



ISSN: 2603-9982

Fernández, J. y Bernardis, S. (2023). Función: conversiones de registros en textos escolares. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 6(1), 40-53

FUNCIÓN: CONVERSIONES DE REGISTROS EN TEXTOS ESCOLARES

Jimena Fernández, Escuela Secundaria de la Universidad Nacional del Litoral,
Argentina

Silvia Bernardis, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del
Litoral, Argentina

Resumen

El tema funciones es considerado uno de los más importantes en la matemática y en la relación de esta ciencia con otras disciplinas. La dificultad de los estudiantes para relacionar los diferentes registros semióticos que permiten representar y trabajar con funciones es una de las más mencionadas por los investigadores de Educación Matemática. En este trabajo se analiza la propuesta para el abordaje del tema de cuatro textos escolares actuales, se focaliza en describir las tareas que presentan en torno a los registros de representación que ponen en juego y a la demanda cognitiva que su resolución exige al estudiantado. Los textos analizados presentan tareas con una demanda cognitiva predominantemente del segundo nivel, es decir, requieren que los estudiantes establezcan relaciones entre distintos registros en una misma tarea para su resolución. Sin embargo, los autores priorizan las tareas de conversión entre el registro verbal al gráfico y viceversa. Las demás conversiones son muy poco demandadas en la resolución de las tareas.

Palabras clave: función, registros de representación, conversiones, demanda cognitiva.

Functions: conversions of registers in school textbooks

Abstract

Functions are considered one of the most important topics in mathematics as well as the relationship of this science with other disciplines. The student's difficulty to relate the different semiotic registers that allow representing and working with functions is one of the most mentioned by Mathematics Education researchers. This paper analyzes the proposal for addressing the theme of four current school textbooks, focusing on describing the tasks presented around the registers of representation that they put into play and the cognitive demand that their resolution requires from the student body. The analyzed texts present tasks

with a predominantly second level cognitive demand, that is, they require students to establish relationships between different registers in the same task for its resolution. However, the authors prioritize conversion tasks between verbal to graphic register and vice versa. The other conversions are very little demanded in the resolution of the tasks.

Keywords: *function, representation register, conversions, cognitive demand.*

INTRODUCCIÓN

Desde el punto de vista de los matemáticos, como afirma Spivak (1996), el concepto más importante de toda la matemática es, sin dudar, el de función. En casi todas las ramas de la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de funciones. No sorprende, como menciona el autor, que el concepto sea de gran generalidad. Por otro lado, también es un tema que genera dificultades en su enseñanza y aprendizaje, por lo que su estudio es abordado por investigadores en el campo de la Educación Matemática. Godino y Font (2003), consideran que es una de las principales ideas de las matemáticas y que su estudio deberá centrarse en indagar relaciones en contextos significativos para el alumnado y usando diversos métodos de representación para analizar dichas relaciones. Por su parte Calvo et al. (2016), mencionan que el concepto de función, junto con el lenguaje algebraico, ausentes en la enseñanza de la matemática en los primeros niveles, caracterizan las diferencias, a nivel de contenidos, entre la enseñanza de las matemáticas en primaria y en secundaria. Además, expresan los autores, que la investigación en didáctica de la matemática ha mostrado que la adquisición de un concepto complejo, como el de función, difícilmente se logra partiendo de una definición y que es el trabajo a partir de situaciones y problemas que requieren el uso de distintas representaciones y el paso de unas a otras, aquello que permite al alumnado ir construyendo el concepto.

Como se mencionó previamente, el tema funciones es considerado uno de los más importantes en la matemática y en su relación con otras disciplinas, así como para especialistas en Educación Matemática como Ruiz-Higueras (1994), Artigue (1998), Hitt (2003, 2014), quienes acuerdan que es un tema muy complejo, tanto de abordar desde una secuencia didáctica, como así también desde el punto de vista de la comprensión. La dificultad del estudiantado para relacionar los diferentes registros semióticos que permiten representar y trabajar con funciones es una de las más mencionadas por investigadores tales como: Godino et al (2016), Prada Núñez y Hernández Suarez (2017), Soto et al. (2019) entre otros.

En este trabajo se propone un estudio de la propuesta para el abordaje del tema funciones de textos escolares de publicación reciente, específicamente se centra la atención en el apartado de iniciación al tratamiento de dicho objeto matemático. Se considera de gran utilidad realizar este tipo de estudios, dado que se coloca bajo la lupa un instrumento de gran importancia para la elaboración de propuestas de trabajo de docentes y alumnos. “El libro de texto, como objeto cultural, es un medio mediante el cual se construye el consenso educativo. Sirve por tanto para introducir una ideología y para legitimar contenidos y formas específicas del conocimiento escolar” (Cantoral et al., 2015, p.10).

Afirmaciones como la anterior hacen evidente la importancia que se le otorga a los textos en el proceso educativo. Resulta entonces interesante indagar acerca del abordaje que éstos proponen para trabajar con los objetos matemáticos, para inferir las implicaciones que tiene dicho abordaje en la enseñanza y el aprendizaje de los mismos, en particular del concepto de función. El propósito de este trabajo es explorar en los textos escolares seleccionados, el tratamiento de los registros de representaciones de funciones y las conversiones entre ellos que proponen los autores.

MARCO TEÓRICO

En cada uno de los textos escolares se focaliza la atención en describir la propuesta en torno a los registros de representación que ponen en juego los distintos autores por medio de las tareas que presentan. El marco teórico en el que se basa el análisis se nutre de la

Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) (Duval, 1999; 2006). Según el autor, para tener acceso al conocimiento matemático es necesario que los objetos sean representados de varias formas. Los objetos matemáticos tienen diferentes registros de representación, tales como: registro verbal, registro tabular, registro gráfico, registro algebraico, registro simbólico y registro figural. Las representaciones semióticas están constituidas por el uso de signos de un sistema de representación, por ejemplo, la representación gráfica utiliza los signos del sistema cartesiano.

En la teoría de registros de representación semiótica (RRS), a la actividad ligada a la producción de una representación se le llama semiosis, mientras que a la aprehensión conceptual de los objetos matemáticos se la denomina como noesis. Un registro de representación debe permitir las tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis. Es decir, la formación de una representación identificable, el tratamiento y la conversión. La primera actividad está relacionada con la expresión de una representación mental: “las representaciones semióticas no solo son indispensables para fines de comunicación, sino que también son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma” (Duval, 1999, p. 5). Las otras dos actividades están relacionadas con la transformación de las representaciones en otras representaciones. Las transformaciones posibles entre representaciones pueden ser de dos tipos: tratamiento y conversión. El tratamiento es una transformación interna, es decir la transformación de la representación en el mismo registro en el que está dada. La conversión es una transformación externa, o sea, es la representación en un registro distinto al registro en el que fue dada. El trabajo con estas tres actividades semióticas es lo que va a permitir lograr la noesis, según D’Amore (2017):

El conjunto de estos tres elementos [...] evidencian la profunda relación que existe entre noética y esta visión del constructivismo que se podría llamar analítico: ¿qué quiere decir “construcción del conocimiento en matemática” sino precisamente la unión de estas tres “acciones” sobre los conceptos, es decir la expresión misma de la capacidad de *representar* los conceptos, de *tratar* las representaciones obtenidas al interior de un registro establecido y de *convertir* las representaciones de un registro a otro? (p. 75)

Como ejemplos de tales RRS se tienen, la lengua natural (oral, escrita); representaciones numéricas (entera, fraccionaria, decimal); representaciones figurales o gráficas (lineales, planas o espaciales) y representaciones alfanuméricas (algebraicas).

Duval (2016) plantea que realizar conversiones (también llamadas traducciones o codificaciones) es una tarea compleja pues es necesario que entre dos registros que no tienen nada en común se reconozca el mismo objeto. Dicho autor afirma que:

Cambiar el registro de representación es el umbral de la comprensión matemática para los aprendices en cada etapa del currículo. Ello depende de la coordinación de varios registros de representación, es sólo en las matemáticas donde se requiere fuertemente la coordinación de registros. ¿Realmente se tiene en cuenta este requerimiento básico? Muy a menudo, las investigaciones se enfocan en cuáles son las representaciones correctas o cuál sería el registro más accesible para lograr que los estudiantes comprendan verdaderamente y usen algún conocimiento matemático particular. [...]. El verdadero reto de la educación matemática consiste en desarrollar primero la capacidad de cambiar el registro de representación. (pp. 91-92)

Uno de los elementos más importantes para el aprendizaje en matemática son los problemas, las actividades y los ejercicios que se proponen al alumnado. En el análisis de la propuesta de los autores en los textos escolares se analizan las tareas que presentan. A los fines de unificar los términos, se explicita que se denomina contexto al lugar que

proporciona el entorno desde el que se plantean las preguntas o consignas y tarea a las propuestas de acción (preguntas y consignas) que los autores plantean al estudiantado en ese contexto.

Según Duval (2017), un concepto determinado se adquiere, cuando se es capaz de transitar entre por lo menos dos diferentes representaciones semióticas del concepto. Considera el autor que la disponibilidad y uso de diversos sistemas de representación semiótica, sus transformaciones y conversiones, se consideran imprescindibles para la comprensión, construcción y comunicación de los contenidos matemáticos. En base a estas conclusiones de Duval, se interpreta que las tareas propuestas tienen distinta demanda respecto de las representaciones que están involucradas en su resolución.

Teniendo en cuenta esta consideración, se realiza la categorización de las tareas, se utiliza para ello la idea de demanda cognitiva. Según Penalva y Llenares (2011), lo que la tarea exige al estudiantado determina la demanda cognitiva de la tarea y en parte su potencial de aprendizaje. Explican los autores que la demanda cognitiva de una tarea es la clase y nivel de pensamiento que su resolución exige. Afirman que la clase y nivel de pensamiento en el que se implica el alumnado determinará lo que pueden llegar a aprender. En definitiva, mencionan que las tareas matemáticas dan al alumnado información sobre el significado de determinados conceptos y dirigen su atención hacia un dominio matemático particular.

Para analizar las demandas cognitivas de las tareas se toma como referencia el Programme for International Student Assessment (PISA), en el que se consideran tres niveles de exigencia en las tareas que plantean (OCDE, 2003) que se describen a continuación.

Primer nivel: reproducción y procedimientos rutinarios. Ejercicios relativamente familiares que requieren la reiteración de los conocimientos practicados (recuerdos de propiedades, uso de procedimientos rutinarios, aplicación de algoritmos, realización de operaciones sencillas).

Segundo nivel: conexiones e integración para resolver problemas estándar. Plantean mayores exigencias para su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una misma situación.

Tercer nivel: razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales (reflexión). Los ítems requieren cierta comprensión y reflexión, creatividad para identificar conceptos o enlazar conocimientos. Exige generalización y explicación o justificación de los resultados.

Como se observa en la categorización, justamente el trabajo con las conversiones es la cuestión que marca un cambio en el nivel de demanda de la tarea.

METODOLOGÍA

La metodología con la que se abordó el estudio se basa en una investigación cualitativa no interactiva (McMillan y Schumacher, 2005), debido a que el tipo de información analizada proviene de documentos escritos. Es un estudio descriptivo e interpretativo. Por un lado, se describe lo que se observa en la propuesta de los autores, pero también se realizan interpretaciones en concordancia con el marco teórico en el que se basa la investigación.

Se trata de un análisis del capítulo en el cual se introduce e inicia el tema funciones en los textos cuyas especificaciones se muestran en la Tabla 1.

Este trabajo surge como una reflexión de la propia práctica, y es en este sentido, la elección de los textos se vincula con los más consultados y de mayor acceso, por parte de los docentes del Departamento de Matemática de las escuelas secundarias dependientes de la Universidad Nacional del Litoral. Además, se seleccionan las versiones más actuales de los libros (2015 en adelante).

Tabla 1. *Ficha de los textos escolares*

	1er. Autor	Editorial	Título	Año de Edición
Libro 1	Borsani	Estrada	Hacer Matemática 1/2 Matemática.	2018
Libro 2	Marchetti	AZ	Introducción al pensamiento lógico y creativo.	2018
Libro 3	Altman	Tinta Fresca	Matemática 1	2018
Libro 4	Berman	Santillana	Matemática II	2015

En la provincia de Santa Fe, tres de los textos corresponden a los contenidos del primer año de la escuela secundaria obligatoria (13 años), mientras que uno de ellos está destinado para el segundo año (14 años).

Con el objetivo de identificar las conversiones de registros de representaciones propuestas, se caracterizan los tipos de tareas que favorezcan estas traducciones, es decir, se analizan las diferentes acciones que se realizan a la hora de convertir de uno a otro registro. Finalmente, se identifican cuáles son las conversiones que se proponen con mayor frecuencia en las tareas, cuáles con menor frecuencia y cuáles no aparecen.

Para realizar la caracterización, la referencia que se utiliza proviene de los trabajos de Janvier (1987), citado en Font (2011). Se consideran los siguientes registros de representación: verbal, tabular, gráfico y simbólico. Por otra parte, el ejercicio de analizar las tareas contribuyó a ir refinando las categorías de tareas relativas a las funciones desde la perspectiva de las representaciones utilizadas y de las conversiones entre ellas que el proceso de resolución demanda.

Tabla 2. *Tareas que demandan conversiones entre registros*

Desde/Hacia	Verbal (V)	Tabular (T)	Gráfico (G)	Simbólico (S)
Verbal (V)	-	Elaborar una tabla de valores a partir de un relato.	Esbozar gráficamente un relato.	Modelizar un relato por medio de una fórmula.
Tabular (T)	Describir a partir de la interpretación de valores de una tabla.	-	Graficar a partir de los datos de una tabla.	Modelizar mediante una fórmula los datos de una tabla.
Gráfico (G)	Describir a partir de la interpretación de una gráfica.	Extraer coordenadas de puntos de una gráfica para elaborar una tabla.	-	Determinar una fórmula que se ajuste a la gráfica.
Simbólico (S)	Describir a partir de la interpretación de los parámetros de una fórmula.	Elaborar una tabla de valores a partir de una fórmula.	Graficar la fórmula dada.	-

En la Tabla 2 se presentan distintas tareas que implican conversiones de una forma de representación a otra y pone de manifiesto la multiplicidad de relaciones que se pueden establecer entre las diferentes formas de representar una función.

En cuanto a las demandas cognitivas de las tareas, se considera la siguiente caracterización en tres niveles diferentes:

Primer Nivel: tareas cuyo objetivo es la memorización y/o la aplicación de procedimientos sin conexión. Estas tareas consisten en reproducir definiciones expuestas previamente, carecen de ambigüedad y no proponen una conversión de registros. En la Figura 1, se observa un contexto con dos tareas que se consideran de primer nivel.

2. Determinen en cada caso cuál es la variable dependiente y cuál la independiente.
- a. Nivel de alfabetización y salario percibido.
 - b. Cantidad de toneladas que se cosechan en una hectárea y cantidad de fertilizante colocado.

Figura 1. Tareas con una demanda cognitiva de primer nivel. Fuente: Altman et al. (2018)

Segundo Nivel: requieren establecer conversiones entre distintos registros de representación. Las tareas que exigen este nivel de demanda cognitiva suelen indicar algún procedimiento general vinculado con la noción que se pretende trabajar para desarrollar su comprensión. A pesar de estas indicaciones, será necesario que los estudiantes tomen decisiones y/o establezcan relaciones entre ideas y pongan en juego el concepto para que la misma sea realizada con éxito. En la Figura 2 se presenta un contexto con tareas de este tipo.

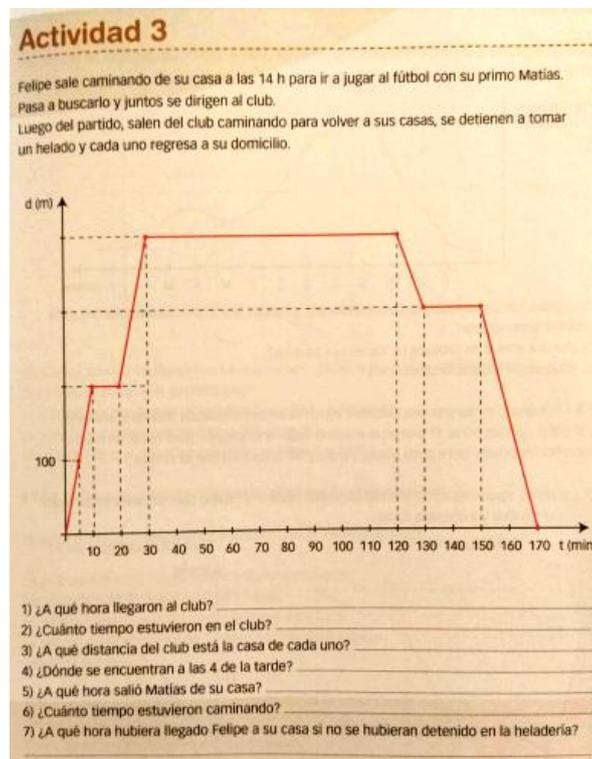


Figura 2. Tareas con una demanda cognitiva de segundo nivel. Fuente: Altman et al. (2018)

Tercer Nivel: tareas que requieren producción y explicación o justificación de los resultados. Este tipo de tareas exige al alumnado tanto generar una respuesta que requiere comprensión conceptual de la noción matemática, como comprobar y explicar la respuesta producida. En la *Figura 3* se observa un ejemplo de un contexto con tareas de este nivel.

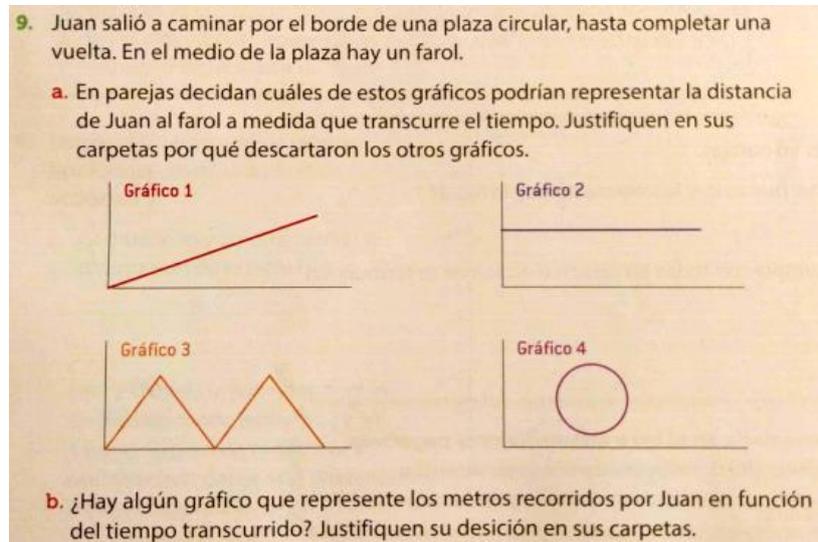


Figura 3. Tareas con una demanda cognitiva de tercer nivel. Fuente: Borsani, et al., 2018

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Se realiza un análisis de las tareas propuestas para cada contexto y se estudia cada una para identificar las conversiones que demanda su resolución.

Tabla 3. Conversiones que demandan las tareas

	Conversión que demanda su resolución											
	VG	VT	VS	GV	GT	GS	TV	TG	TS	SV	SG	ST
Libro 1	68 30%	16 7%	15 7%	72 32%	5 2%	3 1%	15 7%	9 4%	2 1%	17 8%	4 2%	0 0%
Libro 2	32 47%	0 0%	0 0%	32 47%	0 0%	0 0%	3 4%	1 1%	0 0%	0 0%	0 0%	0 0%
Libro 3	21 30%	8 11%	5 7%	22 31%	0 0%	1 1%	3 4%	9 13%	1 1%	0 0%	0 0%	0 0%
Libro 4	45 28%	16 10%	19 12%	46 28%	0 0%	0 0%	10 6%	6 4%	6 4%	11 7%	1 1%	3 2%

En la Tabla 3 se observan las frecuencias, tanto absolutas como porcentuales, de cada conversión de registro de representación en otro. Es importante aclarar que, en algunos casos, una misma tarea demanda para su resolución más de una conversión. Por lo tanto, los totales superan la cantidad de tareas analizadas. En dicha tabla se indica de manera abreviada las conversiones, por ejemplo: VG indica las tareas que demandan conversión

del registro de representación Verbal al Gráfico. En la *Figura 4*, se presenta un gráfico de barras, para facilitar la visualización y comparación de los datos.

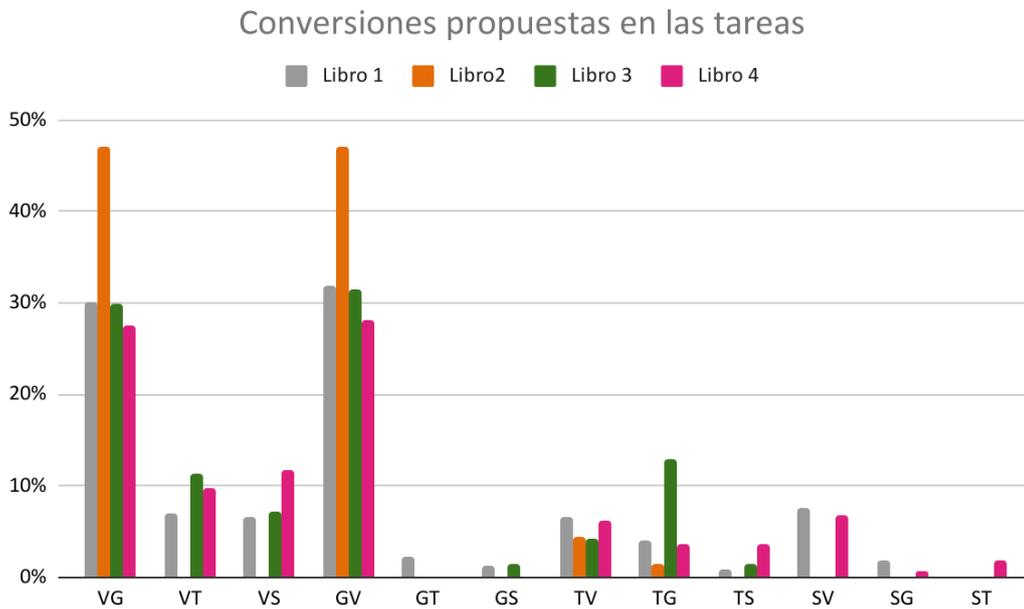


Figura 4. Diagrama de barras, conversiones propuestas en las tareas.

Como se observa en la Figura 4, los autores priorizan las tareas de conversión entre el registro verbal al gráfico y viceversa. Las demás conversiones son muy poco demandadas en la resolución de las tareas presentadas para los contextos que proponen los autores. En el Libro 2, particularmente, el resto de las conversiones prácticamente están ausentes.

Según Hitt (2003) el problema en la enseñanza de las funciones, no es el poco trabajo con otros registros de representaciones, sino la inadecuada articulación entre ellos. Por lo tanto, en este punto se considera de suma importancia que el docente en la selección de las tareas y en sus intervenciones en la actividad áulica, plantee experiencias a sus estudiantes que demanden conversiones que aparecen menos frecuentemente. Como se menciona en Prada Núñez y Hernández Suárez (2017), los estudiantes se limitan a trabajar únicamente con la representación algebraica de la función y no conciben ni la idea, ni la necesidad de trasladar a una ecuación el conocimiento que tienen en forma de tabla y/o gráfica. El hallazgo que destacan los autores refuerza la ruptura existente entre el álgebra y el cálculo, mencionado anteriormente por Artigue (1995).

Como ya se señaló anteriormente, no sólo se pretende analizar la conversión que demanda la resolución de cada tarea, sino que también se observa el nivel de demanda cognitiva que exige cada una. A continuación, en la Tabla 4 se presentan los resultados de este relevamiento.

Tabla 4. *Niveles de Demanda Cognitiva*

		Demanda cognitiva		
		1er Nivel	2do. Nivel	3er. Nivel
Libro 1	Total de Tareas	0	94	20
	Porcentajes	0%	82%	18%
Libro 2	Total de Tareas	6	57	0
	Porcentajes	10%	90%	0%
Libro 3	Total de Tareas	6	54	6
	Porcentajes	9%	82%	9%
Libro 4	Total de Tareas	2	75	15
	Porcentajes	2%	82%	16%

En la Tabla 4 y en la *Figura 5*, con más contundencia, se observa que los textos analizados se caracterizan por presentar tareas con una demanda cognitiva predominantemente del segundo nivel, es decir requieren que el alumnado establezca relaciones entre distintos registros en una misma tarea para su resolución. Se interpreta esto como una potencialidad de los mismos, esto es, el hecho de ofrecer numerosas experiencias de conversión entre registros de representación. Si se cruza esta información con la obtenida en la Tabla 3, se notará que en dichas experiencias hay conversiones que aparecen sumamente priorizadas por sobre las demás. Se interpreta que esta es una información muy valiosa para los docentes al momento de diseñar propuestas. La selección de tareas para desarrollar la actividad docente en el aula es uno de los roles profesionales que tienen mayor impacto en el proceso de aprendizaje. Según Hitt (2003), la manipulación de representaciones matemáticas por parte del alumnado, les proporciona los medios para construir imágenes mentales de un objeto o concepto matemático, y la riqueza de la imagen conceptual construida dependerá de los registros de representación que el estudiante haya utilizado. En el mismo sentido, Godino et al. (2016), consideran que cada registro de representación que utiliza el alumnado para representar y operar con un objeto matemático, proporciona un significado específico para dicho objeto. La comprensión del objeto en su integridad, según los autores, supone o requiere la articulación de los diferentes significados parciales (o sentidos), lo cual no se logra de manera espontánea.

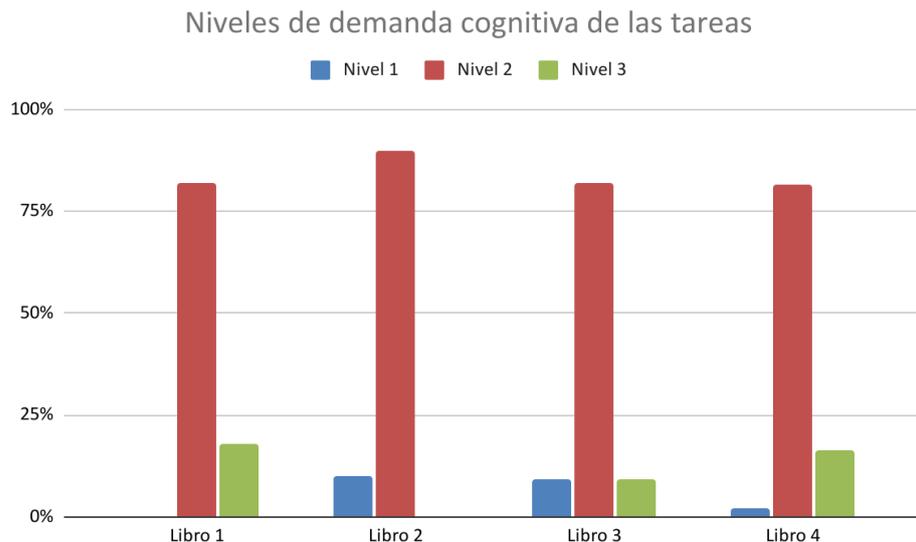


Figura 5. Diagrama de barras, Niveles de demanda cognitiva de las tareas.

De aquí es que se entiende claramente la importancia crucial, en este tema en particular, que debe darse al trabajo con las conversiones de registros en la enseñanza de la matemática.

En las propuestas de los autores de tres de los libros analizados se encuentran tareas del tercer nivel, siendo en el Libro 1 en el que más aparecen (un 20 %), se destaca que este tipo de tareas exigen una explicación o justificación de la respuesta o decisión, se considera que esta perspectiva es importante para iniciar al alumnado en el camino hacia las demostraciones matemáticas. Es primordial que justifiquen sus decisiones con las herramientas matemáticas que poseen y que respalden sus afirmaciones con propiedades conocidas. Como sostiene Dreyfus (2000), no se debería esperar que el estudiantado sea capaz de captar demostraciones sofisticadas y de alto nivel, sin haber estado expuestos durante muchos años al espíritu de la justificación y a la naturaleza del pensamiento matemático.

CONCLUSIONES

Según la TRRS de Duval (2006) la disponibilidad y uso de diversos sistemas de representación semiótica, sus transformaciones y conversiones, se consideran imprescindibles para la comprensión, construcción y comunicación de los contenidos matemáticos. Como ya se mencionó, es de gran importancia, en el proceso de construcción del concepto de función, que los aprendices realicen conversiones entre los distintos registros de representación. De hecho, para Janvier (1987), citado en Font (2011), el aprendizaje de las funciones se da siempre y cuando se desarrolle la capacidad del estudiante para interpretar y usar cada una de las representaciones del concepto de función. Así mismo la capacidad de traducción de uno a otro indica la comprensión de éste. Para ello, tiene relevancia poner en evidencia las propuestas actuales de los textos escolares. El aporte del presente estudio se considera de interés para la selección conveniente de tareas por parte del docente para el abordaje del tema en la escuela secundaria.

En los textos analizados se encuentra que la mayoría de las tareas que proponen los autores demandan una conversión de registros de representación. Sin embargo, dentro del

abanico de posibilidades de estas acciones, priorizan las del tipo verbal al gráfico y viceversa.

El paso de uno a otro registro amplía y reorganiza la información que está implícita en uno de los mismos, si bien es deseable que el estudiantado trabaje las conversiones entre todos los registros de distinto tipo, este trabajo se beneficia con la tecnología. Se considera que un software de geometría dinámica, como GeoGebra, es un entorno favorable para este propósito. Como se menciona en Soto et al. (2019), la coordinación entre diferentes registros de representación puede ser fortalecida por el uso de diferentes herramientas tecnológicas en la etapa instructiva del estudio de funciones, como por ejemplo el uso software de geometría dinámica que permita trabajar en un marco algebraico, y un marco geométrico simultáneamente. En este sentido, se entiende que, si bien permite automatizar y simplificar algunas de las conversiones, no obstante, otras resultan más difíciles de mecanizar y requieren de un mayor trabajo en la clase. También resulta interesante indagar en las aplicaciones, especialmente diseñadas con fines educativos, creadas con el objetivo de mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos.

En cuanto a la demanda cognitiva de las tareas, se entiende que, si bien los textos analizados muestran un predominio de las tareas de conversiones de registros de representación, es muy reducido el número de tareas referidas a situaciones novedosas en las que se debe producir una transformación o nuevas relaciones de lo aprendido. Se considera que es pertinente presentarlas en un contexto a partir del cual el alumnado debe seleccionar la información relevante y trabajar estableciendo nuevas relaciones entre los conceptos o sus representaciones. De esta manera, se involucran en la resolución de problemas novedosos y complejos, en los que sea necesario evaluar, proponer alternativas, establecer relaciones, tomar decisiones, sintetizar, definir, explicar y justificar sus afirmaciones. Todas estas acciones, propias del tercer nivel de demanda cognitiva.

A partir del análisis realizado de los textos escolares, se destaca un aspecto relevante del abordaje del tema funciones, sus diferentes registros de representación semiótica. A lo largo del trabajo, se procura generar un espacio de reflexión en torno a la necesidad de orientar las tareas escolares, de manera que las prácticas matemáticas del alumnado transiten hacia niveles progresivos de comprensión del concepto de función.

REFERENCIAS

- Altman, S., Arnejo, M., Comparatore, C., y Kurzrok, L. (Coord.) (2018). *Matemática 1*. Tinta fresca.
- Artigue, M. (1998). Enseñanza y Aprendizaje del análisis elemental: ¿qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? *Relime*, 1(1), 40-55.
- Berman, A., Dacunti, D., Pérez, M., y Veltri, A. (2015). *Matemática II*. Santillana.
- Borsani, V., Lamela, C., Murúa, R., y Sessa, C. (Coord.) (2018). *Hacer Matemática 1 / 2*. Estrada.
- Calvo, C., Deulofeu, J., Jareño, J., y Morera, L. (2016). *Aprender a enseñar matemáticas en la educación secundaria obligatoria*. Síntesis.
- Cantoral, R., Montiel, G., y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9 –

28.

- D'Amore, B. (2017). Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos: conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética. En B. D'Amore y L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 69 - 95). UDF Editorial.
- De Simone, I. y Turner, M. (2018). *Matemática. Introducción al pensamiento lógico y creativo*. AZ.
- Dreyfus, T. (2000). La demostración como contenido a lo largo del curriculum. En N. Gorgorió, A. Deulofeu y A. Bishop (Eds.), *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 125-136). Graó.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Traducción de Miryam Vega). Universidad del Valle.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.
- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval, y A. Sáenz-Ludlow (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Énfasis.
- Duval R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registrers of Semiotic Representations*. Springer.
- Font, V. (2011). Funciones. En J. Goñi, J. Barragués, M. Callejo, J. Fernández, S. Fernández, V. Font, y G. Torregrosa, *Matemáticas, complementos de formación disciplinar* (pp. 145-185). Graó.
- Godino, J., y Font, V. (2003). *Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros*. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Wihelmi, M. R., Blanco, T. F., Contreras, A., y Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, 91-110.
- Hitt, F. (2003). El carácter funcional de las representaciones. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 8, 255-271.
- Hitt, F. (2014). Nuevas tendencias en la enseñanza del cálculo: la derivada en ambientes TICE. *Revista AMIUTEM*, 2(2), 1-19.
- McMillan, J.H. y Schmacher, S. (2005). *Investigación educativa*. (5º edición). Pearson Addison Wesley.
- OCDE (2003). *Programme for International Student Assessment*. Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) - Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE) (2005) PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de Solución de Problemas. <http://pisaparacentroseducativos.es/pdf/Items%20liberados%20Matem%C3%A1ticas.pdf>
- Penalva, M., y Llenares, S. (2011). Capítulo 2: Tareas matemáticas en la educación

- secundaria. En J. Goñi (Ed.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 27-51). Graó.
- Prada-Núñez, R. P., Hernández-Suárez, C. A., y Contreras, L. A. J. (2017). Representación semiótica de la noción de función: concepciones de los estudiantes que transitan del Colegio a la Universidad. *Panorama*, 11(20), 34-44.
- Ruiz-Higueras, L. (1994). *Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función. Análisis epistemológico y Didáctico*. [Tesis Doctoral. Universidad de Granada]. http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/tesis/Tesis_LRuiz-Higueras.pdf
- Spivak, J. (1996). *Cálculo infinitesimal*. (2da. Ed). Reverté.
- Soto, M., Herrera, C., y Pereyra, N. (2019). Coordinación de Registros de Representación en el Aprendizaje de la Función Lineal. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 55, 71-84.

Jimena Fernández
Escuela Secundaria de la Universidad Nacional del Litoral, Argentina
jimenaf85@gmail.com

Silvia Bernardis
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral, Argentina
silvia.bernardis@gmail.com