

ENSEÑANZA DE FUNCIONES REALES EN INGENIERÍA UTILIZANDO MODELACIÓN MATEMÁTICA Y GEOGEBRA

María Bejarano-Arias, Universidad Nacional Experimental de Guayana, Puerto Ordaz,
Venezuela

José Ortiz-Buitrago, Universidad de Carabobo, Campus La Morita, Venezuela

Resumen

Se analizan los resultados de la aplicación de una propuesta formativa que incorpora la modelación matemática para la comprensión y aplicación de funciones reales, al resolver problemas de fenómenos contextualizados en el campo de la ingeniería, con apoyo del software GeoGebra. La investigación estuvo enmarcada dentro del paradigma interpretativo, bajo la modalidad de experimentos de enseñanza; ésta se centró en las producciones de los estudiantes pertenecientes a una sección de Matemática, de ingeniería de la Universidad Nacional Experimental de Guayana, Venezuela. Se encontró que, en el aprendizaje de las funciones reales y sus propiedades, mediante el modelar y el simular fenómenos, con el apoyo del GeoGebra, los estudiantes logran potenciar las competencias profesionales del futuro ingeniero, al matematizar situaciones reales y comprender los resultados matemáticos y su significado en los fenómenos estudiados.

Palabras clave: Modelación matemática; GeoGebra; funciones reales; formación de ingenieros.

Real functions in engineering using mathematical modelling and GeoGebra

Abstract

The results of the application of a formative proposal that incorporates mathematical modelling for the understanding and application of real functions are analyzed, when solving problems of contextualized phenomena in the field of engineering, with the support of GeoGebra software. The research was framed within the interpretative paradigm, under the modality of teaching experiments; it focused on the productions of students belonging to a section of Mathematics, of the engineering programs of the National Experimental University of Guayana, Venezuela. It was found that, in the learning of real functions and their properties, through modelling and simulating phenomena, with the support of GeoGebra, students manage to enhance the professional competencies of the future engineer, by mathematizing real situations and

understanding the mathematical results and their meaning in the studied phenomena.

Keywords: Mathematical modelling, GeoGebra; real functions; engineer's students.

INTRODUCCIÓN

En la presente investigación se explora la importancia que tiene la enseñanza del cálculo de manera contextualizada en la formación de ingenieros, la cual, se asume desde los conocimientos matemáticos propios de esta disciplina, las competencias de modelación matemática que se podrían potenciar y, las capacidades que se podrían desarrollar desde la matemática a partir de su intervención didáctica.

El contexto del estudio estuvo enmarcado en la Universidad Nacional Experimental de Guayana (UNEG), en los proyectos de las carreras de ingenierías que oferta, específicamente, en la asignatura Matemática I. Estos proyectos están diseñados, en función de buscar en los estudiantes habilidades y potencialidades para enfrentar situaciones problemáticas, que los lleven a plantearse escenarios de acción, para la toma de decisiones óptimas y la generación de respuestas satisfactorias a los problemas contextualizados que se planteen relacionados con su desempeño profesional. (UNEG, 2003).

En ese sentido, la formación inicial del ingeniero de la UNEG, debe promover este accionar desde la puesta en marcha de los programas curriculares en cada asignatura del plan de estudios, donde las Matemáticas, no pueden escapar de ello y ser la excepción. Tal y como lo establece el programa de la asignatura de Matemática I, de ingenierías en la UNEG (2011): “Esta unidad curricular contribuye a la formación profesional básica del Ingeniero, y le prepara para aplicar fundamentos matemáticos en la resolución de problemas que se presentan en su ejercicio profesional” (p. 1).

Con base en lo anterior es necesario desarrollar, desde la enseñanza de la matemática, competencias donde no se trabaje sólo el contenido matemático, sino se promuevan competencias generales para su formación integral como ingenieros, en su condición de resolutores de problemas, de profesionales que se plantean retos permanentes para buscar soluciones factibles y eficientes a problemas cotidianos y tecnológicos que presenta la sociedad actualmente.

Este contexto brinda las posibilidades de actuación desde la perspectiva de la modelación matemática. La aplicación de la modelación matemática, se muestra como generadora del desarrollo de capacidades para simular, estructurar modelos y hacer deducciones y construcciones lógicas, que formarán parte de la experiencia previa del ingeniero y que más tarde, se consolidarán como basamentos teóricos matemáticos más robustos que sustenten estas construcciones y deducciones y que permitan el fortalecimiento de la formación matemática del ingeniero.

La asignatura Matemática I juega un papel clave en esta formación, ya que proporciona los fundamentos matemáticos necesarios para el ejercicio de la ingeniería. Sin embargo, la enseñanza tradicional de esta materia a menudo se desvincula de las aplicaciones prácticas. Por ello, el estudio propone un enfoque didáctico que promueva la resolución de problemas contextualizados y consecuentemente el desarrollo de competencias de modelación matemática (Niss y Blum, 2020).

Según Camarena (2010), los ingenieros egresados, a la hora de resolver un problema de la industria en su actividad profesional y laboral, tienen dificultades para modelar el problema, ya que no han sido preparados para ello durante sus estudios universitarios. Por lo general, la enseñanza del cálculo en la UNEG no escapa de esta situación, se presenta de manera fragmentada, desconectada de las aplicaciones prácticas de la ingeniería y sin establecer vínculos con otras disciplinas.

Generalmente, la enseñanza que se imparte está basada sólo en los contenidos matemáticos y la metodología que abordan los textos básicos de cálculo, no proponen la resolución de problemas, sino de ejercicios. Tampoco, se promueven los diferentes sistemas de representación de los contenidos matemáticos que se abordan, ni mucho menos existe evidencia alguna en la cual se incorpore problemas que tengan que ver con el contexto de nuestra cultura regional o quizás nacional (Bejarano, 2008).

En consecuencia, esta situación limita la comprensión de definiciones esenciales del cálculo en los estudiantes y dificulta su aplicación en la resolución de problemas reales. Por ello, es necesario replantear la metodología de enseñanza de la matemática en los proyectos de carrera de las ingenierías, incorporando el uso de estrategias que presenten la resolución de problemas contextualizados y que permitan a los aprendices apreciar la utilidad del cálculo en su futura profesión. En virtud de ello, se asumió la siguiente premisa en esta investigación: no se puede seguir descontextualizando la enseñanza de la matemática, restándole importancia a su uso práctico.

Por otro lado, se suma a la problemática anterior los siguientes cuatro aspectos: 1) El alto índice de repetición de curso, en la asignatura Matemática I; 2) Las dificultades de tipo cognitivas y epistemológicas que presentan los estudiantes sobre la definición de función real; 3) Las demandas del currículo; 4) La necesidad que impera en desarrollar una cultura matemática en los estudiantes adaptada a los nuevos tiempos tecnológicos y globalizados.

Consecuentemente, este estudio propone la modelación matemática, en los dos sentidos que ha planteado Mendible y Ortiz (2007): de la realidad hacia el modelo y viceversa, para abordar situaciones problemas que coadyuven a propiciar, tanto el desarrollo de capacidades matemáticas, de competencias de modelación matemática y sobre todo, de las competencias que requiere el ingeniero, quien está obligado a dar respuestas cónsonas, en función de las necesidades que demande la sociedad en el tiempo, en los diferentes campos de acción; llámese Universidad, sector industrial, comercial u otros (Niss y Blum, 2020).

Aunque Mendible y Ortiz (2007) resaltan los beneficios de la modelación matemática, especialmente su potencial para abordar problemas desde múltiples perspectivas y no limitarse a una única solución, su implementación práctica enfrenta desafíos considerables, como lo advierte López (2012). En el caso específico de la Universidad Nacional Experimental de Guayana (UNEG), la escasez de recursos y la insuficiente formación docente en esta área dificultan tanto la integración de tecnologías, como el desarrollo de entornos de aprendizaje que favorezcan la modelación matemática.

En el contexto UNEG, la mayoría de los docentes que enseñan matemática en los cursos básicos, no aprovechan el potencial adosado en los medios tecnológicos por carecer de su disposición institucional en las aulas de clases; por ejemplo, algún medio digital educativo de fácil acceso en los laboratorios de computación, llámese, tabletas, libros digitales, programas de diseño, robótica, pizarras digitales interactivas, realidad virtual, plataformas de aprendizaje en línea, juegos, simulaciones y tutoriales, entre otros.

En virtud de lo expuesto, este estudio se orientó a superar algunas de las dificultades identificadas en la enseñanza de las funciones reales, consideradas un contenido fundamental en el currículo de ingeniería. Los organizadores curriculares propuestos por Rico y Moreno (2016): la modelación matemática, el uso de software dinámico y la resolución de problemas contextualizados mediante experimentos de enseñanza, han guiado el diseño de la propuesta didáctica desarrollada. Esta propuesta está enmarcada en la formación inicial del ingeniero, con el objetivo de favorecer su capacitación profesional

y la integración de la matemática en contextos reales, promoviendo así el desarrollo de competencias de modelación matemática esenciales para su desempeño profesional.

Aunado a lo anterior, la incorporación de la modelación, ha intentado que los estudiantes se apropien de un lenguaje técnico formal, al usar varios sistemas de representación, que les permita como futuros ingenieros, desarrollar capacidades para representar y analizar información de manera efectiva; y de este modo, potenciar competencias de comunicación con sus pares de manera clara y precisa, hacer cálculos con seguridad, manejar instrumentos de medida, de cálculo y representaciones gráficas para comprender el mundo en que viven.

En concreto, este trabajo de investigación se centra en la enseñanza del cálculo, para futuros profesionales de la ingeniería, específicamente, en la unidad de funciones de variable real, contemplada en la asignatura Matemática I, de los programas de carreras de ingenierías de la Universidad Nacional Experimental de Guayana (UNEG, 2011); profundizando en el estudio de fenómenos del mundo real del ingeniero, representados desde relaciones funcionales y simulando el comportamiento de fenómenos.

Grosso modo, se trabajó el contenido matemático sobre ciertas funciones reales (Polinómicas, Exponenciales, Logarítmicas, Trigonométricas, entre otras) que contiene el programa de Matemáticas I de los proyectos de carreras de ingeniería: ingeniería industrial, ingeniería en producción animal, ingeniería forestal e ingeniería en informática.

Aquí, se ha estructurado el contenido de funciones reales en tres ámbitos en simultáneo: desde la matemática (Ámbito Curricular), su enseñanza (Ámbito Educativo) y la investigación en Didáctica (Ámbito Investigativo).

En este sentido, confluyen los tres ámbitos en el siguiente propósito: el estudio pretende resaltar la necesidad de usar el conocimiento matemático (Ámbito Curricular) en la enseñanza de funciones, mediante la modelación matemática y uso de las tecnologías (Ámbito Educativo), como instrumentos de acción, formativo, gestor de cambio y de contextualización en el campo de la ingeniería y en otras áreas del saber (Ámbito Investigativo).

El objetivo general de esta investigación consiste en analizar la implementación de una propuesta didáctica, basada en la triada modelación matemática, software de matemática dinámica (GeoGebra) y funciones reales en la formación matemática de futuros ingenieros.

En concreto, se ha diseñado una propuesta didáctica enfocada en la Didáctica de la Matemática en Contexto, valorada desde un análisis evaluativo de los productos de las tareas de modelación matemática entregadas y expuestas por los estudiantes, donde la instrucción se ha orientado bajo los experimentos de diseño o de enseñanza y con la observación participante de un grupo de docentes del área de matemática de la UNEG,

En la propuesta planteada, la incorporación del uso de las tecnologías, provino de las exigencias sociales, formativas y de actualización permanente de recrear realidades matemáticas en el contexto de la ingeniería de manera funcional y factible, por lo cual se planteó el modelado y el simulado de fenómenos asociados al mundo de la ingeniería. En virtud de ello, fue necesario el uso del computador, particularmente, se eligió el software libre GeoGebra de fácil manejo, en función del compromiso de los egresados universitarios con alguno de los propósitos fundamentales como futuros profesionales en su desempeño. Tales como, por ejemplo, propósitos relacionados con: la planificación, el diseño, la evaluación de proyectos, sistemas, o cualquier propuesta genuina en respuesta

de una situación problema, siempre planteada con mucha sensibilidad social y en concordancia con su perfil curricular.

Se integran los componentes descritos por Rendón-Mesa, Castrillón-Yepes y Villa-Ochoa (2024), es decir, la contextualización, la problematización, la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas, con miras al desarrollo de capacidades, la apropiación efectiva de conceptos matemáticos a través de la práctica de la modelación, y la promoción del pensamiento crítico en la búsqueda de alcanzar alguna integración interdisciplinaria en el currículo del ingeniero.

A su vez, se toma la concepción de competencia matemática definida por Niss & Blum, (2020), quienes la definen de un modo más general, como la capacidad y disposición que tiene una persona para actuar de forma adecuada y basada en su conocimiento, en situaciones y contextos que implican desafíos matemáticos reales o potenciales de cualquier tipo.

En este trabajo, la transversalidad de la formación matemática del futuro ingeniero usando modelación matemática, prevaleció a lo largo del desarrollo de esta investigación. En ese sentido, Niss y Blum (2020), afirman que la inclusión de actividades de modelación y aplicaciones en la enseñanza de las matemáticas puede adoptar la integración interdisciplinaria. En este estudio, se intentó desde la matemática contextualizada, mediante la resolución de problemas, integrar contenidos correspondientes a varias disciplinas que conforman el currículo de ingeniería en la UNEG. Entre estas disciplinas estuvieron: la química, la física y las ciencias de los materiales.

Por otra parte, las ideas de Rico, Lupiáñez y Molina (2013) aportaron herramientas esenciales para el análisis didáctico en esta investigación, permitiendo una planificación y diseño más preciso de las tareas de modelación matemática. Su enfoque fue crucial para evaluar el impacto de la propuesta didáctica implementada en este estudio.

METODOLOGÍA

La investigación fue de diseño, bajo un enfoque de naturaleza cualitativa. Se entendió la investigación de diseño tal y como la definen (Molina, Castro, Molina y Castro, 2011), aquella que consiste en: “Analizar el aprendizaje en contexto mediante el diseño y estudio sistemático de formas particulares de aprendizaje, estrategias y herramientas de enseñanza, de una forma sensible a la naturaleza sistémica del aprendizaje, la enseñanza y la evaluación” (p. 76). A su vez, se implementaron en este estudio los experimentos de diseño. Para ello, se asumieron las ideas de Confrey (2006), quien define los estudios de diseño como “amplias investigaciones de interacciones educativas, que contemplan el uso de un conjunto de tareas, cuidadosamente secuenciadas que estudian cómo algunas competencias son aprendidas mediante la interacción entre los alumnos, bajo una guía de instrucción” (p 3). Asimismo, se consideró la investigación como de campo con carácter interpretativo, descriptivo y evaluativo, ya que se interpretó, describió y evaluó el impacto de la propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones reales de variable real en la formación matemática del futuro ingeniero.

En ese sentido, el diseño realizado se revisó constantemente basado en la experiencia, buscando la minimización o ausencia de errores. Estas acciones se ejecutaron en aplicaciones consecutivas de los diseños, durante los años 2017 y 2018. En concreto, en esta investigación se ha diseñado e implementado una propuesta formativa particular para la enseñanza de las funciones reales para los futuros profesionales de la ingeniería; donde se ha ejecutado un refinamiento progresivo del diseño inicial y se ha intentado, durante

cada sesión sucesiva, mejorar en la propuesta didáctica, los posibles errores y dificultades que existieron en estas prácticas educativas.

En el diseño implementado se observó el desarrollo de capacidades que potenciaron ciertas competencias de modelación matemática durante la enseñanza de las funciones reales. A su vez, se analizó el uso del software GeoGebra en un lapso del desarrollo de cursos de Matemática I, durante dos períodos académicos, siguiendo guías de instrucción. Todo ello se evaluó y redefinió mediante el estudio y análisis de las producciones de los alumnos, incluyendo la presentación del trabajo final y su discusión grupal, las cuales se filmaron durante las dos aplicaciones de la propuesta didáctica que se ejecutó, en varias sesiones de clases. Todas estas actividades se realizaron siguiendo el esquema planteado por Molina et. al. (2011), en relación con la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. Asimismo, los experimentos de enseñanza se desarrollaron en las fases de: preparación, experimentación y análisis retrospectivo de los datos (Valverde, 2014).

Por otra parte, se identificaron a lo largo del estudio las posibles dificultades epistemológicas y cognitivas y los errores que presentaron los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas contextualizados, la comprensión de fenómenos y el uso de los sistemas de representación en GeoGebra, con un nivel analítico desde una aproximación hermenéutica, mediante un diseño de abducción, donde el conocimiento que se conformó no tan sólo se basó en las verdades científicas, sino en la propia praxis del alumno, lo que generó un proceso creativo de interpretación, análisis e intervención de las prácticas educativas.

De aquí, la importancia de considerar el uso de los experimentos de enseñanza para establecer el ciclo interacción-reflexión de los docentes investigadores, quien estuvieron acompañados de un grupo de especialistas que nutrieron el análisis e intervención continua de las secciones de clases, planeando y modificando las subsiguientes intervenciones de enseñanza.

El estudio comprendió dos (2) lapsos de experimentación, donde se aplicó la propuesta didáctica a dos grupos de análisis, durante dos períodos académicos consecutivos: curso intensivo 2017 y un semestre regular en el 2018. Cada grupo estuvo conformado por todos los estudiantes que conformaron una sección de la asignatura Matemática I, pertenecientes a los diferentes proyectos de ingenierías que oferta la UNEG actualmente.

Específicamente, el primer grupo estuvo conformado por 15 estudiantes que confluyeron en un curso de Matemática I, en la sede Ciudad Universitaria de la UNEG, ubicada en Puerto Ordaz, estado Bolívar; sin embargo, correspondían a los proyectos de carreras de: ingeniería en informática, ingeniería forestal e ingeniería en producción animal para el período intensivo correspondiente al semestre III-2017. Es importante acotar que la conformación de esta sección fue atípica, ya que, en semestres regulares, cada proyecto de carrera conforma por separado su curso de Matemática I, preestablecido en cada proyecto de formación académica de esta universidad.

El segundo grupo estuvo conformado por 13 estudiantes pertenecientes al proyecto de carrera de ingeniería en informática, correspondiente a un curso regular de Matemática I, durante el período académico IV-2018.

Sin embargo, las unidades de análisis estuvieron constituidas por 25 producciones de los estudiantes, producto de resolver sus tareas de modelación durante las dos aplicaciones didácticas que se dieron. Estas 25 producciones consistieron en 20 exposiciones observadas, cuando los estudiantes presentaron la resolución de sus tareas de modelación

sobre los problemas contextualizados planteados y 5 tareas analizadas, producto de los trabajos entregados en físico por los estudiantes. En síntesis, las unidades de análisis fueron 25 producciones desarrolladas por 28 estudiantes en total, que cursaron la asignatura Matemática I en la UNEG, ubicada en la avenida Atlántico de la ciudad de Puerto Ordaz.

En cuanto a los niveles de logro de las competencias de modelación, los niveles consistieron en: Nivel Interpretativo, Nivel Argumentativo y Nivel Propositivo.

Nivel Interpretativo: Las competencias en este nivel implicaron el dar sentido al enunciado del problema, esto pasó por comprender la información inicial en cualquiera de los sistemas de representación.

Nivel Argumentativo: En el ámbito de la argumentación, las competencias abarcaron la habilidad para ofrecer explicaciones y construir argumentos que sustentaran las afirmaciones o las soluciones propuestas a los problemas.

Nivel Propositivo: Las competencias a nivel propositivo abarcaron las capacidades de producción y creación de respuestas concretas a las problemáticas planteadas, mediante las relaciones funcionales construidas.

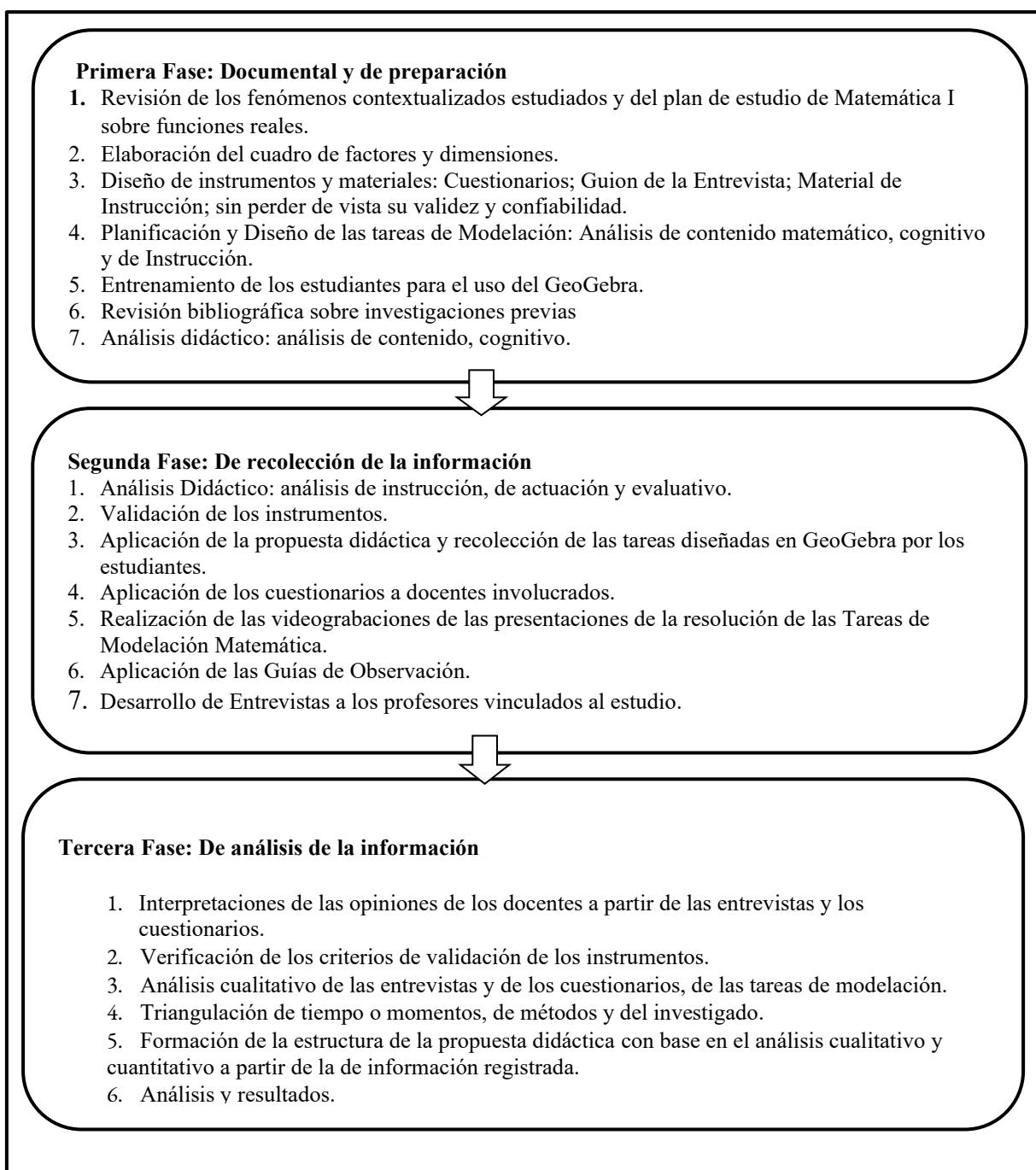
Procedimiento general

El procedimiento general se desarrolló en tres (3) etapas, tal como se muestra en la figura 1: a) Documental y de preparación, b) De recolección de la información y c) De análisis e interpretación de resultados y conclusiones.

La primera etapa del estudio se circunscribió a la consulta de los profesores en la UNEG que habían dictado la asignatura de Matemática I, en cuanto al uso e implementación de la modelación matemática como estrategia didáctica en su contexto de trabajo; a su vez, se indagó la existencia de investigaciones previas en esta materia, encontrando que no existía alguna en el contexto UNEG. Por otro lado, se hizo análisis de contenido, cognitivo y de instrucción para generar el diseño del material instruccional con que se trabajó, se exploró y describió el contexto del estudio (tanto las aulas de clases como el laboratorio de computación), se preparó el escenario de acción para activar la propuesta lo que implicó la preparación de los estudiantes en el manejo del GeoGebra.

La segunda etapa comprendió la planificación y la elaboración y validación de los instrumentos utilizados, el estudio de los fenómenos que se estudiaron y el diseño de la propuesta didáctica. Se trabajó con diferentes registros de representación, para lo cual se aplicaron talleres o sesiones de trabajo práctico en el laboratorio de computación usando GeoGebra. La tercera etapa comprendió la implementación de la propuesta didáctica, su evaluación e interpretación, análisis y conclusiones del producto de las tareas de modelación y de los instrumentos aplicados, resultados, validación de resultados y triangulación de la información; además del extenso análisis didáctico que se hizo del desarrollo de la propuesta formativa implementada.

Figura 1. Procedimiento General de la Investigación



Técnicas e instrumentos

Las técnicas desarrolladas en esta investigación fueron, la encuesta, la observación y la entrevista, mediante los siguientes instrumentos de recolección de la información: cuestionarios semiestructurados, guiones de observación y guiones de entrevistas.

Cuestionarios semiestructurados

Para conocer las opiniones de los profesores vinculados al estudio, quienes constituyeron el grupo de especialistas que acompañaron la investigación como observadores. Su validez se realizó a partir de 9 expertos, mediante la validación de contenido y su validación de constructo.

Guion de observación

Para registrar las capacidades y/o competencias de modelación matemática desarrolladas por los estudiantes y determinar los niveles de competencias de modelación matemáticas alcanzados integrando el uso de GeoGebra. Los profesores de matemática involucrados en este estudio, fueron quienes identificaron las competencias de modelación matemática y las capacidades desarrolladas por los estudiantes durante la presentación de sus trabajos, mediante la guía de observación dispuesta para ellos.

Guion de entrevistas

Instrumento aplicado a algunos profesores que habían dictado la asignatura Matemática I en los proyectos de carrera de ingeniería en la UNEG, para estudiar los aportes a la formación matemática de futuros ingenieros que brindó la metodología de acción implementada, la cual consistió en integrar en la enseñanza de funciones reales, la modelización matemática y uso del software GeoGebra.

Técnicas de procesamiento y análisis de la información

El producto de las tareas de modelación, se ha sometido a técnicas de análisis cuantitativas y cualitativas, que han generado los resultados en esta investigación. Así mismo, por tratarse de un estudio interpretativo y descriptivo, se hizo necesario el uso de la técnica de análisis de contenido, ya que “ofrece la posibilidad de investigar sobre la naturaleza del discurso” (Porta y Silva, 2003. p 8). Estos análisis se realizaron desde las producciones escritas que entregaron los estudiantes, tanto en papel como on-line.

Desde el discurso que manejaron los estudiantes en sus exposiciones del trabajo realizado en grupo y con el manejo del GeoGebra en vivo, se identificaron y describieron las capacidades matemáticas y competencias de modelación matemática que éstos lograron a la hora de presentar la resolución de sus tareas y los diferentes pensamientos que abarcaron desde los sistemas de representación que usaron; así como también el tipo de modelación que desarrollaron. Todo lo anterior, mostró evidencia de la evolución alcanzada en cuanto a los niveles de modelación y el conocimiento sobre función adquirido y para ello, se realizó un análisis de instrucción y un análisis de evaluación.

En virtud a esto, las capacidades desarrolladas, las competencias de modelación potenciadas, los niveles de competencia logrados y el conocimiento matemático adquirido se reconocieron y se legitimaron a partir de los análisis realizados por el grupo de docentes, quienes fueron observadores y evaluadores de todo el trabajo investigativo que se realizó. Las opiniones de estos especialistas fueron prácticamente consensuadas.

Por otra parte, para analizar las tareas de modelación matemática en GeoGebra, los profesores involucrados conjuntamente con los investigadores, realizaron análisis del trabajo virtual entregado. Este análisis se estructuró en: un análisis de contenido, un análisis cognitivo y uno de evaluación; donde se diagnosticaron los contenidos matemáticos abordados, los conocimientos adquiridos, las capacidades y competencias desarrolladas, las dificultades y errores presentados, las falencias que poseían los estudiantes y la evolución seguida a lo largo de cada implementación de la propuesta didáctica, en cuanto a los niveles de competencia de modelación matemática. Los niveles de competencia de modelación matemática fueron estructurados, una vez concluido el análisis didáctico realizado por los investigadores.

Se utilizó como técnica de análisis de datos, la triangulación, definida por Bisquerra, (1989). Esta técnica ha de lograrse desde el contraste de la información de todas las

producciones entregadas por los participantes; estas producciones fueron las tareas resueltas a mano desde la guía de instrucción que se entregaron para cada sesión de clases, como aquellas que se originaron con el uso del GeoGebra y los trabajos que se entregaron en físico. Los resultados surgieron producto del análisis de estos registros, los cuales fueron confirmados al triangular la información que arrojaron las exposiciones de los productos obtenidos en repuestas a las tareas propuestas.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

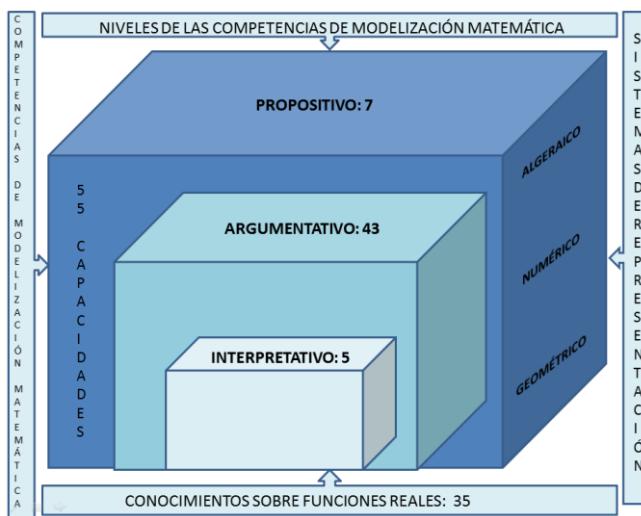
Contenidos matemáticos sobre funciones reales

En general, el estudio de los contenidos matemáticos a lo largo de las dos aplicaciones de la propuesta didáctica, fue productiva ya que se pudo observar cómo se fueron incorporando algunos contenidos, mediante la intervención evaluación y modificación constante que exigen de por sí, los experimentos de enseñanzas al término de cada sesión de clases. Los contenidos que se fueron sumando fueron: clasificación de las funciones (Inyectivas, Sobreyectivas y/o Biyectivas), la función valor absoluto, la función definida a trozos, la función exponencial y logarítmica, el modelado de funciones y las funciones trigonométricas.

Esto último se generó como consecuencia de ir mejorando el diseño de la propuesta didáctica a medida que se iba repitiendo su implementación cada año; además de reiterar esa propuesta de enseñanza durante varias sesiones de clases, con la finalidad de que esta propuesta implementada contribuyera en la mayor medida posible, a una excelente y amplia formación matemática de los futuros ingenieros egresados de la UNEG.

A su vez, se pudo observar que, existen contenidos que no son abordados en los programas de Matemática I de los proyectos de Ingeniería de la UNEG en el tema de funciones; sin embargo, fueron incluidos en la propuesta. Estos fueron: la prueba de la recta vertical para determinar si una relación es función o no, las definiciones de funciones crecientes y decrecientes, las funciones paramétricas, los sistemas de representación (algebraica, numérica, geométrica), la graficación de funciones con la computadora y los efectos de los parámetros usando algún software dinámico, para comprender la variación generada en cada parámetro transformado y el significado de este cambio en cada variable que podría intervenir en los fenómenos estudiados.

A medida que se repetía la experimentación de la propuesta didáctica que se implementó a través de dos años consecutivos, se buscaba precisar cada vez más el número de contenidos abordados al desarrollar la unidad de funciones reales en la asignatura Matemática I, de los proyectos de ingenierías en la UNEG. Con el trabajo generado, se cubrió este último propósito, donde la estructura de contenidos sobre funciones reales quedó conformada por 35 contenidos, los cuales están organizados por zonas construidas en la propuesta didáctica, tal como se muestra en la figura 2.

Figura 2. Modelo Real de la propuesta didáctica diseñada

A su vez, se puede afirmar que la evolución de los contenidos sobre funciones reales, durante la implementación de la propuesta didáctica, fue progresiva en el transcurrir del tiempo; ya que el número de contenidos sobre funciones fue aumentando para cada aplicación didáctica subsiguiente.

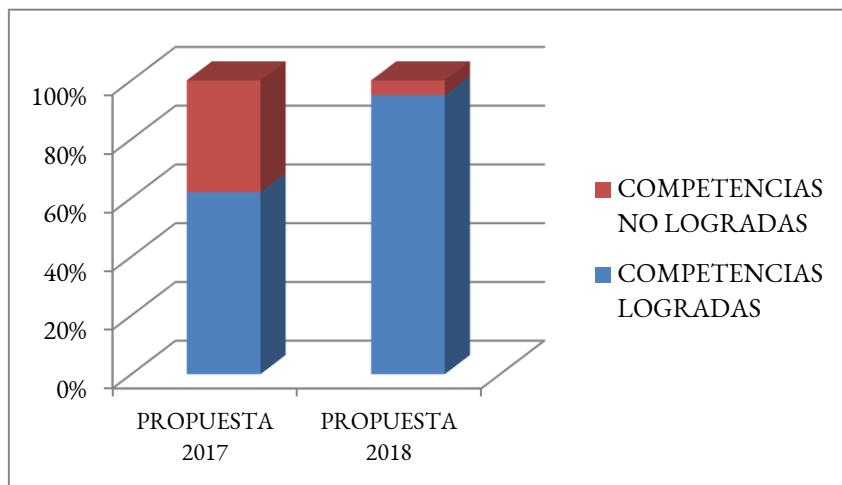
Competencias de modelación matemática

Los docentes consultados observaron, evidenciaron y registraron las competencias de modelación matemática logradas por los estudiantes en las presentaciones de sus trabajos al hacer uso de la modelación matemática con apoyo del software GeoGebra, como gestor de cambio y de contextualización del futuro ingeniero. Se desarrollaron competencias para: identificar y estructurar situaciones problema, entender, analizar y simular los modelos reales construidos, crear modelos matemáticos a partir de términos reales, trabajar con el modelo matemático, determinar y manejar variables, interpretar el modelo en términos reales, interpretar el modelo en términos del dominio del software GeoGebra, manipular las variables y parámetros del modelo computacional, comparar alternativas de solución de la situación problema, tomar decisiones en la elección de la mejor alternativa de solución, comunicar el modelo y sus resultados, usar lenguaje formal y simular la situación problema estudiada mediante el uso del GeoGebra.

En cuanto a la evolución mostrada a lo largo de las dos aplicaciones de la propuesta didáctica se pudo deducir que los estudiantes aumentaron los porcentajes de logros de manera progresiva en cada capacidad y en función de los niveles de competencias de modelación matemática establecidos por los investigadores (interpretativo, argumentativo y propositivo); los cuales se consolidaron y cobraron auge cada año.

De esta manera, los resultados de la implementación de la propuesta didáctica fueron mejorando en el tiempo y esto se evidenció en los porcentajes de logros de las capacidades matemáticas desarrolladas y consecuentemente en las competencias de modelación matemática, al comparar los años 2017 y 2018. Estos resultados se muestran en la figura 3.

Figura 3. Competencias “logradas” y “no logradas” durante la implementación de la propuesta didáctica aplicada durante un período académico de los años 2017 y 2018.



Niveles de logro y su evolución alcanzados por los estudiantes en cuanto a las competencias de modelación matemática para las aplicaciones didácticas del año 2017 y 2018.

En la tabla 1, se muestran los niveles de logros en cuanto a las competencias de modelación matemática, alcanzadas, cuyos registros fueron recolectados mediante una guía de observación utilizada en las dos (2) implementaciones didácticas aplicadas.

Tabla 1. Porcentaje de competencias de modelación matemática “logradas” por niveles.

Niveles	Porcentaje de Competencias 2017	Porcentaje de Competencias 2018
I.- Interpretativo	67	100
II.- Argumentativo	60	87
III.- Propositivo	59	99

Se puede observar, al comparar los resultados de ambas aplicaciones, que el porcentaje de competencias logradas mejoraron sustancialmente en el tiempo; lo que fue producto de las evaluaciones continuas que se sostenían con los pares de expertos que acompañaron la investigación durante los experimentos de diseño y sus correctivos oportunos para las próximas sesiones de clases. Siempre en la búsqueda del perfeccionamiento continuo de la propuesta didáctica diseñada, tratando de mejorar las deficiencias y lograr en una próxima sesión de clases, superar las carencias detectadas en la clase anterior; además de motivar a los estudiantes a trabajar en equipo. Siempre, procurando obtener el máximo desarrollo de competencias matemáticas en torno al tema de funciones. En cuanto al logro

de cada nivel, se ubicó siempre por encima de la media porcentual; incluso mejorando significativamente la aplicación didáctica del año anterior.

En definitiva, se puede concluir que los niveles establecidos durante el desarrollo del ciclo de modelación matemática en cada práctica, se lograron con un nivel adecuado de alcance y profundización, en cuanto a las competencias matemáticas definidas.

La interpretación de los registros arrojó que, para la propuesta didáctica implementada durante el año 2018, se logró el mayor número de competencias de modelación matemática, en relación a la implementación didáctica desarrollada para el año 2017. La afirmación anterior, se asume para cada uno de los tres niveles de las competencias de modelación desarrolladas (interpretativo, argumentativo y propositivo), durante el ejecútese de las fases del ciclo de modelación matemática (Houston y Neill, 2003; Blum y Leiß, 2007).

Con base en lo anterior, se concluye que la evolución de cada nivel de competencias de modelación matemática alcanzado, durante cada implementación de la propuesta didáctica, fue progresiva en el tiempo. Esto confirma que, el diseño de la propuesta didáctica ha sido perfectible en cada período, en la cual se desarrolló.

La afirmación anterior, sólo corrobora que la propuesta diseñada, para la enseñanza y aprendizaje de las funciones, siempre estuvo sujeta a mejoras, con el acompañamiento de los docentes involucrados y soportada en los experimentos de diseño.

La implementación de la modelación matemática, sugerida mediante la propuesta didáctica, permitió analizar problemas matemáticos contextualizados, asociados a fenómenos del mundo de la ingeniería; tales como: el crecimiento poblacional en Venezuela, el crecimiento del nivel del agua del río Orinoco en ciertos períodos del año, el proceso de neutralización del lodo rojo, la exportación e importación de algunos rubros en Venezuela, la construcción de algunas piezas fabricadas de las industrias básicas de la región Guayana, identificación de algunas relaciones matemáticas inmersas en el mecanismo de suspensión de algunos puentes colgantes emblemáticos en el país, entre otros. De este modo, el estudiante de ingeniería, desde el inicio de su formación matemática universitaria, se familiarizó con el planteamiento e interpretación de fenómenos naturales que lo capacitan de manera integral, para ir consolidando las bases de una formación estratégica y holística, con experiencias previas en su formación integral.

A continuación, se describen algunas de las tareas de modelación matemática, desarrolladas por los estudiantes.

Situación problema 1: Cableado que sostiene el puente Angostura (Bejarano y Ortiz, 2017)

Este problema consistió en la construcción de un modelo, que se aproxima a la trayectoria, que forma un trozo de la cuerda que constituye el cableado, que sostiene el puente Angostura, ubicado en el Estado Bolívar, Venezuela.

Situación problema 2: Neutralización del lodo rojo

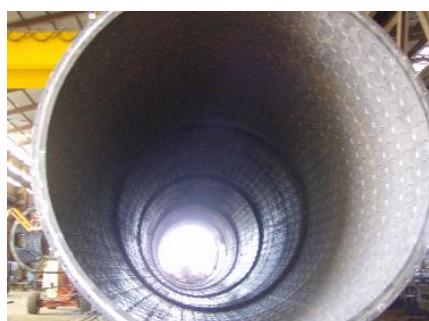
El estudio sobre la neutralización del Lodo Rojo es una propuesta de investigación, cuyo propósito principal es lograr la neutralización del Lodo Rojo (Gómez, 2016), mediante la inducción de reacciones con el coque de petróleo en una mezcla de Lodo Rojo, siguiendo un método equivalente a la pluviometría, con el fin de desarrollar nuevos materiales híbridos con características adecuadas para el beneficio de la sociedad; lo que ha

conllevado a contribuir con la conservación del medio ambiente en zonas intervenidas por la actividad industrial. (Bejarano y Ortiz, 2017)

Situación problema 3: Construcción de la pieza de una chimenea

Este problema consiste en la simulación de la construcción de una pieza de chimenea (ver figura 4) que se fabrica en la empresa Vhicoa, ubicada en la ciudad de Puerto Ordaz, Venezuela.

Figura 4. Representación del Modelo Real. Imagen de la pieza de una chimenea que se fabrica en la empresa Vhicoa. Zona Industrial, Puerto Ordaz. Estado Bolívar. Venezuela.



Los estudiantes no contaron con medidas concretas en el enunciado del problema, sólo se trataba de adecuar un modelo matemático, que mediante su variación iría formando el sólido representado a partir de la imagen expuesta anteriormente, la cual se seleccionó de un grupo de imágenes que se recolectaron en una visita que se realizó a la empresa Vhicoa, donde se tomó fotografías a las piezas que se diseñaban y fabricaban para ese momento en esta empresa.

El trabajo realizado por los estudiantes en este proceso de simulación, consistió básicamente en la construcción de una circunferencia unitaria C de centro $(0,0)$, donde crearon el parámetro k , que constituía la traslación vertical de la circunferencia C al variar k , o sea, el valor de la ordenada del centro de esa circunferencia C y simultáneamente dejar fijos el valor de la abscisa h de este centro y su radio r . Para ello, este grupo de estudiantes crearon en GeoGebra el parámetro k , como un deslizador y activaron el rastro de la circunferencia C para lograr la visualización de la construcción del sólido a medida que el deslizador hacia el recorrido que le fue asignado, en función de las propiedades o cualidades que asumieron los estudiantes para su caracterización.

Otro grupo de estudiantes logró simular la construcción de la chimenea, de manera muy diferente: su resolución se basó en crear un cilindro y trasladarlo verticalmente a través del eje Z, dejando ver su rastro al variarlo en la vista gráfica en tres dimensiones que presenta el GeoGebra.

Análogamente al grupo precedente, el conjunto C no define una función. Sin embargo, se precisó que cada una de las dos semicircunferencias que lo integran (la primera en los cuadrantes I y II, y la segunda en los cuadrantes III y IV) podría dar lugar a dos relaciones funcionales distintas, al analizar cada semiarco de forma independiente.

Situación problema 4: Crecidas del río Orinoco.

Este problema consistió en la construcción de modelos que se aproximarán a las mediciones recogidas en función al crecimiento del Río Orinoco, en cuanto a profundidad

se refiere, correspondientes a unos días del mes de agosto, por tres años consecutivos, en base a la información suministrada por la Dirección de Protección Civil del Estado Bolívar (2017), como se muestra en la figura 5.

Figura 5. Registros del comportamiento del Río Orinoco en cierto período de tiempo



REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
GOBERNACION DEL ESTADO BOLIVAR
SECRETARIA DE SEGURODAD CIUDADANA
DIRECCION DE PROTECCION CIVIL

FECHA EMISION
03/08/2017

NIVELES DEL RIO ORINOCO ULTIMOS 10 DIAS
(m.s.n.m)

FECHA	CAICARA						CIUDAD BOLIVAR						PALUA						
	1943	1951	1976	2015	2016	2017	1943	1951	1976	2015	2016	2017	1943	1951	1976	2015	2016	2017	
25-Jul	34.15	34.00	34.99	32.58	34.02	33.75 + 5	16.53	16.51	17.08	14.40	15.86	16.28	+ 14	11.03	11.28	11.83	9.12	10.38	10.98 + 18
26-Jul	34.23	34.29	35.09	32.64	34.10	33.83 + 8	16.62	16.69	17.17	14.52	15.92	16.44 + 18	11.13	11.43	11.88	9.24	10.34	11.62 + 64	
27-Jul	34.27	34.42	35.18	32.70	34.14	33.91 + 8	16.78	16.84	17.27	14.60	16.00	16.58 + 14	11.23	11.53	11.97	9.33	10.43	11.68 + 6	
28-Jul	34.45	34.55	35.25	32.77	34.17	34.02 + 11	16.87	16.99	17.36	14.68	16.02	16.66 + 8	11.33	11.68	11.99	9.42	10.52	11.00 + 88	
29-Jul	34.54	34.65	35.33	32.79	34.22	34.11 + 9	16.98	17.10	17.46	14.79	16.08	16.76 + 10	11.49	11.73	12.04	9.48	10.52	11.15 + 15	
30-Jul	34.63	34.77	35.41	32.86	34.26	34.19 + 8	17.08	17.24	17.58	14.89	16.15	16.86 + 10	11.53	11.88	12.11	9.79	10.55	11.19 + 4	
31-Jul	34.66	34.86	35.48	32.90	34.29	34.26 + 7	17.12	17.34	17.74	14.90	16.20	16.96 + 18	11.58	11.93	12.27	9.70	10.61	11.28 + 9	
01-Ago	34.76	34.96	35.56	32.95	34.32	34.33 + 7	17.23	17.39	17.85	14.96	16.30	17.02 + 9	11.63	11.93	12.43	9.67	10.70	11.31 + 3	
02-Ago	34.89	34.95	35.58	32.96	34.36	34.40 + 7	17.28	17.45	17.95	15.06	16.35	17.10 + 8	11.63	11.88	12.55	9.67	10.79	11.37 + 6	
03-Ago	34.89	34.99	35.59	33.00	34.39	34.44 + 4	17.37	17.49	18.00	16.06	16.04	17.16 + 6	11.73	11.88	12.58	9.70	10.82	11.49 + 12	

TUACION ACTUAL

ALERTA AMARILLA			ALERTA AMARILLA			ALERTA VERDE		
ALERTA SITUACIONAL	ESTACION		CAICARA	CIUDAD BOLIVAR	PALUA			
	ALERTA VERDE		33.50 (*)	16,50	11,00			
	ALERTA AMARILLA		34.00	17,00	11,50			
ALERTA ROJO		35.00	18,00	12,50				

EFEMERIDES: UN DIA COMO HOY EN EL AÑO 1925 EL RIO ORINOCO ALCANZO NIVEL DE ALERTA ROJA EN CIUDAD BOLIVAR, PALUA Y CAICARA.

NOTA: LOS DIAS ESPECIFICADOS (28) NIVEL 11,00 Y (29) NIVEL 11,15, EL RIO EN PALUA SE COMENZARON A TOMAR ELECTRONICAMENTE (CON SENORES) POR PERSONAL ASHO, YA QUE A TRAVES DE LOS ANOS SE TOMABA LAS MEDIDAS VISUALMENTE POR EL PERSONAL.

PREVENIR ES VIVIR

Av. Gobernación, Pies de la Carretera, Municipio Río y Playa. Tel: 0424-3358652/19195
 email: proteccioncivil12@bolivar.gob.ve; proteccioncivil@hotmail.com; proteccioncivilbolivar12@gmail.com
 Apdo. Postal 8007, P.O. Box: 337, Cd. Bolívar, Edif. Bolívar, Venezuela

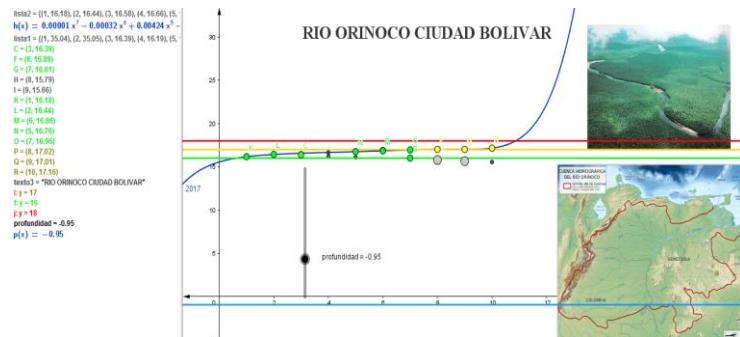
Este trabajo consistió en introducir los datos en la hoja de cálculo del GeoGebra y analizar los mismos mediante un ajuste de curva, lo cual proporcionó modelos matemáticos, luego de hacer una selección de las varias opciones que presentaba este software.

Relaciones algebraicas de modelos matemáticos construidos:

- $h(x) = 0.0000298x^9.00 - 0.00143x^8.00 + 0.0292x^7.00 - 0.331x^6.00 + 2.28x^5.00 - 9.88x^4.00 + 26.7x^3.00 - 43.4x^2.00 + 38.0x + 4.60$
- $g(x) = -0.00000474x^9.00 + 0.000233x^8.00 - 0.00492x^7.00 + 0.0583x^6.00 - 0.425x^5.00 + 1.96x^4.00 - 5.66x^3.00 + 9.67x^2.00 - 8.48x + 19.1$

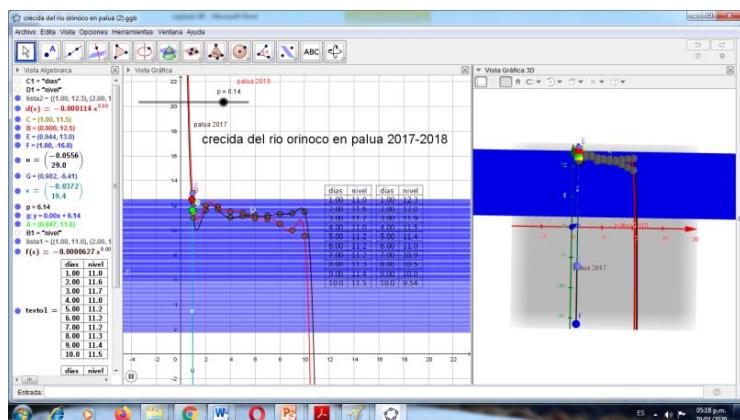
En virtud de ello, los estudiantes realizaron el trabajo matemático en el software GeoGebra, tal y como se observa en la figura 6

Figura 6 Representación Geométrica del modelo construido. Imagen que refleja el trabajo realizado por los estudiantes en GeoGebra para simular el comportamiento del Río Orinoco en cierto período de tiempo.



. Aquí, el trabajo realizado en GeoGebra por un grupo de estudiantes (ver figura 7), consistió en variar el parámetro a : profundidad en el modelo obtenido. *Imagen que refleja el trabajo realizado por otro grupo de estudiantes en GeoGebra, para simular el comportamiento del Río Orinoco en cierto período de tiempo*

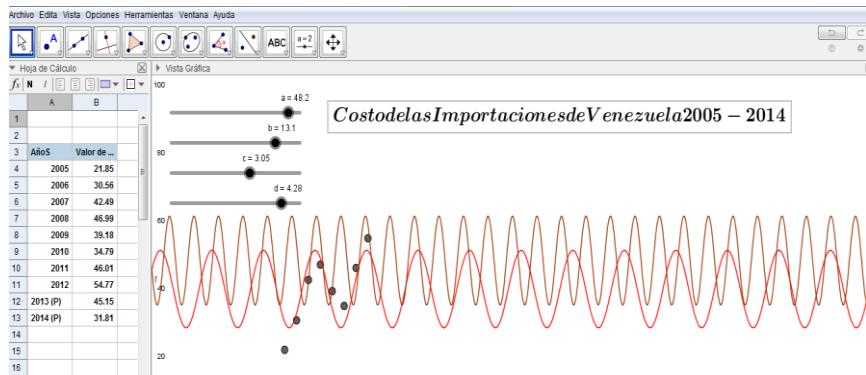
Figura 7. Representación Geométrica del modelo construido.



Situación problema 5: Costos de las importaciones en Venezuela.

Aquí, el modelo se obtuvo por un ajuste de curva desde las mediciones iniciales. Los estudiantes crearon algunos deslizadores para visualizar los efectos de compresión de la curva, dilatación de la curva, traslación vertical y horizontal de la curva, tal como se muestra en la figura 8, donde un grupo de estudiantes trabajaron en GeoGebra, para modelar el comportamiento del costo de las importaciones en Venezuela, en el período 2005-2014.

Figura 8. Representación Geométrica del modelo construido. Imagen que refleja el trabajo realizado por un grupo de estudiantes en GeoGebra, para modelar el comportamiento del costo de las importaciones de Venezuela, en el período 2005-2014



Los estudiantes desarrollaron competencias matemáticas al realizar las tareas de modelación matemática asignadas; tales como: Identificaron los puntos de los datos del fenómeno estudiado, buscaron la función que pasaba por la mayoría de los puntos dados, según el menú del GeoGebra, identificaron los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de la función que modela el fenómeno, entre otros.

La modelación matemática consolidó espacios de reflexión para la toma de decisiones en la escogencia del modelo que mejor se ajustaba a los datos presentados y lo más trascendental, que éstas decisiones fueron generadas como resultado de los debates colectivos que se presentaron; de manera que se sugería a los estudiantes a trabajar en conjunto por el logro de un objetivo en común, el cual es una competencia establecida en el perfil del ingeniero.

Los estudiantes mostraron dominio y eficiencia en la construcción de funciones, en identificar las propiedades características de las funciones reales en cada modelo matemático construido; tales como: el dominio, el rango, las asíntotas, los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función estudiada, puntos de cortes con los ejes, la función inversa, algunas propiedades del álgebra de funciones y la composición de funciones durante las experiencias prácticas desarrolladas, en el laboratorio de computación, al usar GeoGebra.

Es importante señalar que la modelación matemática se entendió como un proceso flexible, dinámico, recursivo y cíclico; donde los modelos construidos estuvieron orientados a comprender y resolver problemas o situaciones reales, en el cual el desarrollo de cada fase no necesariamente siguió un ciclo continuo y consecutivo.

En este sentido, a partir de esta experiencia investigativa, se persiguió que el estudiante desde la modelación matemática se apoyara en las nuevas tecnologías; en este caso en particular, el software GeoGebra, para aprender a tomar decisiones, predecir tendencias futuras, decisiones sobre problemas ambientales, en los envases industriales, en economía, en sistemas biológicos, en ensayos médicos, en computación, en física; tal y como lo plantean Yanagimoto (2003), Haines, Galbraith , Blum y Khan (2007) y, Hall y Lingefjärd (2016), entre otros.

En todas las situaciones problemas antes expuestas, se tomó en cuenta la concepción de Zawojewski, Diefes-Dux, y Bowman, (2008), en lo que respecta a la investigación de desarrollo de modelos (o la investigación del diseño), la cual sostiene que los problemas propuestos a los estudiantes de ingeniería deben surgir de una situación del "mundo real".

En síntesis, en base a estos criterios, se propusieron en este trabajo de investigación tareas de modelación a los estudiantes basados en problemas reales del mundo del ingeniero, en la búsqueda de aportes en cuanto a eficiencia y efectividad en las respuestas de modelos construidos, integrando algunos tópicos abordados en asignaturas del currículo de los proyectos de ingeniería de la UNEG (2011); tales como: ingeniería de materiales, ingeniería de métodos, ingeniería financiera e ingeniería del ambiente, investigación de operaciones, planificación y control, entre otras.

CONCLUSIONES

La implementación de la propuesta didáctica basada en modelación matemática y tecnología, demostró ser un recurso efectivo para la enseñanza de funciones reales en ingeniería. Este enfoque o planteamiento pedagógico, sustentado en la modelación y el uso del software GeoGebra, potenció competencias de modelación matemática y, por ende, competencias profesionales esenciales mediante tres dimensiones interconectadas:

- 1) *Desarrollo de capacidades técnicas*: Los estudiantes lograron realizar representaciones algebraicas, geométricas y numéricas de funciones reales, cuando resolvían problemas contextualizados propuestos.
- 2) *Fortalecimiento de competencias profesionales*: Se evidenció tanto el desarrollo de competencias de modelación matemática como competencias profesionales fundamentales para el ingeniero, las cuales están declaradas en el perfil del ingeniero egresado de la UNEG; tales como: la planificación, el diseño, la resolución de problemas, la comunicación, el trabajo en equipo, la extrapolación, la inferencia, la optimización, la toma de decisiones basadas en modelos matemáticos aplicables a fenómenos reales, la inventiva, la innovación.
- 3) *Integración tecnológica*: El uso de GeoGebra facilitó la visualización interactiva de fenómenos, permitiendo análisis predictivos y validación empírica de modelos teóricos, la simulación, incluso la capacidad de ser autodidactas en la actualización permanente del uso de la tecnología.

Las contribuciones teóricas innovadoras de la propuesta didáctica incluyen:

- 1) *Un modelo didáctico tridimensional*: Este modelo abarcó una gran gama de capacidades matemáticas desarrolladas por los estudiantes, competencias fundamentales de modelación matemática y varios sistemas de representación de las relaciones funcionales que describían aproximaciones del comportamiento de fenómenos.
- 2) Categorización novedosa de niveles de competencia de modelación matemática, ampliando propuestas anteriores como la de Mora y Ortiz (2015); quienes trabajan las capacidades y las competencias del profesor, pero extensibles a las del ingeniero, sin el establecimiento de categorías, ni biyecciones entre ellas. En definitiva, los niveles de competencia declarados y caracterizados en este estudio, constituye uno de los planeamientos nuevos de la investigación, el cual surgió como producto del análisis didáctico exhaustivo generado desde la implementación de los experimentos de diseño.
- 3) El análisis de las categorías establecidas para los niveles de competencia en modelación matemática permitió evidenciar la evolución de dichas competencias a lo largo de las dos implementaciones realizadas. Para ello, se definieron tres niveles de competencia: interpretativo, argumentativo y propositivo, cada uno de los cuales agrupaba el

desarrollo de capacidades específicas observadas por los profesores especialistas participantes en el estudio. Esta estructura se basó en un diseño inicial que fue perfeccionado durante el transcurso de la investigación; no obstante, se aplicó el mismo esquema en ambas implementaciones: una correspondiente a un semestre del año 2017 y la otra al semestre del año siguiente.

- 4) La versatilidad del enfoque didáctico, tanto para estudiar contenidos matemáticos como de otras disciplinas, tales como: la ingeniería de métodos, la física, la química, ciencias de los materiales, entre otras.

Se mostró lo plausible de estudios dirigidos mediante la profundización de problemáticas reales que pertenezcan al mundo del ingeniero en su especialidad, esencialmente, por su utilidad práctica y la experimentación previa en su campo laboral. De esta manera se incluyeron en este estudio dos (2) componentes de modelación matemática planteados por Rendón-Mesa et. al. (2024): La problematización y la contextualización.

En cuanto a los aportes metodológicos relevantes en esta investigación se encuentran:

- 1) Los experimentos de enseñanza, enmarcados en el paradigma de la investigación de diseño, constituyeron un componente metodológico fundamental dentro de este enfoque cualitativo. Cada implementación de la propuesta didáctica se sustentó en un diseño instruccional previo, centrado en tareas de modelización matemática. Este diseño fue objeto de un perfeccionamiento progresivo con el objetivo de optimizar su efectividad en la enseñanza de funciones, contribuyendo así a fortalecer la formación matemática de los futuros ingenieros.
- 2) Es importante destacar en esta investigación el uso de la técnica de observación participante, considerado un aporte fundamental para la validez de los resultados obtenidos y el enriquecimiento de los mismos. Este método permitió el acompañamiento y análisis por parte de cinco (5) docentes observadores, especializados en Matemática, Educación Matemática e Ingenierías. Dicha participación facilitó la interacción directa entre los investigadores, los estudiantes y los expertos, para incorporar la modelación matemática en el contexto ingenieril.

La metodología implementada demostró ser efectiva para fomentar el trabajo multidisciplinario y la participación integral en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática (Bejarano y Ortiz, 2017). La propuesta didáctica se fundamentó en la construcción colectiva del conocimiento matemático, mediante la conformación de equipos multidisciplinarios integrados por docentes y estudiantes. Esta estrategia metodológica propició una comunicación abierta y fluida, caracterizada por el uso sistemático de un lenguaje técnico-formal y la integración de múltiples sistemas de representación matemática, así como la traducción y transferencia entre dichos sistemas. Este enfoque metodológico no solo favoreció el desarrollo de competencias propias del perfil profesional, sino que también garantizó la inclusión activa de todos los actores educativos involucrados, abarcando tanto a docentes especialistas, como a estudiantes de diversos programas académicos o proyectos de carrera de la UNEG.

Finalmente, para los estudiantes de ingeniería, es fundamental en su formación matemática, el uso de la modelación matemática y de las tecnologías, ya que su mundo profesional estará lleno de fenómenos para modelar y simular. En este sentido, la sociedad demanda cada día, con mayor necesidad, para dar respuestas a los cambios tan vertiginosos que surgen actualmente. En este mismo marco, futuras investigaciones

podrían explorar la transferibilidad de este modelo didáctico con otros contenidos matemáticos avanzados.

REFERENCIAS

- Bejarano, M. (2008). *Estudio del pensamiento matemático vinculado a la noción de límite*. Trabajo de grado de Maestría, Universidad Nacional Experimental de Guayana. Disponible: <http://uneg.edu.ve.fondoeditorial>. Producciones UNEG.
- Bejarano, M. y Ortiz, J. (2017). Modelación matemática y GeoGebra en el estudio de funciones. Una experiencia con estudiantes de ingeniería. *Revista Ciencias de la Educación*, 27(50). Julio-Diciembre, 348-379. <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/50/art22.pdf>
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Barcelona, España: CEAC. https://www.academia.edu/34814025/Bisquerra_M%C3%A9todos_de_investigaci%C3%B3n_educativa
- Blum, W. y Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, y S. Khan, (Eds.), *Mathematical modelling (ictma 12): Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Camarena, P. (2010). *La modelación matemática en la formación del ingeniero* [Documento en línea]. Disponible: www.m2real.org/IMG/pdf_Patricia_Camarena_Gallardo-II.pdf
- Confrey, J. (2006) The Evolution of Design Studies as Methodology. In. R.K. Sawyer (Ed.). *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences*, Cambridge University Press, New York, 135-152. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511816833.010>
- Dirección de Protección Civil del Estado Bolívar. (2017, Agosto 8). Crecimiento de los Niveles del Río Orinoco en Palúa, del 25/07/2017 al 03/08/2017. [Datos en línea]. En Protección Civil de la Gobernación del Estado Bolívar. Disponible: <http://datos.proteccióncivil.com> [Consulta: 2017, Agosto 10].
- Gómez, L (2016). *Aplicaciones del lodo rojo. Trabajo de ascenso*. Universidad Nacional Experimental de Guayana. Puerto Ordaz, Venezuela.
- Hall, J. y Lingefjärd, T. (2016). *Mathematical Modeling: Applications with GeoGebra*. New Jersey, EEUU: John Wiley & Sons. <https://www.wiley.com/en-us/Mathematical+Modeling%3A+Applications+with+GeoGebra-p-9781119102724>
- Haines, C., Galbraith, P., Blum, W. y Khan, S. (Eds.) (2007). *Mathematics Modelling: Education, Engineering and Economics*. ICTMA 12. Chichester, UK: Horwood Publishing. https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9780857099419_A23729568/preview-9780857099419_A23729568.pdf
- Houston, K y Neill, N. (2003). Assessing Modelling Skills. En S.J. Lamon, W.A. Parker, y K. Houston (Eds.), *Mathematical Modelling: A way of Life*. ICTMA 11. Chichester, UK: Horwood Publishing..
- López, J. (2012). *Modelación matemática en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales*. Trabajo de Grado de Maestría en Matemática Educativa. Universidad Veracruzana. México.

- Mendible, A. y Ortiz, J. (2007). Modelización Matemática en la Formación de Ingenieros. La Importancia del Contexto. *Enseñanza de la Matemática*. Número Extraordinario, 12(16), 133-150. <https://core.ac.uk/download/pdf/287746187.pdf>
- Molina, M., Castro, E., Molina, J.L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88. <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v29-n1-molina-castro-molina-et-al/435-pdf-es>.
- Mora, A. y Ortiz, J. (2015). Capacidades didácticas en el diseño de tareas con modelación matemática en la formación inicial de profesores. *Perspectiva Educacional, Formación de Profesores*, 54(1), 110-130
- Niss, M., y Blum, W. (2020). The learning and teaching of mathematical modelling. New York, USA: Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315189314>
- Porta, L y Silva, M. (2003). *La investigación cualitativa: El Análisis de Contenido en la investigación Educativa*. [Documento en línea]. Disponible en: <http://www.uccor.edu.ar/paginas/REDUC/porta.pdf>
- Rendón-Mesa, P. A., Castrillón-Yepes, A., y Villa-Ochoa, J. A. (2024). Componentes de la modelación matemática y sus contribuciones en la realización de proyectos por parte de futuros profesores de matemáticas. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 4(3), 1-41. <https://doi.org/10.54541/reviem.v4i3.115>.
- Rico, L. y Moreno, A. (Coords.) (2016). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria*. Madrid, España: Pirámide.
- Rico, L., Lupiáñez, J.L.y Molina, M. (Eds.) (2013). Análisis Didáctico en Educación Matemática. Granada, España: Comares.
- Universidad Nacional Experimental de Guayana (UNEG , 2003). Comisión para la Creación del Proyecto de la Carrera de Ingeniería Industrial. (1988, Enero). Informe: *Proyecto para creación de la carrera de Ingeniería Industrial*. Venezuela: Autor.
- Universidad Nacional Experimental de Guayana. (UNEG, 2011). *Plan Programático de Matemática I del proyecto de Ingeniería Industrial, Ingeniería Forestal, Ingeniería en Informática e Ingeniería en Producción Animal*. [Documento en línea]. Disponible: www.uneg.edu.ve.
- Valverde, G. (2014). Experimentos de enseñanza: una alternativa metodológica para investigar en el contexto de la formación inicial de docentes. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 14(3), 1-20. <https://www.scielo.sa.cr/pdf/aie/v14n3/a14v14n3.pdf>
- Yanagimoto, A. (2003). Environmental Problems and Mathematical Modelling. En S. Lamon, W. Parker y S.K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: a way of life*. (pp. 53-60). ICTMA11. Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Zawojewski, J., Diefes-Dux, H., y Bowman, K, (Eds.) (2008). *Models and Modeling in Engineering Education: Designing Experiences for All Students*. Sense Publishers. Mayo 15, 2008. [https://www.researchgate.net/publication/347562060 Models and Modeling in Engineering Education Designing Experiences for All Students](https://www.researchgate.net/publication/347562060)

María E. Bejarano-Arias
Universidad Nacional Experimental de Guayana, Puerto Ordaz, Venezuela
mbejaranouneg@yahoo.com

José Ortiz-Buitrago
Universidad de Carabobo, Campus La Morita, Venezuela
jortiz@uc.edu.ve