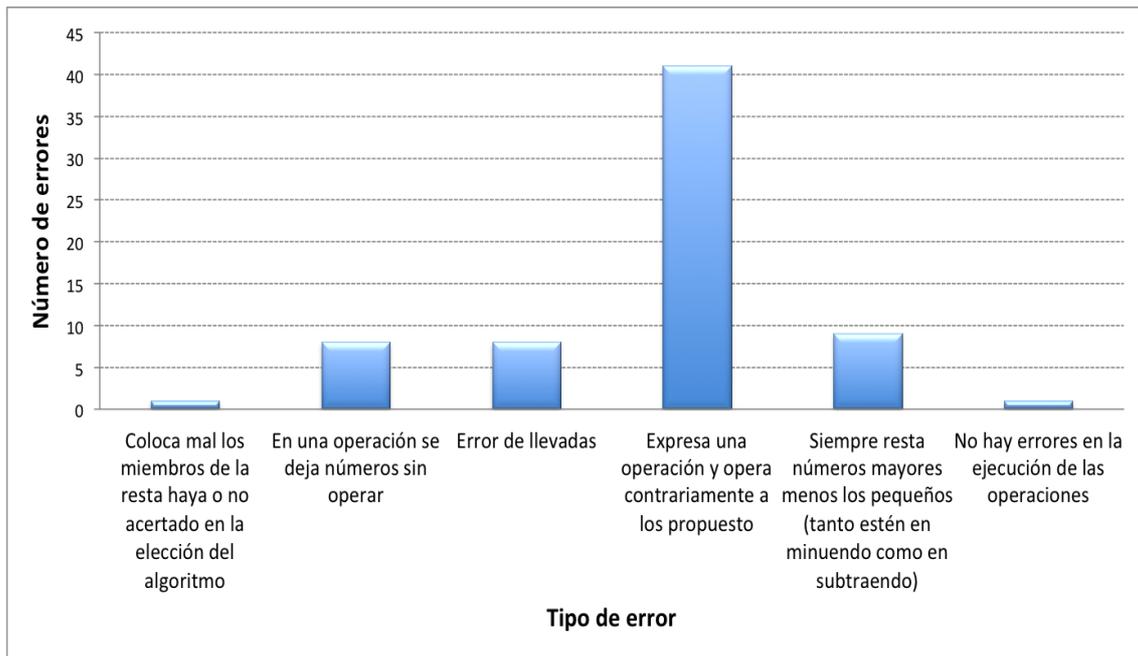


Figura 1. Tipo de error en problemas de Cambio.

Respecto a los problemas de Combinación, el tipo de error más cometido ha sido nuevamente *Expresa una operación y opera contrariamente a los propuestos*, con mucha diferencia respecto a su frecuencia comparándolo con el resto: *Coloca mal los miembros...* y *Siempre resta números mayores....* (Figura 2).

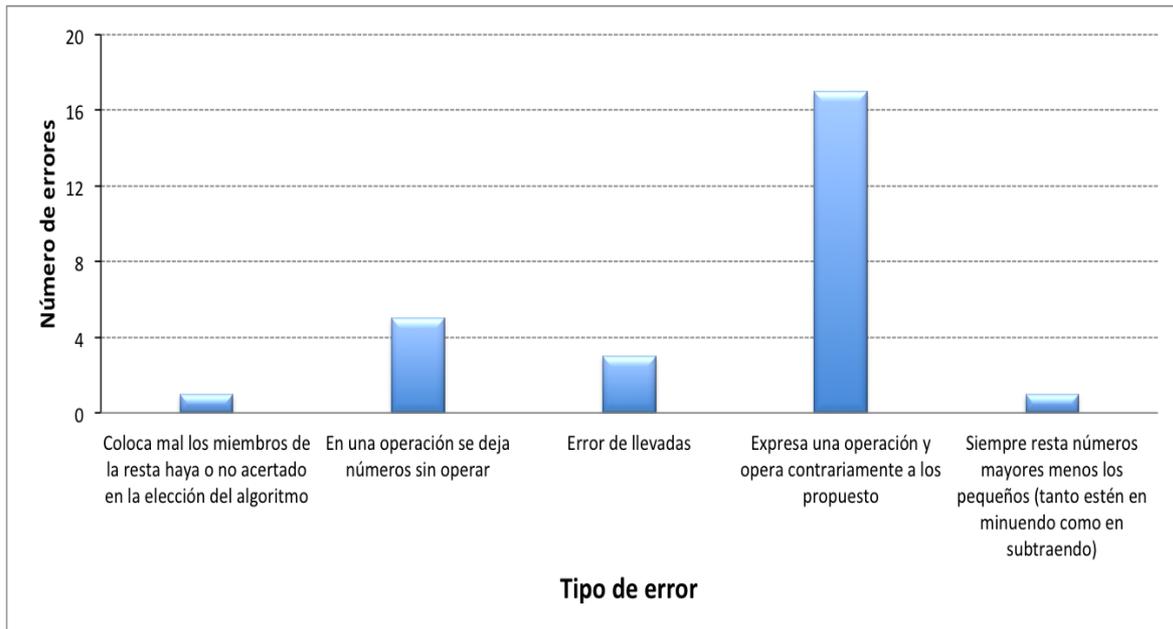


Figura 2. Tipo de error en problemas de Combinación.

Teniendo en cuenta la variable sexo podemos decir que en los problemas de cambio se observan las mayores diferencias (Tabla 2): el error más frecuente cometido por el sexo femenino es el referente al número 21, (*expresa una operación (de suma o resta) y opera en toda ella contrariamente a lo propuesto*), y destaca como los errores más frecuentes cometidos por el sexo masculino los 19 y 43.

El *problema correcto* (99) se presenta más en niñas que niños, pero en un porcentaje similar al del porcentaje de cada sexo respecto el total de la muestra (hemos tenido en cuenta que la relación de alumnos por sexo no es homogénea).

Tabla 2. *Tabla de contingencia Error*Sexo alumnado*Tipo de problema Cambio*

Tipo_problema		Sexo alumnado		Total		
		Femenino	Masculino			
Cambio	Error	3	Recuento	5	2	7
		% dentro de Error	71,4%	28,6%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	5,2%	3,7%	4,7%	
		% del total	3,3%	1,3%	4,7%	
	Error	15	Recuento	5	4	9
		% dentro de Error	55,6%	44,4%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	5,2%	7,4%	6,0%	
		% del total	3,3%	2,7%	6,0%	
	Error	17	Recuento	1	0	1
		% dentro de Error	100,0%	0,0%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	1,0%	0,0%	0,7%	
		% del total	0,7%	0,0%	0,7%	
	Error	19	Recuento	0	1	1
		% dentro de Error	0,0%	100,0%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	0,0%	1,9%	0,7%	
		% del total	0,0%	0,7%	0,7%	
	Error	21	Recuento	30	11	41
		% dentro de Error	73,2%	26,8%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	31,2%	20,4%	27,3%	
		% del total	20,0%	7,3%	27,3%	
Error	40	Recuento	4	4	8	
	% dentro de Error	50,0%	50,0%	100,0%		
	% dentro de Sexo alumnado	4,2%	7,4%	5,3%		
	% del total	2,7%	2,7%	5,3%		
Error	43	Recuento	0	1	1	
	% dentro de Error	0,0%	100,0%	100,0%		
	% dentro de Sexo alumnado	0,0%	1,9%	0,7%		
	% del total	0,0%	0,7%	0,7%		
Error	99	Recuento	51	31	82	
	% dentro de Error	62,2%	37,8%	100,0%		
	% dentro de Sexo alumnado	53,1%	57,4%	54,7%		
	% del total	34,0%	20,7%	54,7%		
Total	Recuento	96	54	150		
	% dentro de Error	64,0%	36,0%	100,0%		
	% dentro de Sexo alumnado	100,0%	100,0%	100,0%		
	% del total	64,0%	36,0%	100,0%		

De la misma forma hemos procedido con los problemas de combinación (Tabla 3). Se observan las mayores diferencias, teniendo en cuenta el sexo del alumnado, en el error número 21 más cometido por el sexo femenino (*expresa una operación (de suma o resta) y opera en toda ella contrariamente a lo propuesto*), y en los errores 19 y 43 mayormente cometido por el sexo masculino. El *problema correcto* (99) lo presentan más niñas que niños, pero en un porcentaje similar al porcentaje de cada sexo respecto el total de la muestra.

Tabla 3. *Tabla de contingencia Error*Sexo alumnado*Tipo de problema Combinación*

Tipo_problema		Sexo alumnado		Total		
		Femenino	Masculino			
Combinación	Error	3	Recuento	2	1	3
		% dentro de Error	66,7%	33,3%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	6,2%	5,6%	6,0%	
		% del total	4,0%	2,0%	6,0%	
	Error	15	Recuento	1	0	1
		% dentro de Error	100,0%	0,0%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	3,1%	0,0%	2,0%	
		% del total	2,0%	0,0%	2,0%	
	Error	17	Recuento	1	0	1
		% dentro de Error	100,0%	0,0%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	3,1%	0,0%	2,0%	
		% del total	2,0%	0,0%	2,0%	
	Error	21	Recuento	13	4	17
		% dentro de Error	76,5%	23,5%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	40,6%	22,2%	34,0%	
		% del total	26,0%	8,0%	34,0%	
	Error	40	Recuento	1	4	5
		% dentro de Error	20,0%	80,0%	100,0%	
		% dentro de Sexo alumnado	3,1%	22,2%	10,0%	
		% del total	2,0%	8,0%	10,0%	
	Error	99	Recuento	14	9	23
% dentro de Error		60,9%	39,1%	100,0%		
% dentro de Sexo alumnado		43,8%	50,0%	46,0%		
% del total		28,0%	18,0%	46,0%		
Total	32	Recuento	32	18	50	
	% dentro de Error	64,0%	36,0%	100,0%		
	% dentro de Sexo alumnado	100,0%	100,0%	100,0%		
	% del total	64,0%	36,0%	100,0%		

El error más significativo dentro del sexo femenino ha sido el 21 (expresa una operación (de suma o resta) y opera en toda ella contrariamente a lo propuesto), aun teniendo en cuenta su porcentaje respecto el total, y dentro del sexo masculino es el error 40 (en una operación se deja números sin operar), cometido cuatro veces más por niños que por niñas. El problema correcto (99) lo presentan más niñas que niños, pero en un porcentaje aproximado del porcentaje de cada sexo respecto el total de alumnos

Después de este análisis descriptivo de las variables, a continuación, procederemos a realizar un estudio para a comprobar si existe relación entre el sexo y el error cometido a la hora de resolver los problemas aritméticos verbales. Para facilitar el cálculo utilizaremos el tipo de problema como criterio para realizar, lo que viene a llamarse una tabla de contingencia segmentada.

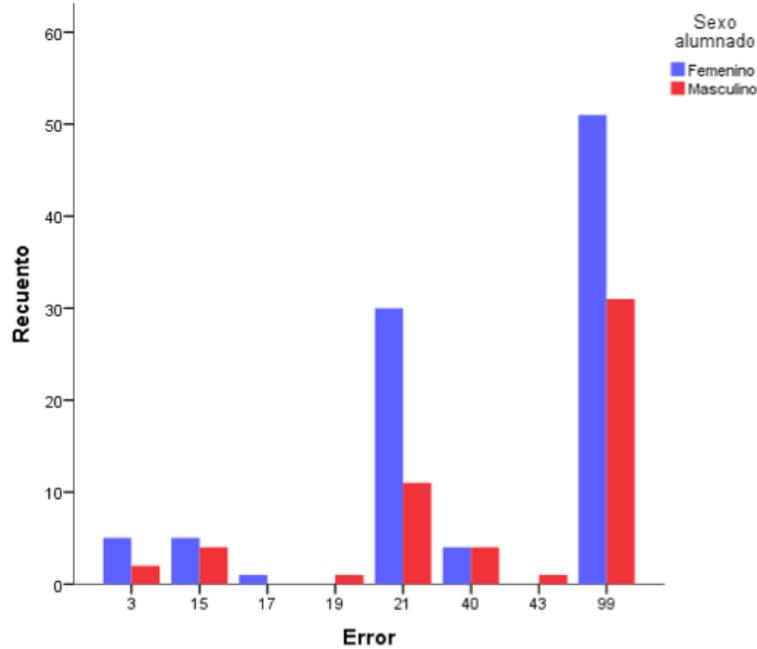


Figura 3. Error cometido en la resolución de problemas de “Cambio”. Gráfico de barras agrupadas por sexo.

Teniendo en cuenta que la relación de alumnos/as por sexo no es homogénea, se observan las mayores diferencias, con más errores cometidos por el sexo femenino los referentes al número 21, *expresa una operación (de suma o resta) y opera en toda ella contrariamente a lo propuesto*, destacando más errores por el sexo masculino en los errores 19 y 43. El *problema correcto (99)* lo tienen más niñas que niños, pero en un % similar al del porcentaje de cada sexo respecto el total de la muestra.

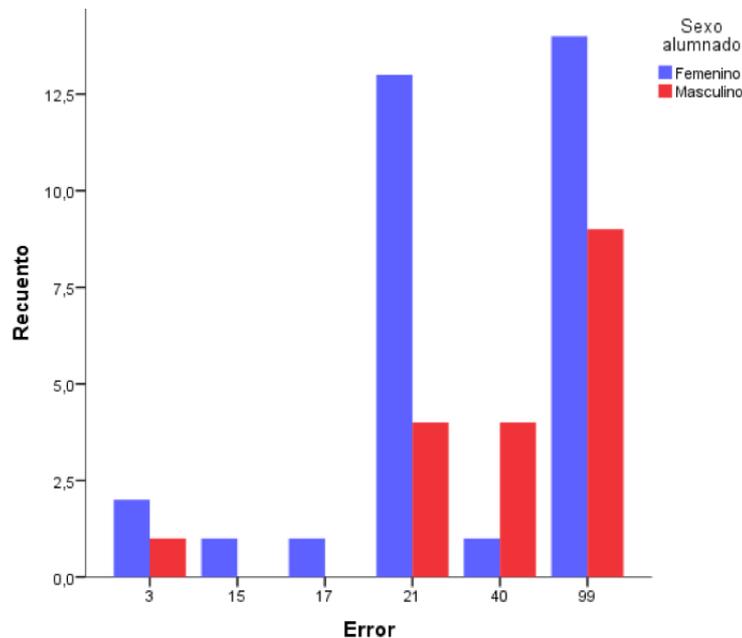


Figura 4. Error cometido en la resolución de problemas de “Combinación”. Gráfico de barras agrupadas por sexo.

El error más significativo dentro del sexo femenino ha sido el 21 (*expresa una operación (de suma o resta) y opera en toda ella contrariamente a lo propuesto*), aún teniendo en cuenta su porcentaje respecto el total, y dentro del sexo masculino es el error 40 (*en una operación se deja números sin operar*), cometido cuatro veces más por niños que por niñas. El *problema correcto* (99) lo presentan más niñas que niños, pero en un porcentaje aproximado del porcentaje de cada sexo respecto el total de alumnos.

Tabla 4. *Pruebas de chi-cuadrado (Sexo-error)*

Tipo_problema		Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)
Cambio	Chi-cuadrado de Pearson	6,857 ^c	7	,444	,456
	Razón de verosimilitudes	7,758	7	,354	,476
	Estadístico exacto de Fisher	6,768			,430
	N de casos válidos	150			
Combinación	Chi-cuadrado de Pearson	6,581 ^d	5	,254	,232
	Razón de verosimilitudes	7,179	5	,208	,308
	Estadístico exacto de Fisher	6,241			,229
	N de casos válidos	50			

Como podemos comprobar (Tabla 4) en todos los casos el p-valor es mayor que 0,05 (nivel de riesgo) por lo que podemos decir que se confirma la hipótesis nula, H_0 = El tipo de error cometido en la resolución de problemas es independiente del sexo del alumnado. Es decir, que la variable sexo no está relacionada con ninguno de los tipos de error en la resolución de problemas, las variables de estudio son independientes.

CONCLUSIONES

Analizando los errores cometidos por el alumnado objeto de estudio se puede comprobar que existen dos tipos de errores encontrados en los problemas que distan claramente de los demás: Expresa una operación y opera contrariamente a los propuestos.

Si nos fijamos en el texto del problema, y con los datos obtenidos en esta investigación, podemos afirmar que la dificultad para enfrentarse al problema aritmético-verbal puede encontrarse en la manera de expresarlo por escrito.

Aunque existen diferencias con respecto al sexo, en algunos casos hemos podido comprobar que estas no son significativas en ninguno de los errores analizados.

Este tipo de estudios nos da pistas importantes de dónde pueden estar las mayores dificultades del alumnado a la hora de resolver determinados tipos de problemas y, por supuesto, es fundamental hacer hincapié, desde el punto de vista metodológico, en la forma de abordar este tipo de problemas sabiendo de antemano dónde está la mayor dificultad.

Con vistas al futuro sería conveniente realizar una comparativa de los datos conseguidos en este trabajo de investigación con algún otro curso, del mismo nivel, y así cotejar resultados. Es decir, recoger un mayor número de participantes para tener en cuenta los resultados en otros contextos.

REFERENCIAS

- Blanco, O. y Blanco, L. (2009). Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Números*, 71, 75-85.
- Carpenter, T. P. y Moser, J. M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics: concepts and processes* (pp. 7-44). New York: Academic Press.

- Carrillo J. (1996). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años* (Tesis Doctoral). Sevilla: Universidad de Sevilla.
- Casajús, A. (2005). *La resolución de problemas aritmético-verbales por alumnos con Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH)* (Tesis Doctoral). Universidad de Barcelona.
- Castro, E. (1995). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Tesis doctoral. Granada: Comares.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En *Investigación en educación matemática XII* (p. 6). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Castro, E., Rico, L. y Gil, F. (1991). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Enseñanza de las Ciencias*, 10(3), 243-253.
- Fucson, K. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En D. A: Grows (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 243-275). New York: MacMillan.
- Gagné, R. (1979): *Las condiciones del aprendizaje*. México, Interamericana.
- Heller, J. y Greeno, J. (1978). *Semantic processing of arithmetic Word problema solving*. Anual Meeting of the Midwestern Psychological Association. Chicago.
- Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem solving research. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisitions of mathematics concepts and processes*. London: Academy Press.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, num. 106, de 4 de mayo de 2006, pp. 17158 a 17207. Recuperado de <https://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. Boletín Oficial del Estado, num. 295, de 10 de diciembre de 2013, pp. 97858 a 97921. Recuperado de <https://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf>
- Puig, L. y Cerdan, F. (1988). Problemas aritméticos escolares. Madrid. Síntesis.
- Verschaffel, L. y De Corte, E. (1993). A decade of research on word problem solving in Leuven: Theoretical, methodological, and practical outcomes. *Educational Psychology Review*, 5(3), 239-256.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1996). Number and arithmetic. En *International handbook of mathematics education* (pp. 99-137). Dordrecht: Springer.

Aránzazu Del Rosal Pedrajas
CEIP Torre Malmuerta, Córdoba, España
txasagi@gmail.com

Mª Pilar Gutiérrez Arenas
Universidad de Córdoba, España
ue2guarp@uco.es

Alexander Maz-Machado
Universidad de Córdoba, España
malmamaa@uco.es