Uscanga-Alvarez, S.I., Durán-Vargas, Y., Gauna-Martínez, F.A., Gutiérrez-Carrada, A.I., Giles-Cuanenemi, D. y Juárez-López, J.A. (2026). Problemas de comparación de razones no proporcionales; Estrategias de docentes de Bachillerato. *Matemáticas, Educación y Sociedad, 9*(1), 1-18

ISSN: 2603-9982

# PROBLEMAS DE COMPARACIÓN DE RAZONES NO PROPORCIONALES: ESTRATEGIAS DE DOCENTES DE BACHILLERATO

Sahian Ivette Uscanga-Alvarez, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Yeimi Durán-Vargas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Félix Alberto Gauna-Martínez, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Andrea Iedani Gutiérrez-Carrada, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Daniel Giles-Cuanenemi, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

José Antonio Juárez-López, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

***Resumen***

*En este estudio se analizan las estrategias de resolución de problemas que emplean profesores de bachillerato al comparar razones no proporcionales. A partir de un enfoque cualitativo con diseño exploratorio–descriptivo, se aplicó un cuestionario compuesto por cuatro problemas adaptados de Mayorga (2011) y se realizaron entrevistas clínicas a diez docentes en servicio. El análisis se centró en identificar las estrategias utilizadas según la clasificación de Mayorga: absolutas, relativas, absoluto–relativas y ausencia de comparación. Los resultados muestran que la mayoría de los participantes recurrió predominantemente a estrategias absolutas, basadas en comparaciones aditivas y diferencias entre cantidades iniciales y finales, incluso en contextos donde este tipo de razonamiento no es válido. Estos hallazgos evidencian la necesidad de fortalecer en la formación docente la distinción entre situaciones proporcionales y no proporcionales para su desvinculación.*

***Palabras clave***: *No proporcionalidad, razones, problemas, estrategias absolutas, estrategias relativas*.

## Problem solving strategies on comparison of non-proportional ratios in high school teachers

***Abstract***

*This study analyzes the problem-solving strategies used by high school teachers when comparing non-proportional ratios. Using a qualitative approach with an*

Recibido: 23/12/2025; Aceptado: 27/04/2025

*exploratory-descriptive design, a questionnaire composed of four problems adapted from Mayorga (2011) was applied, and clinical interviews were conducted with ten in-service teachers. The analysis focused on identifying the strategies used according to Mayorga's classification: absolute, relative, absolute–relative, and absence of comparison. The results show that most participants predominantly relied on absolute strategies, based on additive comparisons and differences between initial and final quantities, even in contexts where this type of reasoning is not valid. These findings highlight the need to strengthen the distinction between proportional and non-proportional situations for dismissal in teacher training.*

***Keywords****: Non-proportionality, ratios, problems, absolute strategies, relative strategies.*

## INTRODUCCIÓN

La comparación de razones representa un campo donde el análisis va más allá de la aplicación de la regla de tres (Block, 2022; Mochón, 2012). La proporcionalidad es una noción fundamental que se aplica tanto en la vida cotidiana como en la comprensión de conceptos matemáticos, como los números racionales, los porcentajes, la semejanza, entre otros (Balderas et al., 2014; Godino y Batanero 2002; Monje y Gómez, 2019; Obando, et al., 2014). Uno de los obstáculos más persistentes que surgen en los estudiantes y profesores se presenta cuando aplican intuitivamente el razonamiento proporcional en situaciones donde no es válido. En el caso de situaciones no proporcionales es donde el razonamiento matemático se pone a prueba. Buforn et al. (2018) mencionan la importancia de caracterizar el conocimiento del profesor de matemáticas, ya que este influye de manera directa en la forma de enseñar.

Diversas investigaciones han centrado su atención en entender cómo se enseña la proporcionalidad en el nivel básico (Balderas et al., 2014; Dragone et al., 2022; Ekawati et al., 2015; Nugraha et al., 2023; Valverde y Castro, 2009). La mayoría de ellas reportan implícitamente estrategias para la resolución de problemas en situaciones no proporcionales sin darle relevancia. Estudios recientes también han explorado cómo docentes y personas con baja escolaridad abordan problemas de falsa proporcionalidad (Cruz-Márquez et al., 2024). En contraste, Monje y Gómez (2019) se centran en este tema, analizando las rutas cognitivas de profesores de nivel básico. Dado que la literatura ha dejado de lado la investigación con docentes de nivel medio superior para comprender cómo es que abordan la comparación de razones en este contexto, es necesario plantearse la siguiente pregunta: ¿Cuáles son las estrategias que utilizan los profesores de nivel medio superior al resolver problemas de comparación de razones no proporcionales? Por lo tanto, el objetivo principal de esta investigación es analizar las estrategias de resolución de problemas de comparación de razones no proporcionales en docentes de nivel medio superior.

## MARCO CONCEPTUAL

El razonamiento proporcional es una forma de pensamiento matemático que se activa cuando una persona se enfrenta a una tarea, consigna o situación que implica comprender y distinguir relaciones entre cantidades (Buforn et al., 2018). Sin embargo, el desafío se encuentra en distinguir cuándo una situación es proporcional o no.

Como menciona Nugraha et al. (2023), el conocimiento del profesorado sobre el razonamiento proporcional debe ser integral y profundo, no sólo procedimental. Esto facilita la distinción e identificación de situaciones proporcionales y no proporcionales para la integración del contenido a enseñar en las aulas.

### *Problemas de comparación de razones no proporcionales*

Este estudio se centra en los problemas de comparación de razones no proporcionales (CRNP). Conceptualmente, se entienden como aquellos donde se establece una desigualdad entre razones (Monje y Gómez, 2019) y presentan relaciones no proporcionales entre las variables involucradas (Pişkin-Tunç, 2020).

En la literatura, este concepto recibe diversos nombres como “desproporción” o “comparación de razones desiguales” (Monje y Gómez, 2019). Para esta investigación, se adoptará el término “no proporcionalidad” (Pişkin-Tunç, 2020). Formalmente, dadas dos razones, estas son no proporcionales cuando el producto cruzado no es igual, es decir cuando se tiene que comparar.

Para saber si un problema corresponde con una situación de CRNP se debe de analizar la sinergia entre su estructura matemática y su planteamiento situacional. En estos casos, el planteamiento describe una comparación entre dos situaciones que puedan ser modeladas por una razón, usualmente inducidas por preguntas que buscan saber quién es "mejor", "más rápida", etc. Cabe resaltar que estas relaciones están asociadas con dos mismas variables, pero en cada caso el valor numérico de la relación es diferente. Convirtiendo el análisis de la situación en algo puntual, momentáneo, evitando que se pueda prolongar o predecir el comportamiento de las variables en otro momento.

***Estrategias de resolución***

En la literatura, el término "estrategia" tiene varias definiciones (Rodríguez y Rodríguez, 2011). En el ámbito educativo, este término se considera como el "arte" de dirigir y coordinar acciones y operaciones; plan, programa, conjunto de objetivos, patrón de acciones, conjunto de acciones entre otros, las cuales son asumidas según los intereses específicos de cada investigación (Barrios-Gárciga y Diez-Fumero, 2018).

Para los fines de este trabajo, y en el contexto específico de la resolución de problemas matemáticos, se operacionaliza el término "estrategia de solución" como el conjunto de acciones, procedimientos y razonamientos (ya sean conscientes o automatizados) que un individuo realiza para abordar un problema y llegar a una solución.

Para el análisis de las estrategias empleadas por los docentes, este estudio adopta el marco de referencia propuesto por Mayorga (2011), el cual organiza las estrategias en tres categorías según el tipo de razonamiento predominante:

***Estrategias absolutas.***

Esta categoría agrupa los procedimientos que se fundamentan en el razonamiento aditivo y la consideración de cantidades aisladas, sin establecer relaciones multiplicativas entre ellas. Se pueden incluir estrategias como la comparación de diferencias (*Adder*), donde se restan o comparan cantidades iniciales y finales de manera directa, así como el enfoque en sólo un dato (inicial o final) sin considerar su relación con alguna otra información que proporcione el problema.

***Estrategias de pensamiento relativo***

Esta categoría se divide en dos, las cualitativas que abarcan la estimación y las cuantitativas (razón, tablas de proporción, fracciones equivalentes, porcentajes).

***Estrategias absoluto-relativas***

Hace referencia a razonamientos donde el resolutor combina elementos de ambos tipos de estrategia.

***Ausencia de comparación***

Esta categoría incluye los datos no relevantes y la compulsión operatoria.

De lo anterior se puede concluir que mientras las estrategias absolutas están sustentadas en una comparación entre dos magnitudes lineales (las diferencias entre las cantidades involucradas), las estrategias relativas se respaldan en una comparación entre razones (las que se construyen a partir de las cantidades involucradas). Es importante resaltar que la comparación relativa no necesariamente está ligada con problemas que presentan un comportamiento proporcional.

## METODOLOGÍA

### *Enfoque y diseño de la investigación*

El estudio se desarrolla bajo un enfoque cualitativo en el que se aborda el análisis y la comprensión de los procesos y estrategias de pensamiento que desarrollan los docentes de nivel medio superior. Además, tiene un diseño del tipo exploratorio-descriptivo, que permite investigar un área de estudio poco desarrollada, así como detallar y clasificar las estrategias identificadas en las respuestas de los participantes (Cohen y Manion, 2002).

### *Contexto y participantes*

La selección de los participantes se realizó mediante un muestreo no probabilístico por conveniencia basado en la disponibilidad e interés de los docentes por participar en el estudio. La invitación fue dirigida a docentes en servicio durante el año 2025 en el nivel medio superior (preparatoria/bachillerato).

De este modo, se obtuvo una muestra de diez docentes pertenecientes tanto al sector público como privado de los estados de Puebla y Tabasco. Dado el enfoque cualitativo del estudio, se profundizó en las estrategias de los docentes.

En el Anexo 1 se presenta la información de los participantes para contextualizar sus perfiles profesionales. Se omitió el nombre de cada uno de ellos con el fin de garantizar el anonimato y la protección de sus datos, por lo mismo, cada docente fue identificado con un código (P1, P2, …, P10).

### *Instrumento*

El cuestionario estuvo conformado por cuatro problemas de comparación de razones no proporcionales (Ver Anexo 2). Estos problemas fueron seleccionados y adaptados del instrumento propuesto por Mayorga (2011), modificando los contextos, pero conservando la estructura matemática. Cada problema fue rediseñado para cumplir con la definición operativa establecida en el marco conceptual. Este instrumento se validó a partir de un pilotaje que permitió ajustar la redacción de los problemas y las preguntas.

En el primer problema se plantea una situación de dos corredores Ana y Luis, que, después de un año reducen el tiempo en que corren 100 metros y se pregunta cuál de los dos mejoró su rendimiento. En este caso, el rendimiento se entiende, para este problema, como la disminución del tiempo con referencia a sí mismo o como el aumento de velocidad.

En el segundo problema se presenta una tabla con los datos de la modificación de dos vehículos para aumentar su rendimiento donde, rendimiento se entiende para este problema como distancia recorrida entre cantidad de combustible consumido (Km/L) donde el rendimiento actual y modificado son distintos, pero la distancia es la misma dando así una posible interpretación de linealidad.

Para el problema 3 proponemos dos presentaciones diferentes de yogurt con varios sabores mediante una imagen a color con la etiqueta del sabor correspondiente, preguntando cuál le conviene comprar a una familia si a ellos les interesa más el sabor de fresa, una con 20 totales y 4 de fresa y la otra presentación de 12 totales y 3 de fresa.

En el problema 4 se presenta una tabla con los datos de juego de dos personas, Alondra y Alberto, con el total de partidas jugadas y las victorias que tuvieron. En este problema se plantean dos interrogantes ¿quién es mejor en el juego? y ¿cuántas victorias tendría Alondra (la que tiene menos cantidad de partidas) si jugara 784 partidas (el total de Alberto).

***Procedimiento de recolección de datos***

El proceso inició con la firma del consentimiento informado y la explicación de la confiabilidad de los datos, aclarando que la entrevista sería grabada con audio. Seguido de esto, a cada docente se le presentó el cuestionario con los cuatro problemas, debiendo entregar cada hoja al investigador tan pronto como lo terminaba. Una vez completados todos los problemas, y utilizando sus propias hojas de respuesta como guía, se procedió a realizar la entrevista. Este diseño permitió capturar no solo el producto final (la solución escrita), sino la reconstrucción detallada del proceso de razonamiento seguido por cada participante.

***Procedimiento de análisis de datos***

*Revisión inicial*. Se realizó una primera revisión de cada cuestionario resuelto por los docentes, así como su transcripción para identificar unidades de análisis relevantes.

*Categorización*. Cada respuesta fue clasificada como se muestra en la Tabla 1.

*Análisis interpretativo*. Finalmente se contrastaron y compararon las estrategias utilizadas por diferentes docentes para enriquecer la descripción y dar respuesta a la pregunta de investigación.

Tabla 1. *Categorización de estrategias de acuerdo con Mayorga (2011).*

| Estrategias generales | Estrategias específicas |
|---|---|
| Ausencia de comparación | Datos no relevantes<br>Compulsión operatoria |
| Absolutas | Adder<br>Comparación de cantidades finales<br>Comparación de cantidades iniciales |
| Absolutas - Relativas | Emplean estrategias absolutas y relativas |
| Relativas | Estrategias cualitativas<br>a) Estimación<br>Estrategias cuantitativas<br>a) Razón<br>b) Tablas de proporción<br>c) Fracciones equivalentes<br>d) Porcentajes |

**RESULTADOS**

Se analizaron las estrategias de los 10 docentes y se presentan de manera individual para cada ítem del instrumento como se muestra en la Tabla 2. A continuación, se detallan las estrategias comunes y se profundiza en las que salen de lo común con fragmentos de las entrevistas para una mejor explicación.

Tabla 2. *Concentrado de estrategias realizadas por profesores en cada ítem.*

| Ítem | Estrategia Absoluta | Estrategia Relativa | Estrategia Absoluto-Relativa | Estrategia Ausencia de Comparación | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 5 | 1 | 0 | 10 |
| 2 | 9 | 1 | 0 | 0 | 10 |
| 3 | 1 | 8 | 0 | 1 | 10 |
| 4 a) | 0 | 10 | 0 | 0 | 10 |

*Nota.* El ítem 4 b) no fue incluido en esta tabla dado que no es necesaria una estrategia para su solución.

**Resultados en el ítem 1**

En el ítem 1, cuatro profesores emplearon estrategias absolutas, es decir, procedimientos basados en comparaciones lineales entre los valores iniciales y finales. Las respuestas proporcionadas por estos profesores estaban constituidas principalmente con diferencias entre magnitudes, restando tiempos, velocidades o rendimientos, o comparando directamente los valores finales sin construir relaciones entre el cambio y el valor inicial. Sus procedimientos consistieron en identificar los datos iniciales y finales, calcular la diferencia entre ellos o comparar directamente las cantidades iniciales o finales para determinar la mejora o el rendimiento, como menciona la docente P8 *"como observamos en la tabla anterior ambos atletas disminuyeron sus tiempos, por lo tanto, ambos mejoraron su rendimiento"*.

Por otro lado, cinco docentes utilizaron estrategias relativas, en las cuales establecieron relaciones entre las cantidades mediante razones, fracciones equivalentes o porcentajes. Por ejemplo, como se observa en la Figura 1, la docente P3 construyó razones para determinar la velocidad de cada vehículo y comparó el cambio relativo utilizando porcentajes derivados de los valores iniciales y finales. Esto es algo que persiste en las respuestas de los cuatro profesores restantes.

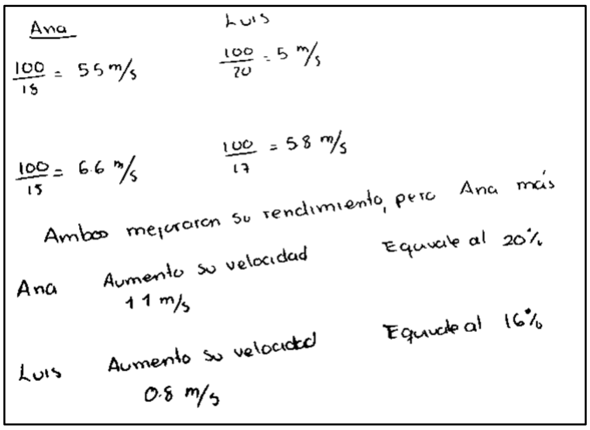



*Figura 1.* Respuesta del ítem 1, docente P3

Únicamente el docente P5 empleó una estrategia mixta absoluta–relativa, combinando elementos de ambos tipos. Este participante representó los datos mediante fracciones o razones, pero posteriormente realizó comparaciones basadas en diferencias directas.

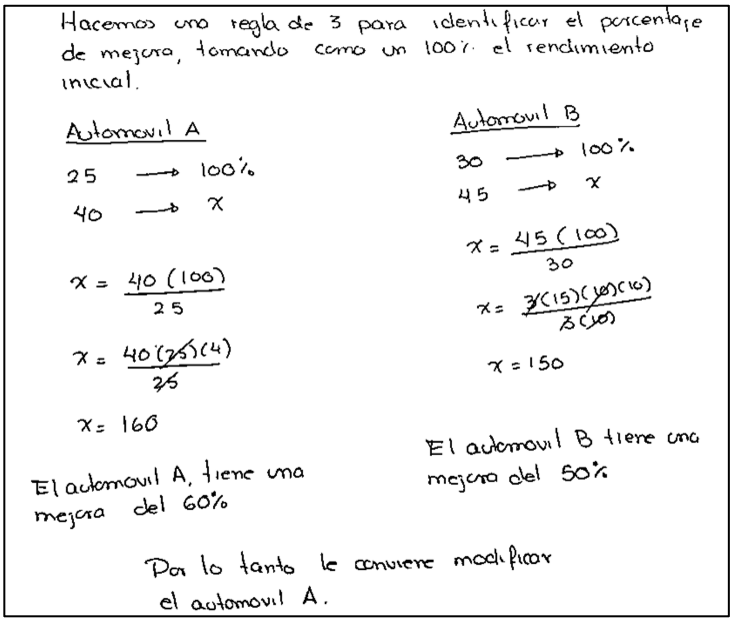
Es importante destacar que algunos profesores comprendieron el término “mejorar rendimiento” como observar cuál vehículo tiene más velocidad en el motor. En comparación con los siguientes Ítems, expresaron que no tuvieron dificultad alguna en resolverlo.

**Ítem 2**

Con respecto del ítem 2, se identificaron las estrategias de nueve docentes como absolutas, ya que realizaron la diferencia entre la cantidad final y la inicial. Cuando se dan cuenta que es el mismo valor deciden optar por el mayor resultado final, tomándolo como el más conveniente, como lo muestra el docente P10, *“le conviene el B, ya que tendrá un mayor rendimiento en km, aunque ambos aumentan 15 km/l, el B sigue teniendo un mejor rendimiento”.*

En este mismo ítem hay evidencia solamente de una persona que utiliza estrategias que, con base en la clasificación de Mayorga (2011), identificamos como relativa, mediante el uso de fracciones utilizando inclusive porcentajes (Figura 2).

Se identifica que la docente P3 utiliza estrategias relativas, mediante el uso de fracciones y porcentajes, como se muestra en la Figura 2.



Hacemos una regla de 3 para identificar el porcentaje de mejora, tomando como un 100% el rendimiento inicial.

Automovil A

$25 \longrightarrow 100\%$

$40 \longrightarrow x$

$x = \frac{40(100)}{25}$

$x = \frac{40(\cancel{25})(4)}{\cancel{25}}$

$x = 160$

El automovil A, tiene una mejora del 60%

Automovil B

$30 \longrightarrow 100\%$

$45 \longrightarrow x$

$x = \frac{45(100)}{30}$

$x = \frac{\cancel{3}(15)(\cancel{10})(10)}{\cancel{3}(\cancel{10})}$

$x = 150$

El automovil B tiene una mejora del 50%

Por lo tanto le conviene modificar el automovil A.

*Figura 2.* Solución para el ítem 2 dada por la docente P3, donde se evidencia el uso de estrategias relativas.

En este ítem, la mayoría de los participantes utilizan estrategias aditivas, ya que es suficiente con encontrar la diferencia entre los datos finales e iniciales, y si estos coinciden toman el mayor. Mientras que una minoría recurre a las comparaciones mediante razones, siguiendo un razonamiento proporcional.

**Ítem 3**

En el ítem 3, se identifican tres tipos de categorías utilizadas por los docentes. Uno de ellos utiliza una estrategia absoluta, ya que relaciona los datos mostrados en el problema, dando como resultado una comparación entre la cantidad de yogures de fresa de cada paquete, y seleccionando el paquete con una mayor cantidad de estos, como se muestra en la solución del docente P8, quien lo describe textualmente como "*El problema plantea que a la familia de Juan le gusta comer yogur de distintas marcas, con lo cual no tendría que haber inconveniente con la marca A o B, sin embargo, el factor clave es la preferencia del sabor fresa; la marca A es la que tiene mayor cantidad de sabor fresa. Por lo tanto, le conviene comprar la marca A"*.

En las soluciones que utilizaron una estrategia relativa, se agrupan las respuestas en las que se expresaron las comparaciones de fracciones, las razones y los porcentajes. Esto se puede observar en los resultados del docente P1, donde utiliza fracciones relacionando la cantidad de yogures de fresa con el total del paquete para, finalmente, hacer una comparación de cantidades y así determinar el resultado del problema.

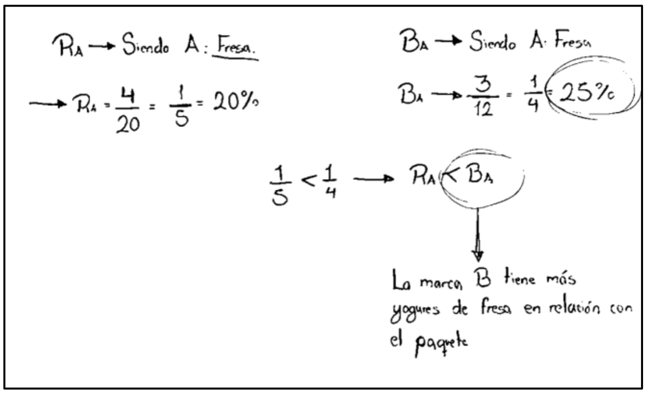



*Figura 3.* Respuesta del ítem 3, dada por la docente P1.

Finalmente contamos con la respuesta de tipo ausencia de comparación, en la que se muestran datos que no son relevantes en el problema, ya que se busca la respuesta en un contexto externo que no se menciona en el problema, esto se observa en las respuestas dadas por el docente P5, quien lo escribe textualmente de la siguiente manera, *"A simple vista uno se dejaría llevar por las unidades de yogures que tenga más alguna de las marcas, pero, uno se quedaría preguntándose: ¿Cuál marca es menos costosa?, ¿Cuál de las dos marcas tiene más mililitros?, ¿después del sabor fresa, cuál sabor les gusta más? O ¿qué marca es más saludable o mejor en cuánto a qué tipo de parámetros? Siento, que la pregunta no se puede responder, se necesita ser más específico en lo que se preguntó o más bien, ¿cuál es el aprendizaje esperado para el estudiante?"*.

Las soluciones de este ítem muestran que ocho de los docentes emplearon estrategias relativas. Esto permitió observar la tendencia de este tipo de estrategias.

### Ítem 4.a)

El análisis de las soluciones de los profesores en el ítem 4.a) reveló que destacan las estrategias relativas. Un primer grupo de docentes establecieron y compararon la razón de victorias/partidas, para cada jugador, tal como lo expresó el docente P5 "*para establecer el número de ganados con respecto al número de partidas*" Y el docente P7 "*Se está hablando de juegos ganados, pues se puede dividir los juegos ganados entre el total"*. Un ejemplo claro de este procedimiento se observa en la Figura 4, donde el docente P1 calcula las razones $\frac{424}{784}$ y $\frac{59}{101}$, simplifica la primera fracción de manera sistemática y compara los valores decimales resultantes, para concluir que Alondra tiene un mejor rendimiento.

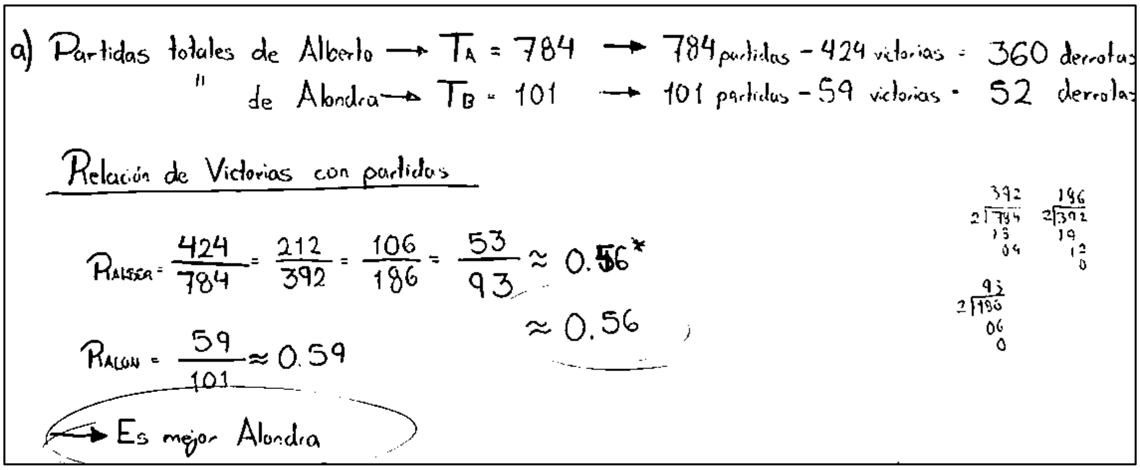



*Figura 4.* Solución dada por la docente P1 al ítem 4.a)

Sin embargo, otro subgrupo, argumentó que las fracciones eran complicadas de resolver sin el apoyo de una calculadora, por lo cual, para dar una respuesta, realizaron estimaciones o simplificaciones muy aproximadas, sin calcular el valor decimal o el porcentaje exacto, lo cual es reflejo de una ejecución menos precisa.

Finalmente, un tercer subgrupo llevó más allá la estrategia al traducir las razones a porcentajes, lo que les facilitó la comparación directa. Esta decisión fue explicitada por la docente P3 "*Si, consideré las partidas que ambos jugaron, considerarlo como mi cien por ciento y ver qué porcentaje corresponde de victorias en cada uno de los casos*". Asimismo, la docente P8 "*El rendimiento lo defino como porcentaje de victorias respecto a Alberto, calculé un porcentaje*".

**Ítem 4.b)**

El ítem 4.b tiene como finalidad refinar la situación problemática y orientar al docente hacia una reflexión más analítica sobre los datos disponibles. Aunque la información presentada no permite establecer comparaciones formales entre razones, sí posibilita identificar el sentido de una razón en el contexto del problema, siempre que se realice un análisis conceptual y no únicamente operativo.

Para examinar las estrategias, se estableció como primer criterio que estuvieran ubicados en la ausencia de comparaciones, condición que se cumplió en todos los casos. Cuando los docentes realizaron un análisis previo, éste se abordó casi siempre desde una perspectiva de proporcionalidad. Solo el docente P5 evitó asumir este enfoque, señalando que *"uno se dejaría llevar y diría que Alondra, pero puede suceder que pierda las otras 603, o que gane las 603, o que solo gane dos de 603, por lo cual se necesitan más datos para abordar el problema"*, de manera general la información era insuficiente para justificarlo.

En cuanto a los complementos empleados para resolver el ítem, se identificaron dos tendencias principales, la consideración de datos no relevantes (Figura 5) y la compulsión operatoria. Tres docentes supusieron que el fenómeno era lineal para poder operar; de ellos, dos aplicaron la regla de tres. Entre los siete docentes restantes predominó la operación compulsiva de los datos, aunque dos utilizaron métodos distintos a la regla de tres.

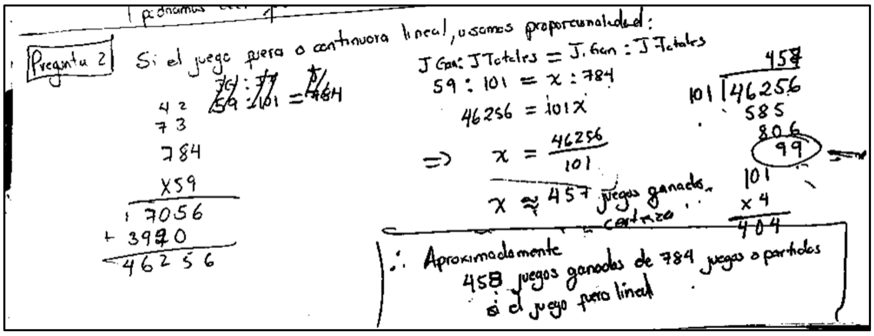



*Figura 5.* Solución dada por el docente P9 al ítem 4.b)

Un elemento destacable es que la mayoría de los docentes interpretó el problema como proporcional incluso cuando el contexto no lo justificaba. Esta insistencia en forzar la proporcionalidad puede entenderse como un efecto del contrato didáctico, en el sentido señalado por Brousseau (D´Amore et al., 2022) ya que los profesores buscan establecer un resultado numérico. En consecuencia, muchos docentes ajustaron los datos o hicieron suposiciones para poder operar, privilegiando procedimientos familiares por encima del análisis conceptual que el ítem buscaba promover.

Por último, se observa una tendencia marcada a aplicar la regla de tres de manera rutinaria, aun cuando el ítem no corresponde a un modelo proporcional ni a un caso típico de valor faltante. Esto refuerza la idea de que las estrategias elegidas responden más a expectativas implícitas de resolución que a las características reales del problema.

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados de este estudio muestran una tendencia clara en la forma en que los docentes de nivel medio superior resuelven problemas de comparación de razones no proporcionales. En la fase de análisis de los ítems, se observó que la estrategia predominante fue el razonamiento aditivo, expresado mediante comparaciones absolutas basadas únicamente en diferencias entre valores iniciales y finales. Este comportamiento confirma que, incluso cuando los problemas exigen un análisis multiplicativo, los docentes recurren de manera espontánea a procedimientos aditivos, lo que resulta coherente con lo reportado en otros estudios (Mayorga, 2011; Monje y Gómez, 2019).

La presencia de esta estrategia fue especialmente evidente en el ítem 1, donde varios participantes restaron cantidades sin considerar las relaciones multiplicativas subyacentes. No obstante, al analizar los problemas cuya estructura favorece una lectura relativa, como en los ítems 3 y 4.a, caracterizados por datos dispares que inhiben la estrategia aditiva, se observó un cambio importante: la mayoría de los docentes recurrió a estrategias relativas, calculando razones, fracciones equivalentes o porcentajes. Este hallazgo introduce uno de los elementos centrales de las conclusiones de este estudio: la estructura del problema funciona como un detonador del razonamiento proporcional.

En contraste, el ítem 4.b reforzó las limitaciones previamente identificadas. Ante la ausencia de una relación proporcional directa, los docentes intentaron forzar una proporcionalidad inexistente, evidenciando que, en situaciones ambiguas o inciertas, priorizan aplicar el modelo proporcional como un recurso de seguridad más que como un análisis fundamentado. Este resultado enlaza directamente con la conclusión más significativa del estudio: los docentes muestran una disposición a aplicar razonamientos aditivos o a forzar la proporcionalidad aun cuando el contexto matemático no lo permite.

Además, algunos docentes mostraron flexibilidad combinando estrategias absolutas y relativas, aunque este comportamiento fue minoritario. También se identificaron respuestas sin comparación, en las cuales los participantes añadieron información no pertinente o se basaron en supuestos externos al problema. Estos patrones, junto con las dudas expresadas sobre la claridad de ciertos enunciados, como en el problema del yogur, sugieren que, fuera de la dinámica guiada del estudio, algunos docentes habrían descartado el problema por percibirlo como incompleto. Estas observaciones se retoman en las conclusiones para subrayar que la preferencia por métodos que no implican comparar razones es transversal al grado académico y a la experiencia profesional.

En lo referente a la consistencia en el uso de estrategias, pocos docentes mantuvieron un mismo enfoque a lo largo de los ítems. Quienes iniciaron con estrategias absolutas cambiaron ocasionalmente a estrategias relativas en los últimos problemas, mientras que los docentes con más de diez años de experiencia mostraron una mayor tendencia a utilizar estrategias relativas. Sin embargo, al clasificar los problemas, casi todos los participantes los ubican dentro del ámbito de la proporcionalidad, evidenciando confusiones persistentes entre proporcionalidad, proporción y “proporcionalidad lineal”. Ninguno mencionó de forma explícita la comparación de razones como elemento central, lo que tiene una conexión directa con las conclusiones del estudio, los docentes identifican los problemas por su contexto superficial más que por su estructura matemática.

Finalmente, en la producción escrita predominó el registro de operaciones aritméticas y esquemas, sin explicitar el razonamiento seguido. Esto obligó a reconstruir sus estrategias principalmente a través de las entrevistas, lo cual coincide con la conclusión de que el análisis conceptual del problema no queda plasmado en su resolución escrita. En quienes emplearon estrategias relativas esta falta de explicitación fue particularmente marcada, mientras que quienes recurrieron a razonamientos absolutos tendieron a justificar algo más sus respuestas ante la ausencia de una operación que sustentara directamente su conclusión.

Estos resultados son consistentes con lo reportado por Mayorga (2011), quien identifica una tendencia similar hacia el uso de estrategias absolutas en situaciones donde el razonamiento relativo sería el adecuado. En ambos casos, se observa que los docentes priorizan comparaciones aditivas, lo que evidencia dificultades para establecer relaciones multiplicativas entre las cantidades involucradas. Por ejemplo, en el segundo ítem, se observó una coincidencia significativa con los hallazgos de Mayorga (2011), pues en su trabajo, todos, optaron por estrategias absolutas, y en el presente trabajo, el 90% de los docentes de educación media superior mantuvo esta tendencia con solo un docente aplicando estrategias relativas. Sugieren que independientemente del nivel educativo en el que se desempeñe el docente (básico o media superior), la estructura del problema ejerce una fuerte influencia sobre el razonamiento.

En conclusión, los profesores de nivel medio superior emplean estrategias que van desde la ausencia de comparación hasta el uso de estrategias absolutas y relativas. Sin embargo, el hallazgo central, ya señalado a lo largo de la discusión, es la predominancia del razonamiento aditivo en contextos donde resulta matemáticamente inválido, así como la tendencia a forzar el modelo proporcional cuando no es posible una comparación directa, como se evidenció de manera clara en el ítem 4.b.

Al articular estos resultados con el análisis detallado de los ítems, se confirma que la estructura de los problemas desempeña un papel determinante en la activación del razonamiento proporcional, en los ítems 3 y 4.a, las cantidades dispares llevaron a los docentes a abandonar el enfoque aditivo y recurrir a estrategias relativas más adecuadas.

En consecuencia, este estudio subraya la necesidad de incorporar, tanto en la formación inicial como en la continua del profesorado, actividades que confronten explícitamente los límites del razonamiento aditivo y promuevan un análisis más riguroso de las relaciones matemáticas implicadas en problemas no proporcionales.

Una proyección natural de estos hallazgos consiste en profundizar en el conocimiento especializado del profesorado de matemáticas en el ámbito de la proporcionalidad y la no proporcionalidad. Ello permitirá identificar con mayor precisión qué tipo de conocimiento ponen en juego los docentes al resolver problemas de comparación de razones y de qué manera se articula con su práctica profesional.

## LIMITACIONES

Una limitante identificada en la metodología del proyecto fue la validación del instrumento, ya que únicamente se enfocó en una prueba piloto, siendo apropiado someterla a la validación por juicio de expertos. A parte de contar con una muestra mayor, sería importante contar con criterios de selección más rigurosos. Que pueda ayudar a encontrar una correlación entre el contenido que están manejando en sus aulas y la manera de resolver los problemas. No obstante, a pesar de no poder generalizar los resultados se puede hacer un refinamiento de las estrategias profundizando en otra investigación si los docentes son capaces de realizar otra estrategia.

## REFERENCIAS

Balderas, R., Block, D. y Guerra, T. (2014). Sé cómo se hace, pero no por qué: Fortalezas y debilidades de los saberes sobre proporcionalidad de maestros de secundaria. *Educación Matemática, 26*(2), 7-32. https://doi.org/10.24844/EM2602.01

Barrios-Gárciga, O. y Diez-Fumero, T. (2018). Estrategias: Una sistematización de definiciones en el campo educacional. *VARONA*, *Revista Científico-Metodológica,* (Edición especial), 1–7. https://www.redalyc.org/journal/3606/360672109019/360672109019.pdf

Block, D. (2022). *Más de uno, pero menos de dos: La enseñanza de las fracciones y los decimales en la educación básica. Otra vía en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Taberna Libraria Editores.

Buforn, Á., Llinares, S. y Fernández, C. (2018). Características del conocimiento de los estudiantes para maestros españoles en relación con la fracción, razón y proporción. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 23*(76), 229–251. https://www.scielo.org.mx/pdf/rmie/v23n76/1405-6666-rmie-23-76-229.pdf

Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa.* Madrid, España: La Muralla.

Cruz-Márquez, E., Díaz-Espinoza, I. A. y Juárez-López, J. A. (2024). Exploring the primary school teachers' reasoning and individuals with limited education when solving false proportionality problems. *International Journal of Instruction, 17*(4), 59-78. https://doi.org/10.29333/iji.2024.1744a

D'Amore, B., Fandiño-Pinilla, M. I., Marazzani, I. y Sarrazy, B. (2019). *El contrato didáctico en Educación Matemática.* México: NEISA.

Dragone, L., Temperman, G. y De Lievre, B. (2022). Teaching proportionality: Teachers' conceptions and reported practices. *Annals of the University of Craiova, 44*(2), 7-20.

Ekawati, R, Lin, F. L. y Yang, K. L. (2015). Primary teachers´ knowledge for teaching ratio and proportion in mathematics: The case of Indonesia. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 11*(3), 513-533.

Fernández, C. y Llinares, S. (2012). Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la educación primaria y secundaria. *Enseñanza de las Ciencias, 30*(12), 120-142.

Godino, J. D. y Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Edumat-Maestro*s*. http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/

Mayorga Pacheco, J. A. (2011). *Estrategias de tipo relativo en la resolución de problemas sobre situaciones de comparación de razones: una propuesta didáctica* [Tesis de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional].

Mochón, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Educación Matemática, 24*(1), 133-157.

Monje-Parrilla, J. y Gómez-Alfonso, B. (2019). Rutas cognitivas de futuros maestros ante una situación comparativa de razones desiguales. *Enseñanza de las Ciencias, 37*(2).151-172. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2606

Nugraha, Y., Sa'dijah, C., Susiswo y Chandra, T. D. (2023). Proportional and non-proportional situation: How to make sense of them. *International Journal of Educational Methodology, 9*(2), 355–365. https://doi.org/10.12973/ijem.9.2.355

Obando, G., Vasco, C. E., y Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*(1), 59-81. https://doi.org/10.12802/relime.13.1713

Pişkin-Tunç, M. (2020). Investigation of middle school students' solution strategies in solving proportional and non-proportional problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education.* https://doi.org/10.16949/turkbilmat.560349

Rodríguez, M. A. y Rodríguez, A. (2011). La estrategia como resultado científico de la investigación educativa. En N. de Armas y A. Valle (Eds.), *Resultados Científicos en la Investigación Educativa* (pp. 22-40). Editorial Pueblo y Educación. https://es.scribd.com/document/812701925/Estrategia

Valverde-Soto, A. G., y Castro-Martínez, E. (2009). Actuaciones de maestros en formación en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 523-531). Santander: SEIEM.https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3629215

# ANEXO 1

| Participante | Género | Formación | Años de servicio | Asignaturas que imparte |
|---|---|---|---|---|
| P1 | Masculino | Licenciatura en Ingeniería. | 2 | Pensamiento matemático 1, Razonamiento matemático y Mecatrónica |
| P2 | Femenino | Licenciatura en Matemáticas Aplicadas | 4 | Razonamiento Matemático |
| P3 | Femenino | Licenciatura en Matemáticas Aplicadas | 18 | Geometría |
| P4 | Femenino | Licenciatura en Matemáticas Aplicadas | 16 | Álgebra 1 y 2, Trigonometría, Funciones Algebraicas y trascendentales, Cálculo y Modelación Matemática |
| P5 | Masculino | Licenciatura en Matemáticas | 2 | Cálculo, Geometría analítica y Temas selectos de Matemáticas |
| P6 | Femenino | Especialidad en didáctica de las matemáticas | 18 | Cálculo y Preparación para Olimpiadas matemáticas |
| P7 | Masculino | Licenciatura en Matemáticas | 7 | Cálculo, Álgebra y Temas selectos de matemáticas |
| P8 | Femenino | Maestría en enseñanza de ciencias exactas | 14 | Cálculo integral y Probabilidad y estadística |
| P9 | Masculino | Licenciatura en Arquitectura | 10 | Geometría y trigonometría, Probabilidad y estadística y Pensamiento matemático |
| P10 | Masculino | Licenciatura en Física | 38 | Física, matemáticas 1, 2, 3 y 4, cálculo diferencial e integral |

## ANEXO 2

**Formación:** ______________________ **Años de servicio:** _______________________

**Género:** __________________________ **Materias que imparte:** _________________

Instrucción: Resuelva los siguientes problemas escribiendo el procedimiento lo más detallado posible.

1. En 2020, la atleta Ana corría 100 m en 18 segundos y el atleta Luis en 20 segundos. Después de un año de entrenamiento, Ana logró correr los 100 m en 15 segundos y Luis en 17 segundos. ¿Cuál de los dos mejoró su rendimiento?

2. Fernando tiene dos automóviles y quiere modificar uno de los dos.

| Automóvil | Rendimiento actual (Km/L) | Rendimiento modificado (Km/L) |
|---|---|---|
| A | 25 km/L | 40 km/L |
| B | 30 km/L | 45 km/L |

¿Cuál auto le conviene modificar a Fernando?

3. A la familia de Juan le gusta comer yogurt de distintas marcas. Su esposa fue al supermercado y compró la marca A, en una presentación de 20 unidades, pero Juan ya había comprado la marca B con 12 unidades en un supermercado diferente, como se muestra en las siguientes imágenes. ¿Qué marca les conviene volver a comprar si consumen más yogurt de fresa?

Marca A

Marca B

4. Alberto y Alondra revisaron el registro de partidas que jugaron en un videojuego, decidieron comparar la cantidad de partidas y victorias que obtuvieron en el juego hasta el momento, al final estos fueron los resultados:

| Nombre | Partidas | Victorias |
|---|---|---|
| Alberto | 784 | 424 |
| Alondra | 101 | 59 |

a) ¿Quién es mejor en el juego? Explica tu respuesta

b) ¿Cuántas victorias tendría Alondra si jugara 784 partidas?

Sahian Ivette Uscanga-Alvarez
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
ua225470032@alm.buap.mx

Yeimi Durán-Vargas
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
dv225470022@alm.buap.mx

Félix Alberto Gauna-Martínez
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
gm225470024@alm.buap.mx

Andrea Iedani Gutiérrez-Carrada
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
gc225470026@alm.buap.mx

Daniel Giles-Cuanenemi
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
gc225470025@alm.buap.mx

José Antonio Juárez-López
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
jajul1969@gmail.com