



HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS PARA LA FORMACIÓN DE MAESTROS

María Santágueda Villanueva, Universitat Jaume I, España

Gil Lorenzo-Valentín, Universitat Jaume I, España

Resumen

Gran parte del alumnado que nos encontramos en las aulas del grado de maestro o maestra en educación primaria es desconocedor de los hechos históricos que ocurrieron alrededor del personaje que produjo el contenido matemático que trabajamos, ni tampoco las consecuencias que se han plasmado en el currículo que trabajarán con sus futuros alumnos y alumnas. Siguiendo la teoría de Jankvist (2009) y la experiencia de Furinghetti (2007), emulamos una pequeña experiencia con nuestro alumnado para observar cómo es de útil la historia matemática en el momento de enseñar y aprender matemáticas. La consecuencia principal ha sido que nuestro alumnado fue más consciente del proceso histórico-evolutivo de las matemáticas y su perfil más humano y dinámico reforzando así las múltiples miradas que su futuro alumnado pueda tener sobre los contenidos matemáticos.

Palabras clave: matemáticas, didáctica, grado universitario, enseñanza primaria, historia.

History of mathematics for the formation of teachers

Abstract

The great part of the students of the grade of teacher in primary education is unknowingly of contemporary historical events to the personages who developed certain mathematical content, nor the consequences that have been shaped in the curriculum that will work with their future students. We use the theory of Jankvist (2009) and the experience of Furinghetti (2007), we emulate a small experience with our students to observe how useful mathematical history is when teaching and learning mathematics. The main consequence was that our students were more aware of the historical-evolutionary process of mathematics and their more human and dynamic profile thus reinforcing the multiple looks that your future student may have about mathematical content.

Keywords: mathematics, didactics, degrees, primary education, history.

INTRODUCCIÓN

El alumnado que recibimos en nuestro grado, mayoritariamente, desconoce esta historia “matemática” y también las consecuencias que han producido en el currículum que trabajarán en un futuro. Con esta pequeña propuesta, se pretende que nuestro alumnado del Grado de maestro/a de educación primaria vea la historia matemática como una herramienta para sus futuras clases. Siguiendo la teoría de Jankvist (2009), intentamos que, con esta pequeña experiencia, nuestro alumnado vea cómo de útil es la historia de las matemáticas para enseñar y aprender precisamente esta disciplina. Como dice Guzmán (1992) creemos que la historia les puede servir para enmarcar los diferentes contenidos que se trabajan de esta materia y responde al por qué de la importancia de estos contenidos.

Nuestra experiencia es similar a la realizada por Furinghetti (2007) donde el autor explica que no podemos ignorar el problema de la preparación de nuestros futuros maestros y maestras en la historia de las matemáticas. Procuramos que la historia se introduzca en nuestro curso como un *artefacto*, según Verillon y Rabardel (1995), un *artefacto* que se convierte en una herramienta cuando los usuarios pueden usarla para sus propios fines.

La propuesta metodológica que presentamos se llevó a cabo en el primer semestre del curso 2017/2018, y con ella nuestro alumnado fue más consciente del proceso histórico-evolutivo de las matemáticas, de los grandes avances científicos que se han realizado y de que la historia puede ser un instrumento motivador, dinamizador y que dé sentido a lo que se está trabajando en el aula de primaria.

POR QUÉ Y CÓMO NOS SIRVE LA HISTORIA MATEMÁTICA PARA ENSEÑAR Y APRENDER MATEMÁTICAS

En el artículo de Jankvist (2009) se explica de forma teórica el por qué y cómo usar la historia de las matemáticas en la enseñanza y el aprendizaje de las mismas, así como las interrelaciones entre los argumentos a favor y en contra de usarla. La siguiente sección queremos hacer una síntesis de lo que se expone en este artículo.

Para Jankvist el hecho de usar la historia en la metodología habitual de la clase de matemáticas atiende a dos escenarios distintos: uno es el uso de la historia como herramienta que permita mejorar la actitud del estudiantado frente a las matemáticas y el otro es el uso de la historia como objetivo en sí misma, queriendo conseguir que el alumnado conozca hechos históricos matemáticos.

Los argumentos que da Jankvist sobre el uso de la historia como herramienta, pone la atención sobre cómo se aprende matemáticas, pudiendo ser ésta un factor motivador para los y las estudiantes en su aprendizaje y estudio de las matemáticas. Por ejemplo, que los y las estudiantes conozcan los diferentes contextos históricos de aquellas matemáticas que están trabajando puede ayudarles a mejorar o al menos mantener el interés por la materia (así lo determinan, Farmaki y Paschos, 2007; Taimina, 2004; Tattersall y McMurrin, 2004), también humanizar y desdramatizar las matemáticas (Russ et al., 1991). Descubrir que precisamente donde se tienen dificultades en la materia también supusieron quebraderos de cabeza para matemáticos en tiempos pretéritos (recogido por, Bakker & Gravemeijer, 2006; Bartolini Bussi y Bazzini, 2003; Fauvel, 199; Tzanakis y Thomaidis, 2000), consuela y da perspectiva al esfuerzo que hubo que hacer para “crear” los contenidos matemáticos que ahora les suponen una dificultad (Bakker y Gravemeijer, 2006).

Para Jankvist, además de tener estos efectos motivantes y más afectivos, la historia también puede desempeñar el papel de una herramienta cognitiva para apoyar el aprendizaje real de las matemáticas. Por ejemplo, un argumento afirma que la historia puede mejorar el aprendizaje y la enseñanza al proporcionar un punto de vista o modo de presentación diferente (por ejemplo, Helfgott, 2004; Jahnke, 2001; Kleiner, 2001). Otros argumentos dicen que una fenomenología histórica puede

preparar el desarrollo de una trayectoria de aprendizaje hipotética, o que la historia "puede ayudarnos a mirar a través de los ojos de los estudiantes" (Bakker 2004).

Según Jankvist la categoría de argumentos de la historia como objetivo contiene los que afirman que aprender aspectos de la historia de las matemáticas tiene un propósito en sí mismo. Se ha de tener en cuenta que, el hecho de referirse a la historia de las matemáticas como una meta en sí misma, no debe confundirse con el conocimiento de la historia de las matemáticas en general como un tema independiente. El enfoque está en los aspectos de desarrollo y evolución de las matemáticas como disciplina.

En este sentido, Jankvist (2009) considera, por ejemplo, que la historia de las matemáticas es una meta para mostrar al alumnado que las matemáticas existen y evolucionan en el tiempo y el espacio (por ejemplo, Tzanakis & Thomaidis, 2000; Barabash y Guberman-Glebov, 2004); que es una disciplina que ha experimentado una evolución y no algo que ha surgido de la nada (por ejemplo, Niss y Jensen, 2002; Philippou y Christou, 1998); que los seres humanos han participado en esta evolución (por ejemplo, Gulikers y Blom, 2001; Thomaidis y Tzanakis, 2007); que las matemáticas han evolucionado a través de muchas culturas diferentes a lo largo de la historia, y que estas culturas han tenido una influencia en la configuración de las matemáticas, y viceversa (por ejemplo, Tzanakis y Thomaidis, 2000).

Desde el punto de vista de la historia como objetivo, conocer la historia de las matemáticas no es una herramienta principal para aprender matemáticas mejor y más a fondo. Al usar la historia como una meta, el aprendizaje de los aspectos evolutivos de las matemáticas sirve en sí mismo para ilustrar otros aspectos históricos de la disciplina.

LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS COMO RECURSO DIDÁCTICO

Si profundizamos un poco más en el recurso de la historia de las matemáticas, Yves Chevallard, en 1991, dice que el docente ha de tener la capacidad suficiente para adaptar el objeto del saber sabio a su alumnado y que estos puedan llegar a completar el aprendizaje del mismo interiorizándolo. También, en 1981 Freudenthal se plantea la necesidad del conocimiento de la historia de las matemáticas por parte de los docentes y cuál debería ser el uso de la historia en esta materia. Sugiere que la historia facilita la inmersión en aquello que se va a enseñar y aprender. Guzmán (1992) afirma que la historia sirve para enmarcar los diferentes contenidos que se trabajan y responde al por qué de la importancia de estos proporcionando unas aplicaciones de cada uno de ellos. Para hacer esto posible propone complementar la formación de los docentes en historia de la matemática para, de este modo, entender las dificultades que llevaron a desarrollar nuevos conceptos. Además, observa la historia de las matemáticas como un recurso de aplicación obligatoria, ya que puede ser de ayuda para la motivación del alumnado, entre otros aspectos.

En primer lugar, Gómez (1994) propone un análisis de los elementos por separado de la enseñanza de las matemáticas y de la historia de esta disciplina. Con este análisis lo que pretende es encontrar todas las posibles relaciones entre la historia de las matemáticas y su enseñanza, ya que hasta el momento considera que no se ha matizado esta relación.

Existen otros autores como González-Urbaneja (2004) que indican de que la historia de las matemáticas facilita el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de matemáticas, es fuente de numerosos materiales didácticos que fomentan "el recreo intelectual", y sirve de enriquecimiento cultural a la enseñanza de esta materia, favoreciendo la interdisciplinariedad en el currículo; también Sánchez (1997) propone que el aprendizaje de las matemáticas debe empezar por plantear un problema que satisfaga unas necesidades prácticas o técnicas del mismo modo al que los grandes matemáticos/as tuvieron que dar respuesta; o Lupiáñez (2002) que expone algunas de las aplicaciones de la historia de las matemáticas y cómo incorporar la historia de las mismas en el aula. Todos ellos

vienen a reforzar la idea del uso de la historia de las matemáticas como recurso para utilizar en el aula de primaria.

Jankvist (2009) explica el uso de la historia para diseñar material. Por ejemplo, esa historia puede servir como fuente de inspiración para un diseñador determinado de materiales didácticos, incluidos libros de texto, hojas de trabajo, etc., (así lo reflejan: van Maanen, 1997; Gravemeijer y Doorman, 1999; Radford, 2000b; Kleiner, 2001; Streefland, 2003; Van Amerom, 2003; Fung, 2004; Bakker y Gravemeijer, 2006; Barbin, 2007). Es posible que estos diseñadores no estén interesados en restringirse a usar la historia como herramienta o como objetivo. Posiblemente, querrían hacer ambas cosas. Sin embargo, aunque la categorización puede no abarcar todos los argumentos de diseño de material didáctico para el uso de la historia, aún puede tener algo que ofrecer al diseñador del material didáctico. Por ejemplo, conocer las diferentes interrelaciones de los *por qué* y *cómo* puede ayudar a los diseñadores de materiales a elegir un enfoque para usar la historia que se adapte a su propósito. En cualquier caso, las categorías de *por qué* y *cómo* y la discusión de sus interconexiones presentadas en el artículo de Jankvist (2009) aún pueden usarse para analizar el material producido por un diseñador determinado, por ejemplo, como una forma de revelar el propósito del diseñador de usar la historia. Pero, lo que es más importante, también puede ser una forma de explicar en qué medida el diseñador, al elegir un enfoque determinado, descarta algunos de los *por qué* de usar la historia.

Weldeana y Abraham (2014) explican la experiencia de Mac y Bhaird (2009), que consistía en evaluar el impacto de introducir la historia de las matemáticas al alumnado que había tenido dificultades con la materia. Se produce un cambio ya que pasan de unas matemáticas más enfocadas en la memorización de reglas y procedimientos a comprender los contenidos que están trabajando. La historia de las matemáticas les ha proporcionado un enfoque alternativo para enfrentarse a la resolución de los problemas.

Por otro lado, la historia proporciona problemas de contexto que promueven el pensamiento del alumnado en la resolución de problemas y la escritura reflexiva (Katz, 2000). En el estudio de Weldeana y Abraham (2014), al estudiantado se les muestra una metodología un poco contradictoria, ya que se les muestra visiones de trabajarlas en conflicto. Subyace el método tradicional de otros más progresistas y se les alienta para que reflexionen sobre su visión actual de los contenidos de matemáticas y cómo transmitirlos, así como la manera de resolver estas contradicciones. Conocer la historia les lleva a una mejor comprensión y una mejora de resultados (Furinghetti 2000; Kenschaft 2005; Klyve y Stemkoski 2009; Knoebel et al. 2007). Thompson (1992) sostiene que el conocimiento de la historia de las matemáticas conduce a posturas más progresistas cuando se partía de otras más tradicionales.

OBJETIVO

Este estudio evalúa la efectividad de una actividad novedosa en la asignatura de didáctica de la matemática en la Universidad de Valencia, concretamente en Didáctica de la Geometría y la Probabilidad y la Estadística, para alumnado de 4.º del Grado en maestro o maestra de educación primaria. En particular, el estudio aborda dos preguntas de investigación (PI):

PI1: ¿Fue atractiva la actividad propuesta sobre historia? ¿Se modificaron las creencias y sus actitudes hacia la historia de las matemáticas con esta actividad?

PI2: ¿La actividad fue lo suficientemente atractiva para proponerla en las otras didácticas de las matemáticas que impartimos?

DISEÑO DEL EXPERIMENTO

Como docentes de diversas asignaturas Didáctica de la Matemática en la Universidad Jaume I de Castellón y en la Universidad de Valencia Estudio General hemos observado que nuestro alumnado

es desconocedor de la evolución histórica de los contenidos matemáticos que trabajan habitualmente y de los personajes matemáticos y diversos hechos históricos que los generaron.

En nuestras clases de la Universitat Jaume I, aunque es cierto que en los materiales didácticos que les proponemos (Alcalde, Pérez & Lorenzo., 2014; Pérez, Alcalde & Lorenzo., 2014; Lorenzo, Alcalde & Lorenzo., 2015) hay un resumen histórico que ocupa la primera parte de cada bloque de contenidos, es también cierto que el alumnado no acaba de darle la suficiente importancia, por este motivo en el curso 2016-2017 pensamos que sería una gran idea que trabajaran de un modo diferente la historia de la matemática en nuestras aulas, para que tuvieran recursos de cómo trabajarlas en sus futuras aulas como maestros y maestras. La intención es trabajar la historia de la matemática como herramienta como dice Jankvist (2009).

Para lograr nuestro objetivo, en el curso 2017-2018 en la asignatura de Didáctica de la Geometría, Medida y Probabilidad y Estadística de la Universidad de Valencia Estudio General se realizó una experiencia con el alumnado de 4.º curso de la mención de música, el grupo estaba formado por 21 mujeres y 11 hombres, todos accedieron a la universidad por la prueba de acceso PAU salvo un alumno que venía de ciclo formativo.

Diseño general

Los pasos que seguimos fueron los siguientes:

1. Se preparó un pre-test (anexo 1) no validado que se les paso a través del aula virtual la primera semana de clase, con el que queríamos saber la predisposición que tenían a realizar la experiencia.
2. Una vez analizados los resultados obtenidos se decide realizar la actividad del anexo 3, en la que han de reflexionar sobre la relevancia histórica de la aparición de los contenidos matemáticos. Se les proporciona un listado de autores matemáticos ilustres (anexo 4), aunque se les da la oportunidad de proponer otros, si quieren.
3. Durante dos sesiones de clase, de 120 minutos de duración cada una, el alumnado trabajó la actividad. Se les animó a que la implementaran en sus estancias en prácticas externas en los distintos centros de educación primaria, dado que la asignatura era el primer semestre y la estancia tenía lugar en el segundo.
4. Una vez entregada la actividad se les pasó el post-test (anexo 2) para saber el grado de satisfacción y conocer si creían que podía ser novedoso el uso de este recurso en el aula.

Estudiantado

El alumnado se agrupó en grupos de máximo 5 componentes. Sus tareas fueron, inicialmente, contestar el pre-test en el aula de informática y en 2 sesiones de 120 minutos cada una posteriores tuvieron que escoger un personaje matemático ilustre que hubiera hecho algún avance en geometría y otro personaje en estadística o probabilidad. Para facilitar la tarea se les proporcionó una lista con nombres, aunque algunos prefirieron escoger autores diferentes a los de la lista.

Una vez seleccionados, debían estudiar su vida y sus avances matemáticos. Dado que ya habían estado dos períodos de prácticas externas en dos centros educativos diferentes, debían realizar un esbozo de dos unidades didácticas donde el eje central de cada una de ellas fuera el matemático escogido, con la condición de que debían darle continuidad, es decir, que su vida y su obra estuvieran integradas en las actividades propuestas.

Nuestra intención era que cada trabajo se hubiera presentado en el aula delante de sus compañeros y compañeras, pero por motivos de organización de la asignatura, no fue posible.

Después de la entrega de la actividad, el alumnado contestó el post-test.

METODOLOGÍA

Al describir nuestro experimento, similar al realizado por Furinghetti (2007), debemos ser conscientes que nuestro estudiantado tiene unos conocimientos mínimos en historia de las matemáticas. Nuestro objetivo no es solo aumentarlos, sino que los usen para mejorar el trabajo que hacen de las matemáticas en clase (Verillon y Rabardel, 1995). Además, la calidad de estos conocimientos que acumulen los futuros maestros y maestras será el resultado de las fuentes que utilicen. Por esto es recomendable utilizar fuentes originales para no ser influenciados por otros investigadores que ya hayan hecho tratados sobre estas fuentes originales (Arcavi y Bruckheimer, 2000; Jahnke et al., 2000).

RESULTADOS

Resultados del pre-test

Las frecuencias absolutas del pre-tests (anexo 1) se encuentran en la tabla 1, donde 1 era el valor que designa muy desacuerdo y 5 muy de acuerdo. Cuando se analizan las respuestas se observa que este alumnado es desconocedor de la historia de la matemática, que nunca o casi nunca han realizado ninguna actividad donde se trabaje y suponemos que a la pregunta de si les parece buena idea utilizar este recurso como elemento motivador en el aula han contestado 16 personas de forma neutral, pero hay una tendencia positiva, dado que cualquier elemento motivador dentro del aula creen que puede ser interesante.

Tabla 1. Frecuencias absolutas de los resultados de la realización del pre-test de los 32 alumnos que cursaban la asignatura

Preguntas	1	2	3	4	5
Conozco la historia de las matemáticas	2	15	12	2	1
En mi instituto se realizaban actividades para conocer la historia de las matemáticas	13	14	4	0	1
En mi colegio se realizaban actividades para conocer la historia de las matemáticas	13	13	5	0	1
Creo que la historia de las matemáticas es un buen recurso para introducir conceptos matemáticos en el aula de Primaria	0	4	15	10	3
Utilizaría la historia de las matemáticas para realizar una unidad didáctica globalizada para trabajar algún concepto	0	4	16	9	4

Algunas propuestas didácticas

Finalmente hubo 8 grupos que participaron en el estudio siendo conocedores que utilizaríamos sus propuestas de manera anonimizada. En la tabla 2 se puede observar las elecciones realizadas. Para geometría el personaje más veces escogido fue Pitágoras, mientras que para probabilidad y estadística hay bastante más variedad de personajes, aunque también se repiten. De los 8, 2 relacionaron el personaje histórico con la unidad didáctica, cumpliendo realmente la finalidad que perseguíamos. De

los 6 restantes, aunque si proponen un autor, el contenido a trabajar y actividades, no hay ninguna relación entre ellos. Fue en la explicación por parte de la profesora de las propuestas planteadas por los diversos grupos en el aula donde aquellos grupos que no habían establecido conexión se percataron de este hecho y el aprendizaje del objetivo buscado cobró sentido.

Tabla 2. *Matemáticos escogidos por los grupos de trabajo*

	Geometría	Probabilidad y Estadística
Grupo 1	Fermat	Laplace
Grupo 2	Pitágoras	Galileo
Grupo 3	Pitágoras	Laplace
Grupo 4	Pitágoras	Huygens
Grupo 5	Matemáticas en el antiguo Egipto	Fermat y Pascal
Grupo 6	Euclides	Pascal
Grupo 7	Aristóteles	Galileo
Grupo 8	Egipcios	Bernoulli

Creemos que una de las mejores propuestas presentadas fue la de un grupo que trabajó a Galileo Galilei a través del cómic y la experimentación consistente en la construcción de un telescopio sencillo, asociando cada parte del telescopio con una figura geométrica correspondiente. Una vez construido el telescopio, los niños y niñas se meten en el papel de Galileo por unos minutos y observan las constelaciones que él pudo ver también, así aprenden, además de la historia de Galileo, qué hacía, qué aprendía y qué observaba por el telescopio. También proponen el visionado del video de “Erase una vez... los inventores” (Barillé, 1994) donde el protagonista es Galileo y con las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles fueron los principales inventos y descubrimientos de Galileo Galilei? Enuméralos.
2. ¿Por qué no fueron comprendidos algunos de ellos?

Para finalizar, la actividad central consistía en estudiar las constelaciones y buscar las semejanzas que tienen con los cuerpos geométricos.

Resultados del post test

El 23 de octubre de 2017, después de haber entregado la actividad se les pasó el siguiente post-test (anexo 2) donde podían escribir sus opiniones de la actividad. Las respuestas fueron las siguientes.

Un estudiante a la primera pregunta (tabla 3) respondió: *“Porque así los alumnos y las alumnas pueden entender mejor de dónde vienen los conceptos que van a estudiar, metiéndose en la época de los autores que desarrollaron las teorías matemáticas y así llegar de mejor forma al conocimiento*

de estas.” El mismo estudiante a la segunda pregunta (tabla 3) añade: “*Porque he podido comprobar que se entienden los conceptos de mejor manera si tienen una mejor contextualización.*”

Tabla 3. Frecuencias absolutas del post-test de los 32 alumnos que cursaban la asignatura

Preguntas	1	2	3	4	5
Creo que la historia de las matemáticas es un buen recurso para introducir conceptos matemáticos en el aula de primaria.	1	3	11	12	4
¿Utilizaría la historia de las matemáticas para trabajar algún contenido de matemáticas con mi futuro alumnado de primaria?	0	3	4	18	4
¿Les reconoces más importancia a los contenidos matemáticos que nos han aportado los autores de la actividad por el hecho de saber quién, cómo y cuándo aparecieron en la historia?	1	0	10	12	8

Por otro lado, un alumno añadió a la primera pregunta (tabla 3): “*No creo que sea necesario explicar la historia para que el alumnado entienda cómo se realiza una suma o resta, por ejemplo.*” y a la segunda (tabla 3): “*Aunque para el alumnado no sea importante, para un profesor puede resultar de gran ayuda.*” El alumno se animaba a ponerlo en práctica, aunque no estaba persuadido.

El único alumno que peor puntuó esta actividad añade a la pregunta 1 (tabla 3): “*Creo que las investigaciones de los diversos autores son muy difíciles para introducirlas al aula de primaria, ya que los ejercicios de primaria son adaptaciones de los estudios realizados por dichos autores.*” y a la segunda (tabla 3): “*Puede que en algunos contenidos sea interesante plantear algo de historia para contextualizar las actividades, pero generalmente no lo utilizaría.*” El alumno reflexiona sobre si es útil o no la historia de la matemática para trabajar contenidos de matemáticas, pero centrado en unos contenidos muy inmediatos en los que se disipa esta utilidad. Quizá en otros contenidos su opinión cambiara.

CONCLUSIONES.

Como fortaleza, en general, nuestros estudiantes realizan unas actividades muy interesantes, algunas de ellas ejemplificadas en la algunas propuestas didácticas y dos grupos utilizaron la historia de las matemáticas para mejorar el interés de sus futuros estudiantes en las matemáticas. No como fin último el hecho de conocer la historia, como Jankvist (2009) indica utilizando material donde con la historia se mejoren las matemáticas. En ese sentido, realizaron actividades atractivas y diferentes para introducir a los autores, su historia y sus aportaciones a las matemáticas en el aula. Hubiera sido interesante que se hubiera puesto en marcha todas estas propuestas en sus clases de prácticas externas en el aula de primaria, pero al ser de la mención de música, esto no fue posible. Además, por falta de tiempo de la asignatura no se pudieron exponer las propuestas en el aula y tampoco se realizó la evaluación entre pares, la docente explicó los trabajos y comentó los errores cometidos. En cualquier caso, creemos que con esta propuesta conseguimos que el alumnado fuera consciente que los conceptos matemáticos tenían a unos “inventores” detrás y que podían ser interesantes para motivar al alumnado de primaria. Conseguimos hacerlos conscientes de una de las directrices de Freudenthal (1981): la necesidad del conocimiento de la historia de las matemáticas por parte de los docentes y el uso de la historia en clase de matemáticas.

Tal y como dice González-Urbaneja (2004), este conocimiento de parte de la historia de la matemática relativa al trabajo de los contenidos que se está realizando favorece el proceso de enseñanza aprendizaje y también lo han constatado nuestros estudiantes. También consideramos importante haber iniciado una reflexión en ellos y ellas que les lleve a tener la necesidad de conocer la historia de las matemáticas de los contenidos que vayan a trabajar con su futuro alumnado, tal como dice Freudenthal (1981).

ANEXOS

Anexo 1. Pre test. Historia matemática

Este formulario es para realizar una pequeña investigación de vuestros conocimientos sobre historia matemática.

Código de identificación (será las dos primeras letras del lugar de nacimiento que diga el DNI y fecha de nacimiento DDMMAAAA)

Sexo:

- Mujer
- Hombre

Edad:

Asignatura (código)

Grupo:

Acceso a la universidad

- Pruebas de Acceso a la Universidad
- Ciclo formativo
- Prueba de acceso a mayores de 25 años
- Prueba de acceso a mayores de 40 años
- Otros

1 (muy desacuerdo)	2	3	4	5 (muy de acuerdo)
-----------------------	---	---	---	-----------------------

Conozco la historia de las matemáticas

En mi instituto se realizaban actividades para conocer la historia de las matemáticas

En mi colegio se realizaban actividades para conocer la historia de las matemáticas

Creo que la historia de las matemáticas es un buen recurso para introducir conceptos matemáticos en el aula de primaria

Utilizaría la historia de las matemáticas para realizar una unidad didáctica globalizada para trabajar algún concepto

Anexo 2. Post test

Después de haber realizado y entregado la actividad ENTREGABLE TEMA 2.

Código de identificación (será las dos primeras letras del lugar de nacimiento que diga el DNI y fecha de nacimiento DDMMAAAA)

	1 (muy desacuerdo)	2	3	4	5 (muy de acuerdo)
Creo que la historia de las matemáticas es un buen recurso para introducir conceptos matemáticos en el aula de Primaria.					

¿Por qué motivo?

	1 (muy desacuerdo)	2	3	4	5 (muy de acuerdo)
¿Utilizaría la historia de las matemáticas para trabajar algún contenido de matemáticas con mi futuro alumnado de primaria?					

¿Por qué motivo?

	1 (muy desacuerdo)	2	3	4	5 (muy de acuerdo)
¿Les reconoces más importancia a los contenidos matemáticos que nos han aportado los autores de la actividad por el hecho de saber quién, cómo y cuándo aparecieron en la historia?					

¿Por qué motivo?

Anexo 3. Actividad propuesta a los y las estudiantes

Introducción

El desarrollo de las matemáticas ha jugado un papel fundamental en el progreso de la humanidad. No sólo desde un punto de vista meramente matemático, sino también porque ha contribuido a desarrollar ciencia y tecnología a la vez.

Objetivos

Reflexionar sobre la relevancia de la historia de las matemáticas y su potencial para motivar a los estudiantes en las etapas de educación primaria.

Actividades para entregar

Esta actividad se realizará por grupos. Se desglosará en los siguientes apartados:

- *Cada grupo debe seleccionar un personaje que haya realizado una aportación considerable al avance de Geometría y otro que haya aportado algún concepto de Estadística y Probabilidad, de los contenidos vistos en clase.*

- *Realizar un breve estudio del autor, su vida y sus aportaciones en matemáticas.*

Proponer un dispositivo didáctico con cada uno de estos personajes, indicando el curso donde se ubica y el detalle de la implementación y que combine la historia del contenido, con el autor/a y el trabajo que queréis realizar con vuestro futuro alumnado de primaria.

Anexo 4. Listado de matemáticos ilustres proporcionada a los estudiantes

Geometría	Probabilidad y estadística
Aristóteles	Vito Seckendorff
Papiro Rhind	German Conring
Babilonios	Gottfried Achenwall
Egipcios	Von Scholer
Tales de Mileto	Galileo Galilei
Pitágoras	Girolano Cardano
Platón	Blaise Pascal
Euclides	Pierre Fermat
Kepler	Christiaan Huygens
Gauss	Joseph-Louis Lagrange
Bolyai	Jakob Bernouilli
Lobachewski	Abraham de Moivre
Riemann	Pierre-Simon Laplace
Felix Klein	Andrey Kolmogorov
	Émile Borel

Todos estos matemáticos tienen alguna aportación que está presente en el currículum de Educación Primaria.

BIBLIOGRAFÍA

Alcalde, M., Pérez, I., & Lorenzo, G. (2014). *Los Números Naturales en el aula de Primaria*. Castellón. Ed. Universitat Jaume I. Recuperado de: <http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/89550>

- Arcavi, A., y Bruckheimer, M. (2000). Didactical uses of primary sources from the history of mathematics. *Themes in Education*, 1, 55–74.
- Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education—on symbolizing and computer tools*. (Tesis de doctorado) The Freudenthal Institute, Utrecht.
- Bakker, A., y Gravemeijer, K. P. E. (2006). An historical phenomenology of mean and median. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 149–168.
- Barbin, E. (2007). On the argument of simplicity in ‘elements’ and schoolbooks of geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 225–242. Special issue on the history of mathematics in mathematics education.
- Bartolini Bussi, M. G., y Bazzini, L. (2003). Research, practice and theory in didactics of mathematics: Towards dialogue between different fields. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 203–223.
- Barabash, M., y Guberman-Glebov, R. (2004). Seminar and graduate project in the history of mathematics as a source of cultural and intercultural enrichment of the academic teacher education program. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 3(1–2), 73–88. Special double issue on the role of the history of mathematics in mathematics education (proceedings from TSG 17 at ICME 10).
- Barillé, A. (1994). Érase una vez..., los inventores. <https://www.youtube.com/watch?v=cZ1IssfSPE> (última visualización el 17-04-2018)
- Chevallard, Y. (1991). *La trasposición didáctica: del saber sabido al saber enseñado*. Argentina: Aique Grupo Editorial S.A.
- Farmaki, V., y Paschos, T. (2007). Employing genetic ‘moments’ in the history of mathematics in classroom activities. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 83–106.
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *Learning of Mathematics*, 11(2), 3–6. Special Issue on History in Mathematics Education.
- Freudenthal, H. (1981). *Educ Stud Math* 12: 133. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/BF00305618>
- Fung, C.-I. (2004). How history fuels teaching for mathematizing: Some personal reflections. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 3(1–2), 125–146. Special double issue on the role of the history of mathematics in mathematics education (proceedings from TSG 17 at ICME 10).
- Furinghetti, F. (2000). The History of mathematics as a coupling link between secondary and university teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 43–51.
- Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 131-143.
- Gómez, C. M. (1994). Historia de las matemáticas y su enseñanza: un análisis. *SUMA*, 17-26.
- González-Urbaneja, P. M. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *SUMA*, 45, 17–28.
- Gravemeijer, K., y Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 111–129.
- Gulikers, I., y Blom, K. (2001). ‘A historical angle’, a survey of recent literature on the use and value of the history in geometrical education. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 223–258.

- Guzmán, M. (1992). Tendències innovadores en educació matemàtica. *Butlletí de La Societat Catalana de Matemàtiques*.
- Helfgott, M. (2004). Two examples from the natural sciences and their relationship to the history and pedagogy of mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 3(1–2), 147–164. Special double issue on the role of the history of mathematics in mathematics education (proceedings from TSG 17 at ICME 10).
- Jankvist, U.T. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 235–261.
- Jahnke, H. N., Arcavi, A., Barbin, E., Bekken, O., Dynnikov, C., Furinghetti, et al. (2000). The use of original sources in the mathematics classroom. En J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education – The ICMI Study* (pp. 291–328). Boston, MA: Kluwer.
- Jahnke, H. N. (2001). Cantor’s cardinal and ordinal infinities: An epistemological and didactic view. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 175–197.
- Katz, V. (2000). *Using history to teach mathematics: An international perspective*. Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Kenschaft, P. C. (2005). *Change is possible: Stories of women and minorities in mathematics*. Providence, RI: American Mathematical Society.
- Kleiner, I. (2001). History of the infinitely small and the infinitely large in calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 137–174.
- Klyve, D., y Stemkoski, L. (2009). *The Euler archive*. Recuperado de: http://math.dartmouth.edu/*euler/. Accessed 21 May 2012.
- Knoebel, A., Laubenbacher, R., Lodder, J., & Pengelley, D. (2007). *Mathematical masterpieces: Further chronicles by the explorers*. New York: Springer.
- Lorenzo, G., Alcalde, M., & Pérez, I. (2015). *La geometría y la estadística en el aula de primaria*. Castelló de la Plana (España). Ed. Universitat Jaume I. Recuperado de: <http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/143825>
- Lupiáñez, L. (2002). Reflexiones didácticas sobre la Historia de la Matemática. *SUMA*, 40, 59–63.
- Mac y Bhaird, C. (2009) Introducing the history of mathematics to third level students with weak mathematical backgrounds: a case study. In: CETL-MSOR Conference 2008. The Maths, Stats & OR Network, pp. 63–68.
- Niss, M., y Jensen, T. H. (Eds.) (2002). *Kompetencer og matematiklæring—ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriet. *Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18*. English translation of title: Competencies and Learning of Mathematics—Ideas and Inspiration for the Development of Mathematics Education in Denmark.
- Pérez, I., Alcalde, M., & Lorenzo, G. (2014). *Los números enteros y racionales, las magnitudes y la medida en el aula de primaria*. Castelló. Ed. Universitat Jaume I. Recuperado de: <http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/108118>.
- Philippou, G. N., y Christou, C. (1998). The effects of a preparatory mathematics program in changing prospective teachers’ attitudes towards mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 189–206.
- Radford, L. (2000b). Signs and measuring in students’ emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 237–268.

- Russ, S., Ransom, P., Perkins, P., Barbin, E., Arcavi, A., Brown, G., et al. (1991). The experience of history in mathematics education. *Learning of Mathematics*, 11(2), 7–16. Special Issue on History in Mathematics Education.
- Sánchez, J. d. (1997). Historia de la matemática: implicaciones didácticas. *SUMA*, 33-38.
- Streefland, L. (2003). Learning from history for teaching in the future. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 37–62.
- Taimina, D. (2004). History of mathematics and mechanics in digital Reuleaux kinematic mechanism collection. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 3(1–2), 89–102. Special double issue on the role of the history of mathematics in mathematics education (proceedings from TSG 17 at ICME 10).
- Tattersall, J., y McMurrin, S. L. (2004). Using the ‘educational times’ in the classroom. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 3(1–2), 103–114. Special double issue on the role of the history of mathematics in mathematics education (proceedings from TSG 17 at ICME 10).
- Thomaidis, Y., y Tzanakis, C. (2007). The notion of historical ‘parallelism’ revisited: Historical evolution and students’ conception of the order relation on the number line. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 165–183. Special issue on the history of mathematics in mathematics education.
- Thompson, A. (1992). Teachers’ beliefs: a Synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook on research in mathematics education* (pp. 127–146). New York: Macmillan Publishing Co.
- Tzanakis, C., y Thomaidis, Y. (2000). Integrating the close historical development of mathematics and physics in mathematics education: Some methodological and epistemological remarks. *Learning of Mathematics*, 20(1), 44–55.
- Van Amerom, B. A. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 63–75.
- Van Maanen, J. (1997). New maths may profit from old methods. *Learning of Mathematics*, 17(2), 39–46.
- Verillon, P., y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education*, 9(3), 77–101.
- Weldeana, H.N. y Abraham, S.T. (2014). The effect of an historical perspective on prospective teachers’ beliefs in learning mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17, 303–330

María Santágueda Villanueva
Universidad Jaume I, España
santague@uji.es

Gil Lorenzo-Valentín
Universidad Jaume I, España
gil.lorenzo@uji.es