



ISSN: 2603-9982

Salinas-Herrera, J. y Salinas-Hernández, U. (2024). La Historia de las matemáticas como recurso didáctico en la formación de profesores. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 7(3), 13-27

LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS COMO RECURSO DIDÁCTICO EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Jesús Salinas-Herrera, Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades-Vallejo, UNAM, México

Ulises Salinas-Hernández, Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades-Sur, UNAM, México

Resumen

La cuestión central que abordamos en este estudio, de carácter programático, es reflexionar sobre el uso de la historia de las matemáticas como un recurso didáctico y su importancia en la formación del profesorado de matemáticas. Nuestra reflexión nos lleva a (1) proponer utilizar la perspectiva de la historia de la ciencia de Thomas Kuhn para usar la historia de las matemáticas como un recurso didáctico. Argumentamos que esta perspectiva es importante ya que toma en cuenta el contexto cultural, social y político para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Y (2), también nos lleva a señalar que para avanzar en el reconocimiento de la importancia del uso de la historia de las matemáticas que proponemos, es necesario realizar investigación sobre su papel en la formación del profesorado, e.g., articulando su incorporación en modelos que analizan la práctica del profesor de matemáticas.

Palabras clave: formación de profesores, historia de las matemáticas, modelo MTSK, recurso didáctico.

The History of Mathematics as a Didactic Resource in Teacher Training

Abstract

The central question that we address in this paper, of a programmatic nature, is to reflect on the use of the history of mathematics as a didactic resource and its importance in the training of mathematics teachers. Our reflection leads us to (1) propose using Thomas Kuhn's perspective of the history of science to use the history of mathematics as a teaching resource. We argue that this perspective is important since it considers the cultural, social and political context for the teaching and learning of mathematics. And (2), also leads us to

point out that to advance in the recognition of the importance of the use of the history of mathematics that we propose, it is necessary to carry out research on its role in teacher training, e.g., articulating its incorporation in models that analyze the practice of the mathematics teacher.

Keywords: *teacher training, history of mathematics, MTSK model, teaching resources.*

INTRODUCCIÓN

Este artículo tiene como objetivo principal destacar la importancia de la historia de las matemáticas como recurso didáctico en la formación de profesores de matemáticas. En particular, se propone incorporar la perspectiva de la historia de la ciencia de Thomas Kuhn para analizar cómo el contexto cultural, social y político influye en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además, se argumenta la necesidad de realizar investigaciones que integren la historia de las matemáticas en modelos educativos, como el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), con el fin de enriquecer la práctica docente y fortalecer la formación del profesorado.

Chorlay et al, (2022) señalan que, en las últimas décadas, el papel de la historia de las matemáticas en el marco de la educación matemática se ha convertido en un dominio interdisciplinario de investigación y práctica educativa relevante. El trabajo en este campo, entre otros aspectos, “ha generado cuestiones teóricas relativas a la naturaleza de las matemáticas, y su enseñanza y aprendizaje en relación con su desarrollo histórico” (p. 1). La posición que se presenta en esta comunicación se articula con dicha perspectiva y su objetivo es destacar la importancia de la historia de las matemáticas en la formación del profesorado de matemáticas.

No obstante, la importancia de la historia de las matemáticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la práctica docente la historia ha sido un aspecto desdeñado o muy poco abordado (Fauvel, 1991). Algunos autores asocian esta situación con diversas dificultades que se presentan para usar la historia de las matemáticas, entre ellas se identifica “la falta de conocimientos históricos del profesor, su interés por la interdisciplinariedad o su capacidad para adaptar los recursos históricos en el aula” (León-Mantero et al., 2021, pp. 4224-4225). Sin embargo, distintos trabajos de investigación inciden en los beneficios y las ventajas de llevar al aula la historia de las matemáticas (Ruiz-Catalán et al., 2024). Sin embargo, su inclusión en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas depende, entre otros factores, de las concepciones que de ellas tenga el profesorado (Madrid, et al., 2021). Asimismo, diversos estudios muestran la necesidad de considerar el tema de la historia de las matemáticas en la formación docente (León-Mantero et al., 2021).

Al considerar la historia de las matemáticas “hay que plantear también qué historia de las matemáticas hay que desarrollar y usar, y qué matemáticas se trata de enseñar” (Puig, 2019, p. 118). En este sentido, un amplio campo de investigación de Historia en la Educación Matemática, con enfoque en la perspectiva y dominio de la llamada Historia y Pedagogía de las Matemáticas HPM, aborda temas recurrentes relacionados con preguntas como: “¿Qué historia es adecuada, pertinente y relevante para la educación matemática? ¿Qué papel puede jugar la historia de las matemáticas en la educación matemática y con qué objetivo? ¿De qué manera la historia puede servir en la práctica educativa y siguiendo qué enfoque(s)?” (Clark et al., 2019, p. 4).

Para responder a este tipo de preguntas, es necesario tener en cuenta que la educación matemática es un campo de investigación que también está influenciado por múltiples teorías de diferentes disciplinas, entre otras, por concepciones de la historia y la filosofía de las matemáticas. Por consiguiente, al igual que cualquier otra disciplina científica, requiere plantearse y responder a diferentes cuestiones teóricas generales de su propia práctica y desarrollo. Los aspectos educativos a estudiar pueden ser muy diferentes dependiendo de la teoría o perspectiva general que se adopte, así como del sentido que se asigne al proceso educativo. En el ámbito de la educación matemática ha prevalecido una concepción teórica que privilegia una instrucción centrada en habilidades matemáticas

específicas. Podríamos afirmar que en este enfoque una historia de las matemáticas no tendría mucho que aportar. Por el contrario, en nuestro caso, al igual que muchos otros investigadores, consideramos importante tomar en cuenta otros aspectos, como que el profesor de matemáticas conozca sobre los orígenes y el desarrollo histórico de las matemáticas y pueda reflexionar acerca de su papel en el entendimiento que el ser humano ha ido construyendo acerca del mundo y de su importancia para la sociedad, lo cual además ha influido en su forma de pensar y de vivir.

En este texto se argumenta centralmente sobre la importancia de considerar la historia de las matemáticas en la formación de los profesores de matemáticas. Asimismo, proponemos adoptar una perspectiva no positivista de la historia de la ciencia para que se pueda utilizar como un recurso didáctico en el aula. Esta situación se enmarca en la concepción de la historia de la ciencia que propone Tomas S. Kuhn, quien a partir de una crítica a la posición formalista del positivismo acerca de la ciencia y de la historia de la ciencia, propuso una visión de la historia de la ciencia que, como señala Ian Hacking (Kuhn 2019), promovió un fuerte interés en la producción de estudios sociológicos de la ciencia. Nuestra propuesta toma como referencia a la visión de la ciencia de Kuhn y la amplía considerando el contexto cultural, social y político del desarrollo de las matemáticas.

En las secciones siguientes, exploramos cómo la historia de las matemáticas puede integrarse en la formación docente a través de un análisis filosófico, histórico y didáctico.

LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA, LA FILOSOFÍA Y LA FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

Se ha afirmado que en cualquier teoría de enseñanza y aprendizaje subyace una teoría del conocimiento (Sriraman y English, 2010). Asimismo, autores como Lincoln y Guba (1994) han señalado que cualquier disciplina relacionada con la educación, como la educación matemática, necesitan tener respuesta a las siguientes preguntas:

“1. ¿Qué es la realidad? ¿O cuál es la naturaleza del mundo que nos rodea? 2. ¿Cómo conocemos el mundo que nos rodea? 3. ¿Cómo podemos estar seguros de la verdad de nuestros conocimientos?” (p.7)

La primera pregunta es de carácter ontológico, mientras que la segunda aborda el aspecto de la metodología. Y, por último, la tercera pregunta es de orden epistemológico. Estas preguntas se encuentran relacionada con una imagen de la naturaleza de las matemáticas. Y las respuestas diferentes que se les ha dado a ellas muestran que históricamente las creencias y concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas no han permanecido inmutables. Y nada impide que la imagen de las matemáticas pudiera seguir cambiando.

Desde el ámbito de la filosofía, acerca de las matemáticas, en la antigüedad la pregunta ontológica fue respondida por los pitagóricos afirmando que el principio constitutivo del mundo eran los números. Sin embargo, después del periodo presocrático, la filosofía se desarrolló centralmente teniendo como referente el problema del conocimiento, es decir, discutiendo cuestiones acerca de las fuentes del conocimiento, y en consecuencia privilegiando los aspectos metodológicos.

Posteriormente, con relación a la pregunta ontológica Platón postuló la existencia de un mundo de ideas que correspondía a la verdadera realidad, distinta a la del mundo sensible, la cual era accesible sólo a la razón (pregunta epistemológica). Con base en dicha concepción, Platón, en el dialogo de La Republica, responde también a la pregunta

metodológica afirmando que el conocimiento de tal realidad sólo es posible mediante la contemplación de las verdades eternas e inmutables.

Aristóteles, tomó distancia de la filosofía platónica y enfatizó la importancia del conocimiento que brinda la experiencia. Y, también asignó un gran valor al aspecto racional que responde al razonamiento lógico. En particular, fue él quien fundamentó el conocimiento científico como basado en un sistema axiomático deductivo. De esta manera, de acuerdo con la estructura aristotélica de un sistema axiomático deductivo, Euclides realizó la síntesis del conocimiento matemático de la antigüedad. Este sistema se convirtió en la perspectiva epistemológica de las matemáticas que heredó la civilización contemporánea.

Como se sabe, hacia el siglo XVII, el problema del conocimiento en la filosofía se desarrolló en el marco de una tensión entre dos concepciones: el empirismo y el racionalismo. Este último postulaba la existencia de ideas innatas y fue sustentado por destacados matemáticos como Descartes y Leibniz, quienes fueron los creadores de importantes ramas de las matemáticas, como la geometría analítica y el cálculo diferencial e integral, respectivamente. Y, ambas teorías resultaron de la mayor importancia para el surgimiento de la ciencia moderna que tuvo su culminación con la teoría gravitacional de Isaac Newton.

En el ámbito de la filosofía, Immanuel Kant dirimió esta disputa mediante un riguroso análisis epistemológico de la matemática, como parte de su filosofía crítica. De esta manera, Kant elaboró una filosofía constructivista del pensamiento matemático, y caracterizó a las matemáticas como un conocimiento que es construido por el sujeto cognoscente con base en “la intuición pura de tiempo y espacio”. Para Kant: Lo esencial y característico del puro conocimiento matemático con respecto a todos los otros conocimientos *a priori*, es que, en absoluto, no puede proceder de los conceptos, sino siempre mediante la construcción de éstos (Kant, 1984, p. 49).

Posteriormente, a fines del siglo XIX y principios del XX, en el marco del extraordinario desarrollo de la matemática pura y de la lógica simbólica, la comunidad de matemáticos puros debatió con gran rigor el problema de los fundamentos de las matemáticas. Como consecuencia de este proceso predominó una imagen formalista de las matemáticas.

En esta breve revisión panorámica se puede apreciar un desenvolvimiento de la concepción de las matemáticas con relación a preguntas de la filosofía de las matemáticas con la que iniciamos esta sección. Sin lugar a duda, las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas son muy importantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Así pues, como proponen Lincoln y Guba (1994), en el campo de la educación matemática no se puede prescindir de alguna concepción acerca de la naturaleza de las entidades matemáticas y de la metodología que permite acceder a su conocimiento. Tales ideas forman parte de las creencias de los profesores y de alguna manera se pueden reflejar en su docencia.

Durante mucho tiempo se pensó que correspondía a la filosofía tradicional dar respuesta a tales preguntas. Sin embargo, en el ámbito de la filosofía de la ciencia, en la actualidad se reconoce claramente que la filosofía tradicional ha quedado superada para enfrentar estos retos y sólo se pueden abordar considerando el propio ámbito de la disciplina en cuestión. De esta manera, en la filosofía de la ciencia, el positivismo lógico promovió una visión de la ciencia basada en la reconstrucción lógica de las teorías, siguiendo el logicismo de Bertrand Russell y el formalismo de David Hilbert, que se expresa en la

metamatemática. Actualmente, la visión que prevalece de las matemáticas conserva un rasgo esencialmente positivista. Esta posición, aísla del conocimiento matemático todo rasgo de subjetividad. Su validación es estrictamente formal. Desde esta óptica las matemáticas no pretender ser más que un instrumento para la resolución de problemas. Por consiguiente, extendiendo la visión positivista de la historia de la ciencia al caso de las matemáticas, la historia de las matemáticas solamente ocuparía un papel secundario, de carácter meramente cronológico y anecdótico (Kuhn, 2019).

Sin embargo, en las últimas décadas se ha realizado una considerable cantidad de trabajos sobre el uso de la historia de las matemáticas en la educación matemática (Jankvist, 2009). Se han desarrollado diferentes enfoques y problemas de investigación. Entre otras discusiones, se han formulado diversos argumentos para abordar los “porqués” y los “cómos” de utilizar la historia de las matemáticas (Jankvist, 2009) hace una amplia revisión bibliografía para analizar los por qué y los cómo y propone considerar estas categorías y separarlas con el propósito de facilitar el análisis del material didáctico para aplicar la historia y de esta manera contribuir en la comprensión de la interrelación de estos aspectos.

Es conveniente tener en cuenta que entre los argumentos que considera Jankvist (2009) de la historia como herramienta, son los que se refieren a los relacionados con la forma en que los estudiantes aprenden matemáticas, a saber, aquellos en donde la historia es un factor de motivación y ayuda a mantener el interés de los estudiantes en el tema; o que pueden dar a las matemáticas un rasgo más humano; o como herramienta cognitiva en el apoyo al aprendizaje, o bien argumentos evolutivos que aluden al desarrollo psíquico de los estudiantes.

Por consiguiente, además de que la historia de las matemáticas muestra la estrecha relación de las matemáticas con interpretaciones filosóficas que proponen diversas concepciones de las matemáticas, para el proceso educativo, como proceso social, consideramos necesario que el profesorado de matemáticas cuente con una imagen de las matemáticas más viva y acorde con su desarrollo histórico, de acuerdo con la perspectiva que propone Kuhn (2019) de contemplar el contexto social y, por lo tanto, su dimensión cultural y política.

FILOSOFÍA, HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Es claro que el rol que se asigna a la historia de las matemáticas está vinculado, implícita o explícitamente, con una posición filosófica (Lakatos, 1981). Con relación a las matemáticas, tradicionalmente ha dominado una imagen formalista y acumulativa. En esta concepción tiene preeminencia el carácter simbólico de las matemáticas. Así, en la filosofía de las matemáticas, desde finales del siglo XIX, la visión sintáctica de las matemáticas dominó las discusiones sobre los fundamentos de la matemática. Desde esta perspectiva, es claro que la historia contextual del desarrollo de las matemáticas no es necesaria para la comprensión de las matemáticas, y por ello no representa un aspecto importante para su aprendizaje. Si nos preguntamos, ¿cuál es el papel de la historia de las matemáticas en la enseñanza de las matemáticas que se centra en su carácter sintáctico? Se puede observar, parafraseando a Kuhn (2019), que lo que se hace, en el mejor de los casos, es proporcionar ejemplos "motivantes" de introducción a las teorías o mostrar la aplicación de éstas.

Para la posición filosófica que considera la naturaleza de las matemáticas reducida a la sintaxis, el aspecto semántico y su desarrollo no resulta de interés. Considera que su aprendizaje no requiere que se enseñe sobre el origen histórico de los contenidos matemáticos.

En esta visión de las matemáticas la educación matemática correspondiente busca enfatizar lo axiomático-formal y deductivo. Lo que se favorece en la presentación de los contenidos es lo lógico. La concepción filosófica asociada con esta posición, suele considerar que las entidades de las matemáticas son parte de un mundo "platónico" independiente de la voluntad e interés de los hombres. Así, la práctica matemática descansaría en la búsqueda de verdades intemporales y la descripción de los objetos de ese mundo no material. Este tipo de historia reproduciría los momentos y el cómo fueron descubiertas las verdades, pero se trataría de procesos eminentemente mentales en los que la realidad natural y social poco tendrían que hacer. La educación aquí se concentraría en dos cosas: transmitir las verdades descubiertas y, por otra parte, promover los mecanismos de su aprehensión. Un enfoque totalmente descontextualizado.

Esta posición filosófica tiene un carácter fundacional y esencialista donde la noción de verdad es fundamental. Sin embargo, en el ámbito de la enseñanza de la matemática, y ante el fracaso de la matemática moderna en sus propuestas formalistas para su aprendizaje, prevalece actualmente una posición crítica a esta concepción de la enseñanza.

Una visión diferente de la descrita anteriormente considera a las matemáticas como un producto social y cultural. Supone un constructivismo metodológico que afirma el rol del sujeto. No se aprehenden aquí verdades absolutas, se trata de procesos de construcción del conocimiento que el cerebro crea y por consiguiente supone una base biológica y social. En esta perspectiva la historia juega un rol más importante, sobre todo en la descripción y esclarecimiento de los procesos constructivos que históricamente se han dado.

No es suficiente reconocer la historia de las matemáticas como un recurso importante en la enseñanza de las matemáticas y, en consecuencia, en la formación de los profesores, sino que es necesario avanzar paralelamente en comprender el tipo de visiones filosóficas que las acompañan, las cuales pueden alejarse o asimilarse a los paradigmas dominantes del pasado. Esta situación conlleva un reto en la formación de profesores. Es necesario propiciar, reflexiva y conscientemente, un cambio en la concepción tradicional de la naturaleza del conocimiento matemático. Al no ser considerado explícitamente este aspecto filosófico, suele ocurrir que la visión platónica, que elimina la subjetividad del sujeto, se introduce subrepticamente, pues se puede apreciar que esta concepción es compartida por un amplio sector de profesores de matemáticas.

Se ha reconocido que difícilmente se puede entender el desarrollo y los cambios en el conocimiento matemático sin analizar los factores sociales y culturales subyacentes (Restivo, 1993). Por ello, no es necesario defender la existencia de revoluciones científicas como única forma de desarrollo en la ciencia y, en particular en las matemáticas. La historia da cuenta de manera incontestable, del desarrollo y cambio de la ciencia en todos sus ámbitos. Dicho cambio, puede ser, incluso, de transformación de teorías viejas en otras nuevas que pueden cohabitar (Dauben, 1984). En la esfera de la educación matemática hay trabajos que examinan el fenómeno de transformación de una teoría en su propio contexto cultural e histórico (Radford, 1995) y cuyos resultados permiten afirmar que:

“Hay factores sociales, filosóficos y culturales que entran en juego en la “evaluación” de programas de investigación en competición. El problema no es solamente un problema matemático o –para utilizar una expresión de Lakatos- un problema de “historia interna” (Radford, 1995, p. 247).

Así, a la pregunta, ¿Cuál podría ser el papel de la historia de las matemáticas en la enseñanza de las matemáticas?, es posible responder desde la visión de Kuhn, diciendo que es importante tener una aproximación a la historia de las matemáticas considerando su dimensión social y cultural, de tal manera que el tratamiento histórico no se reduzca a meros datos cronológicos o a un tratamiento anecdótico, sin trascendencia epistemológica alguna, sino que dos aspectos centrales son considerar la disputa entre concepciones distintas de las matemáticas en momentos clave de su desarrollo y, reconocer la existencia de distintas maneras de ver el mundo sostenidas por una comunidad de matemáticos en su contexto histórico. Como fenómeno cultural las matemáticas son portadoras de valores que deben ser visualizados y discutidos, los cuales más allá de la atención de habilidades específicas en la instrucción matemática, pueden contribuir en la formación de la personalidad de los estudiantes.

UN PAPEL PARA LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA DOCENCIA

En el primer capítulo de su libro *La estructura de las revoluciones científicas*, que fue publicado originalmente en 1962, Kuhn critica la concepción de historia de la ciencia que se había institucionalizado a través de los libros de texto y propone un papel para la historia de la ciencia distinto al de la antigua tradición historiográfica, la cual, en su opinión, se convierte en un depósito de anécdotas o cronología que desvirtúa la imagen de la ciencia que puede aparecer en los registros históricos de la actividad de investigación misma. Lo que Kuhn formula es una crítica a una imagen abstracta de la ciencia, donde los conocimientos parecen surgir de manera terminada, de la mente de grandes genios, los cuales, considera, se encuentra distante de la manera de actuar de los científicos, y que, además, omite el contexto social en que se desarrolla la ciencia.

Así, también, contrario a la idea de una historia de la ciencia que considera el desarrollo científico como un proceso gradual de acumulación debido a contribuciones individuales, Kuhn propone reconstruir dicha historia considerando otras directrices. Debemos notar, que las primeras etapas de desarrollo de la mayoría de las ciencias se han caracterizado por una competencia entre concepciones distintas y maneras de ver el mundo, sostenidas por una comunidad científica en un momento determinado (Kuhn, 2019). De esta manera, destaca el carácter sociocultural del desarrollo de la ciencia.

Si bien Kuhn enmarcó su visión de la ciencia desde la física y la historia de la física, trasladando estas ideas a la historia de las matemáticas y considerando que las matemáticas son un fenómeno cultural (White, 2000), emerge una idea de las matemáticas distinta de la concepción platónica que ha predominado desde la antigüedad. Por ejemplo, un aspecto de gran importancia en la formación de los estudiantes es tener un acercamiento al proceso histórico que representó el cambio de la matemática antigua, empírica, de las antiguas culturas de Egipto y Mesopotamia, por el origen y desarrollo de la matemática deductiva de los griegos, la cual constituye la base del pensamiento matemático actual. De esta manera, más allá de la aplicación de algún algoritmo matemático en algunas profesiones, el conocimiento de dicho proceso histórico proporciona una formación fundamental del desarrollo histórico de las matemáticas para cualquier ciudadano. En este proceso histórico de cambio en la perspectiva de las

matemáticas se encuentra implícita una ética central de las matemáticas: su carácter racional.

Por consideraciones como la anterior, en el ámbito de la educación matemática es necesario adoptar consciente y explícitamente un papel de la historia de las matemáticas que le restituya su dimensión social y cultural. Además, un enfoque de este tipo es congruente con otras corrientes actuales de investigación en educación matemática que consideran una perspectiva social y cultural de la génesis y desarrollo del conocimiento matemático (Vygotsky, 2009). Si a nivel de la investigación del proceso enseñanza y aprendizaje se considera un enfoque socio cultural, es conveniente que esta perspectiva se introduzca gradualmente, en el nivel básico, como una estrategia de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, relacionada con su historia. Esta perspectiva, como comentamos antes, implica un reto tanto en la formación de profesores como para la investigación en la educación matemática.

A continuación, aludimos a un ejemplo en el que se formula brevemente la manera de cómo hemos diseñado alguna estrategia didáctica de acuerdo con la propuesta que hacemos del uso de la historia de las matemáticas en el aula.

Guía para el diseño de estrategias didácticas

A manera de ejemplo, consideremos el caso de la asignatura de estadística y probabilidad. Un tema característico de los programas de probabilidad, en el nivel medio superior, es el tratamiento del enfoque clásico o teórico de la probabilidad, el cual se suele abordar tomando como base el modelo de los juegos de azar. Si este tema se trata sin ninguna alusión al contexto histórico es muy probable que genere una impresión ambigua en los alumnos. Por ejemplo, despertar dudas de, ¿a quién se le ocurrió tales ideas? ¿Por qué es importante conocer el tema y resolver ese tipo de problemas? ¿Qué aportaron esas ideas al desarrollo de la teoría de la probabilidad? Además, podemos afirmar que dicho tratamiento propicia una imagen artificial de las matemáticas, desvinculada de los intereses de las personas y de su vida cotidiana.

Un tratamiento histórico como el que se propone en este texto da oportunidad de comentar acerca de por qué los juegos de azar fueron recursos para iniciar una reflexión sistemática sobre el azar. Aunque los juegos de azar se practicaban desde muchos siglos antes fue hasta los siglos XVI y XVII que se empezaron a estudiarse matemáticamente como los primeros fenómenos aleatorios. En este escenario aparece la idea de equiprobabilidad y podríamos preguntarnos y reflexionar acerca del por qué no ocurrió antes. También en estos momentos surgen las nociones de espacio muestra y de la importancia de considerar las diferentes combinaciones que pueden producir cierto resultado. Así, el contexto histórico permite comprender que los juegos de azar se empezaran a estudiar matemáticamente como los primeros fenómenos aleatorios y, de esta forma, también conocer quiénes fueron los precursores y creadores de la teoría de la probabilidad, conocer cómo vivían y por qué se interesaron en esos problemas. (Salinas-Herrera y Salinas-Hernández, 2023).

Los materiales didácticos pueden ser diversos y el tema podría ser tratado en tres o cuatro sesiones y con algunas tareas extra clase que correspondan con un proyecto de investigación documental por parte de los alumnos. El tipo de material didáctico puede ser muy variado: videos cortos, películas, literatura diversa como información histórica, y textos de divulgación de las matemáticas. En una sesión los profesores pueden introducir el tema con una presentación en Power Point y dialogar con el grupo acerca de algunos aspectos centrales del contexto histórico, como el auge y características de la monarquía absoluta que prevaleció en ese periodo (siglo XVII), las características de la

sociedad estamental, el aspecto de la intolerancia religiosa que bañó de sangre a Europa en ese periodo, el arte barroco, el desarrollo de las sociedades científicas, y el desarrollo de las matemáticas, entre otras. Por supuesto no es posible abordar todo, pero cada profesor puede seleccionar algunos temas que quisiera enfatizar para reflexionar, dialogar y relacionar con situaciones actuales.

Puntualizando lo anterior, a continuación comentamos una posible secuencia didáctica. Se considera que cada sesión tiene una duración de 90 minutos

Primera sesión. Se aplica un cuestionario diagnóstico sobre nociones generales de la probabilidad y se pregunta, a las alumnas y alumnos, acerca de qué entienden por azar y por fenómenos aleatorios. Se acuerda conjuntamente con los alumnos el esquema de trabajo del curso y se inicia el tema de probabilidad. Se plantea la importancia de considerar la historia y se introduce el tema del origen de la teoría de la probabilidad con un enfoque histórico, utilizando una presentación en *Power point*.

Al término de la primera sesión se plantea una primera actividad extra clase. En esta tarea las alumnas y alumnos indagan sobre aspectos biográficos de diversos personajes relevantes para la teoría de la probabilidad: Gerolamo Cardano (1501-1576) el matemático más importante del renacimiento, quien fue el primero en escribir, en 1564, un libro sobre probabilidad el *Liber de ludo aleae* (El libro sobre los juegos de azar). Blaise Pascal (1623-1662), Pierre de Fermat (1601-1665); Christian Huygens (1629-1695) y Jacob Bernoulli (1654-1713), quienes aportaron nociones fundamentales a la teoría de la probabilidad.

Segunda sesión. El profesor aborda los contenidos del programa: los conceptos centrales del enfoque clásico de la probabilidad y se resuelven problemas de cálculo de probabilidades de juegos de azar, graduando su dificultad. De esta manera, paralelamente a tratar los contenidos programáticos, los alumnos se relacionan inicialmente con algunas ideas sobre el origen de la teoría de la probabilidad. Así, se continua trabajando con la resolución de problemas de juegos de azar como el lanzamiento de moneda y el lanzamiento de dados (60 minutos). Los alumnos forman equipos de cuatro integrantes. Se reúnen para dialogar sobre sus opiniones acerca de la información que investigaron de lo primera tarea (15 minutos). La clase concluye con un dialogo del grupo con el profesor sobre los personajes señalados y se deja una segunda tarea extra clase (15 minutos).

Segunda actividad extra clase. Las alumnas y alumnos indagan acerca del contexto histórico social y cultural de los siglos XVI y XVII, en el que se desarrollaron las ideas sobre la probabilidad. Características generales del renacimiento italiano y los orígenes de la modernidad. Los avances en la navegación, la expansión europea hacia América y a otras regiones de Asia y África y sobre la Reforma Protestante, la Contrarreforma y las Guerras de Religión. Asimismo, indagan sobre los orígenes de la ciencia moderna y acerca de las características de la monarquía absoluta como forma de gobierno predominante en Europa en la segunda mitad del siglo XVII y primera mitad del siglo XVIII. Los integrantes de los equipos se pueden distribuir los temas para abarcar mayor información.

Tercera sesión. El profesor continua con los contenidos del programa y con la resolución de problemas correspondientes (60 minutos). Los alumnos dialogan en equipos acerca de la indagación que realizaron sobre el contexto histórico señalado en la tarea (15 minutos). La clase concluye con un dialogo del grupo con el profesor sobre el contexto histórico. Como actividad extra clase los alumnos escriben una reflexión sobre alguna pregunta (15 minutos). La pregunta en cuestión deberá relacionarse con el contexto histórico abordado. Por ejemplo, ¿Qué implicaciones de justicia social consideras que tenía la monarquía

absoluta como sistema de gobierno y qué diferencias o similitudes hay con el sistema de gobierno en el que vives? Su recomendación es proponer una pregunta que genere controversia para propiciar un pensamiento reflexivo y crítico.

Cuarta sesión. Se realiza una discusión dialógica con el grupo en su conjunto sobre la pregunta formulada. El diálogo puede ser usado con muy diferentes propósitos, en este caso se propone que el diálogo se relacione con procesos educativos, con procesos de llegar a saber algo, y con indagaciones de aprendizaje. El diálogo se ve como un proceso abierto, no hay un patrón que seguir ni un camino predeterminado. Ciertamente, representa un desafío para el profesor. Es muy importante que el proceso dialógico sea equitativo y respetuoso. Para la evaluación de la secuencia didáctica, como actividad extra clase los alumnos escriben en equipo una reflexión sobre la pregunta formulada.

La dinámica de clases que se propone es alternar el tratamiento de los contenidos matemáticos del enfoque clásico de la probabilidad, por parte del profesor, con actividades de indagación por parte de los alumnos como actividad extra clase. De esta manera se optimiza el tiempo considerado para el tratamiento de los contenidos temáticos.

Finalmente, es importante destacar que este enfoque didáctico pretende construir un ambiente de aprendizaje en el que estudiantes y profesor (a) se involucren en procesos exploratorios, a través de interacciones dialógicas (Skovsmose, 2022).

HISTORIA Y CONCEPCIONES DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

El conocimiento que requiere el profesorado de matemáticas para su docencia contempla diversos dominios y subdominios, los cuales se encuentran interrelacionados. De acuerdo con el modelo MTSK, por sus siglas en inglés (The mathematics teacher's specialised knowledge), se toman en cuenta tres dominios fundamentales para analizar el desempeño de un profesor en el aula, éstos son: el contenido matemático, el contenido de conocimiento didáctico y el dominio de las creencias o concepciones que tiene el profesor sobre la naturaleza de las matemáticas y acerca de su enseñanza y aprendizaje (Carrillo et al., 2018).

La enseñanza de las matemáticas tiene un sustento epistemológico que puede no ser claro ni explícito, pero que de alguna manera el profesor posee aunque sea de manera rudimentaria, es decir, todo profesor tiene una concepción de lo que son las matemáticas y, esta concepción se refleja en una cierta concepción de su enseñanza. Esta situación, por sí misma, indica la importancia de conocer acerca de las diferentes concepciones de las matemáticas a través de la historia de las matemáticas. Para el profesorado de matemáticas es importante comprender los sustentos metodológicos y teóricos de diferentes concepciones para poder asumir de manera consciente y crítica una posición sobre la naturaleza de las matemáticas. Es un tema propio de la historia de las matemáticas que es necesario abordar en la formación de profesores.

Sin duda, para la investigación en educación matemática es importante tener en cuenta el desenvolvimiento que históricamente han tenido diferentes filosofías de las matemáticas con características epistemológicas distintas. Este aspecto resulta de relevancia pues, “la investigación en formación de profesores de matemáticas parte, en la actualidad, de una consideración epistemológica de las matemáticas...” (Flores Martínez, 1998).

Asimismo, diversos autores han señalado la importancia para la investigación de considerar la influencia de las creencias sobre la naturaleza o concepción de las

matemáticas en la enseñanza de las matemáticas (Davis, 1967; Nespor, 1987; Ernest, 1989; Hart, 1991; Thompson, 1992; Carrillo y Contreras, 1994; Carrillo, 1998). En este orden de ideas, consideramos que una manera de afrontar el reto de preparar al profesorado de matemáticas en el ámbito de las concepciones de las matemáticas es a través del estudio de la historia de las matemáticas. Un tratamiento de este aspecto permite activar y cultivar el diálogo, lo cual suministra una concepción nueva de la formación de profesores, que aborda las creencias de los profesores y promueve la interpretación significativa de su práctica (Cooney, 1994).

CONCLUSIONES

A partir de la necesidad de usar la historia de las matemáticas como recurso didáctico, hemos argumentado de la importancia de usar una historia de las matemáticas que tome en cuenta el contexto social, cultural y políticos del desarrollo de las matemáticas permitirá ir más allá del aprendizaje de algunos contenidos matemáticos y enriquecer la visión y la valoración del pensamiento matemático. Nuestra finalidad es que este enfoque contribuya en mejorar la formación del profesorado para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De manera que los profesores reconozcan que este enfoque proporciona un rasgo más humano a las matemáticas y puede contribuir de manera significativa a la formación ciudadana.

Consideramos que una propuesta de esta naturaleza, que plantea retos importantes, es viable de ser abordada, a través del trabajo, reflexión y discusión de una comunidad de investigadores relacionados con los aspectos mencionados. Así, en prospectiva, nos proponemos utilizar el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, MTSK, ya que es una importante herramienta teórico-metodológica que brinda la oportunidad para caminar en esa dirección (Carrillo et al., 2018). Este modelo permite analizar la práctica docente y orientar en la formación del profesorado. Su estructura considera tres dominios y diferentes subdominios interrelacionados. Además, de los dominios del conocimiento de la matemática y del conocimiento didáctico del contenido, este modelo considera un tercer dominio relacionado con las concepciones o creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y su relación con las creencias o concepción sobre su enseñanza. En este ámbito se encuentra la consideración de la historia y la filosofía de las matemáticas relacionada con un conjunto más o menos coherente de nociones y conceptos, los cuales son parte de las creencias sobre las matemáticas y sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Carrillo et al., 2018).

En el enfoque de la historia de las matemáticas que proponemos en este trabajo destacamos una visión de las matemáticas como fenómeno cultural. Por ello, nos ha interesado enfatizar la importante estudiar el contexto histórico de las matemáticas para acercarnos a una dimensión de la vida real en la que se han desarrollado las matemáticas que pensamos contribuye a discutir la dimensión ética de las matemáticas. Así, las matemáticas aparecen como portadoras de valores que deben ser comprendidos y discutidos. De esta manera, más allá de la atención de habilidades específicas en la instrucción matemática, es posible contribuir en la formación del profesorado a través del debate sobre diversas posturas epistemológicas y didácticas (Flores Martínez, 1998).

Esta propuesta conlleva el reto de innovar en el diseño de nuevas estrategias didácticas y abre otra ventana para investigar acerca del papel de la historia de las matemáticas en la formación del profesorado de matemáticas y en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Agradecimientos. Estudio realizado en el marco del Proyecto de Estancia Sabática en el Extranjero apoyado por el Programa de Apoyo para la Superación del Personal Académico de la UNAM, PASPA, de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la Universidad Nacional Autónoma de México.

REFERENCIAS

- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253
- Carrillo, J. y Contreras, L. C. (1994). The relationship between the teacher's conceptions of mathematics and of mathematics teaching. A model using categories and descriptors of their analysis. *Proceedings of the 18th PME Conference*, Lisboa.
- Carrillo Yañez, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones*. Universidad de Huelva.
- Clark, K. M., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., & Tzanakis, C. (2019). History of Mathematics in Mathematics Education – An Overview. *Mathematica Didactica*, 42, 1-26.
- Chorlay, R., Clark, K. M., y Tzanakis, C. (2022). History of mathematics in mathematics education: Recent developments in the field. *ZDM–Mathematics Education*, 54(7), 1407-1420.
- Cooney, T. J. (1994). Research and teacher education: in search of common ground. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol 25, nº 6 pp. 608-636.
- Davis, R. B. (1967). *Mathematics teaching with special reference to epistemological problems*. Athens University Press.
- Dauben, J. (1984). Conceptual revolutions and the history of mathematics: two studies in the growth of knowledge. En: *Transformations and tradition in the science. Essays in the honor of I. Bernard Cohen*. (Ed.) Mendelsohn, Cambridge University Press, pp. 81-103.
- Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In Keitel, C. et al. (Eds) *Mathematics, Education and Society. Science and Technology Education*. Document Series 35. UNESCO, 99-101.
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the learning of mathematics*, 11(2), 3-6.
- Flores Martínez, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza*. Editorial comares.
- Hart, L. C. (1991). Monitoring change in metacognition. *Proceedings of the 15th PME Conference*, vol. II, 141-148.
- Kant, E. (1984). *Prolegómenos a toda metafísica del porvenir que haya de poder presentarse como una ciencia*. Sarpe.
- Kuhn, S. T. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago University Press.

- Kuhn, S. T. (2019). *La estructura de las revoluciones científicas* (4ª reimpresión). Fondo de Cultura Económica.
- Lakatos, I. (1981). *Matemáticas, Ciencia y Epistemología*. Alianza Universidad.
- León-Mantero, C., Madrid, M. J. y Maz-Machado, A. y Casas-Rojas, J. C. (2021). Utilidad de la historia de las matemáticas para profesores en formación y en ejercicio. Innovaciones metodológicas con TIC en educación. In *Universidad, innovación e investigación ante el horizonte 2030* (p. 407). Egregius.
- Lincoln, Y. S. y Guba, E. G. (1994). Competing paradigms in qualitative research. En N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 105-117). Sage Publications.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A., Almaraz-Menéndez, F., & León-Mantero, C. (2021). Comparison between a modern-day multiplication method and two historical ones by trainee teachers. *Mathematics*, 9(4), 349.
- Montes, M.A. (2016). Las creencias en MTSK. En J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes (Eds.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor* (pp. 55-59). CGSE.
- Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 19, 317-328.
- Puig, L. (2019). Observaciones acerca de la historia de las matemáticas en la matemática educativa. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 117- 130). Valladolid: SEIEM.
- Radford, L. (1995). La transformación de una teoría matemática: el caso de los números poligonales. *Mathesis. Filosofía e historia de las ciencias matemáticas*, Vol. 11, 217-250. UNAM.
- Restivo, S. (1993). The social life of mathematics, en: *Math Worlds*, 247- 278. Restivo, S., Bendegem, J. P. van and Fischer, R. (eds.). State University of New York Press.
- Ruiz-Catalán, J., Madrid, M. J., & Maz-Machado, A. (2024). Valoración de la historia de las matemáticas por estudiantes de bachillerato: el método general de resolución de ecuaciones de Vieta. *Educación Matemática*, 36(2), 232-257. <https://doi.org/10.24844/EM3602.09>
- Salinas-Herrera, J. y Salinas-Hernández, U. A. (2023). La historia de las matemáticas en la enseñanza de la probabilidad. En P. Scott, Y. Morales y A. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en las Americas 2023. Estrategias para Mejorar la Enseñanza y el Aprendizaje. Vol. 2, Memorias XVI CIAEM* (pp. 428-435).
- Skovsmose, O. (2022). *Entering Landscapes of Investigation. Landscapes of Investigation. Contributions to Critical Mathematics Education*. Edit. by Miriam Godoy Penteado & Ole Skovsmose. Open Book Publishers.
- Sriraman, B. y English, L. (2010). Surveying Theories and Philosophies of Mathematics Education, En B. Sriraman, *Theories of Mathematics Education. Seeking New Frontiers*. Springer-Verlag.
- Thompson, A. G. (1992). Teacher's beliefs and conception: a Synthesis for the Research. En Grouwns, D. A. (Ed.) *Handbook on Mathematics of Teaching and Learning*. McMillan.
- Vygotsky, L. S. (2009). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (3ª ed.).

Crítica.

White, L. A. (2000). *La ciencia de la cultura. Un estudio sobre el hombre y la civilización*. Paidós

Jesús Salinas-Herrera

Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades-Vallejo, UNAM, México

jesus.salinas25@gmail.com

Ulises Salinas-Hernández

Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades-Sur, UNAM, México

ulisessh@ciencias.unam.mx