

Matemáticas, Educación y Sociedad

ISSN: 2603-9982

Matemáticas, Educación y Sociedad

**<http://mesjournal.es/>
editor@mesjournal.es**



Vol 1 No 3 (2018):

Matemáticas, Educación y Sociedad

Determinación de fuentes de errores algebraicos a partir del empleo de técnicas de extrapolación algebraica

José García Suárez

1-14

Enriquecimiento curricular de alumnos con talento matemático: un estudio de caso con apoyo de nuevas tecnologías

Ángel Alsina e Ingrid Heredia

14-30

Flipped Classroom como estrategia metodológica para mejorar la competencia en trabajo grupal en Didáctica de las Matemáticas

Cristina Sánchez-Cruzado, Teresa Sánchez-Compañía y Juan Antonio Macías-García

31-43

Listado de evaluadores volumen 1 año 2018

44



ISSN: 2603-9982

García Suárez, J. (2018). Determinación de fuentes de errores algebraicos a partir del empleo de técnicas de extrapolación algebraica. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 1(3), pp. 1-14.

DETERMINACIÓN DE FUENTES DE ERRORES ALGEBRAICOS A PARTIR DEL EMPLEO DE TÉCNICAS DE EXTRAPOLACIÓN ALGEBRAICA

José García Suárez, Universidad de Guadalajara, México

Resumen

Los conocimientos previos que poseen los estudiantes cuando ingresan a la universidad, pueden ser considerados como un arma de dos filos. Por una parte, si estos conocimientos fueron aprendidos de manera significativa pueden ser utilizados como una herramienta de apoyo, al momento de que dichos estudiantes intentan resolver las distintas tareas algebraicas que enfrentarán durante su formación académica. Sin embargo, si no fueron comprendidos de manera correcta, pueden convertirse en obstáculos cognitivos difíciles de superar, al tratar de aplicar dichos conocimientos en los nuevos contextos que se les presentarán. Esta investigación presenta un estudio cualitativo mediante la aplicación de 20 entrevistas semiestructuradas en estudiantes universitarios, donde se analizaron sus respuestas a una prueba escrita basada en los ítems obtenidos del trabajo de Matz (1980). Los resultados nos indican que los conocimientos previos de los estudiantes entrevistados funcionan más como obstáculos que como apoyo.

Palabras clave: *Pensamiento algebraico, Extrapolación algebraica, errores algebraicos, estudiantes universitarios.*

Determination of sources of algebraic errors from the use of algebraic extrapolation techniques.

Abstract

The previous knowledge that the students possess when they enter the university, can be considered like a weapon of two edges. On the one hand, if these knowledges were learned in a meaningful way they can be used as a support tool, at the moment when the students try to solve the different algebraic tasks that they will face during their academic formation. However, if they were not understood correctly, they can become difficult cognitive obstacles to overcome, when trying to apply that knowledge in the new contexts that will be presented to them. This research presents a qualitative study through the application of 20 semi-structured interviews in university students, where their answers to a written test based on the items obtained from the work of Matz (1980) were analyzed. The results indicate that the previous knowledge of the students interviewed serves more as obstacles than as support.

Keywords: *Algebraic thinking, algebraic extrapolation, algebraic errors, university students.*

MARCO TEÓRICO

El error ha sido visto tradicionalmente como un resultado sancionable, como un comportamiento o acto indeseable, es por ello por lo que se trataba, por sus efectos perniciosos, de eliminarlo antes de que ocurriera (De la Torre, 2004); por tanto, consideramos contraproducente realizar acciones que promuevan su erradicación ya que la acción de errar promueve oportunidades para el aprendizaje.

De acuerdo con lo que plantea Rückert, citado por De la Torre (2004, p.27), la potencialidad de un error despejado, radica en que esto se constituye como una excelente base para apoyar el conocimiento que se construye posteriormente. Para este autor, el error debe ser asumido como un obstáculo provocador que debe ser superado. Es por esto que la identificación del error por parte del maestro no conduce a un cambio en el alumno, cuando no media una reflexión sobre el mismo para modificar la comprensión errónea exhibida por el alumno.

Por otra parte, según Brosseau (1997), los errores al ser imprevisibles se constituyen en obstáculos dinámicos llegando a convertirse en concepciones efectivas para resolver un determinado problema y pistas iniciales para ser aplicadas a otro. En otras palabras, obviamente no se puede evitar que aparezca el error porque éste sencillamente aparece como un imprevisto, pero precisamente en el enfoque de las causas que lo originan estaría la conformación de una situación cambiante que torna el defecto en virtud, es decir, la meta no sería no cometer errores, sino aprender a conocer las causas que los provocan; conocimiento que sería aplicable a situaciones similares.

En este mismo sentido Astolfi (1999) sugiere ver los errores de manera individual, pues según su naturaleza, se pueden proponer distintas modalidades de intervención didáctica. Visto así, el error no puede ser apreciado superficialmente como una desviación que, dentro del plan de mejorar, deba ser eliminada, sino más bien como un inconveniente provocador que mueve hacia la superación de las condiciones que provocaron su aparición.

Como puede observarse en los planteamientos anteriores, el error puede concebirse como una oportunidad de enseñanza, ya que si se logra evidenciar las causas que los originan, puede orientarse los procesos de enseñanza hacia la superación de las condiciones que los provocan, y además una vez identificadas dichas causas se puede generar conocimientos que sean susceptibles de ser aplicados en situaciones similares que se presenten posteriormente.

Es importante recalcar que algunos investigadores van más allá en la búsqueda de los errores en la Educación Matemática, y coinciden en afirmar que los errores no se presentan al azar, sino que pueden ser influidos por la experiencia (Rico, 1995; Brosseau, 1997 y Radatz, 1980). En este sentido Rico (1995), sostiene que los errores no aparecen por casualidad, sino que aparecen dentro de un

marco conceptual definido por los conocimientos previos; en otras palabras, se sabe que existe un error porque hay un campo cognoscitivo de donde deriva el juicio. De allí que para Brosseau (1997), el error, además de ser el efecto de la ignorancia, del azar, es el efecto de un conocimiento anterior. Por lo tanto, un error no es sólo la ausencia de respuesta correcta o el resultado de un accidente, sino más bien producto de la experiencia (Radatz, 1980). Tales afirmaciones dan pauta a la introducción de nuestra investigación, ya que intentamos indagar las raíces por las cuales los estudiantes de primer curso universitario en matemáticas, llegan con deficientes conocimientos en la materia, lo que nos lleva a pensar que los estudiantes al ingresar poseen pobres conocimientos matemáticos, adquiridos en los distintos cursos de su educación secundaria y del bachillerato.

Por lo antes descrito, resumimos que los errores son motivados por factores que deben estudiarse de manera exhaustiva para establecer sus posibles causas y además, estos errores pueden ser condicionados por los conocimientos previos de los estudiantes, y al mismo tiempo éstos deben aprovecharse para alcanzar nuevos conocimientos, es decir, se constituyen en elementos que pueden ser utilizados para el aprendizaje. Y desde este punto de vista, destacamos la importancia que tendría el analizar cómo los conocimientos previos influyen en los errores que cometen los estudiantes de primer curso universitario cuando resuelven distintas tareas algebraicas.

Por otra parte y de acuerdo con Matz (1982) el comportamiento de un estudiante, cuando este resuelve un problema algebraico, está conformado principalmente por dos componentes: El primer componente, está relacionado con el conocimiento previo que se supone tiene el estudiante acerca de un nuevo problema y que, por lo general, toma en forma de reglas que ha extraído de un curso recibido o extraído directamente de un libro de texto, a estos conocimientos los denomina: reglas básicas. La mayoría de las veces, estas son las reglas elementales que forman el núcleo del contenido básico de los libros de texto convencionales de álgebra. El segundo componente, consiste en un conjunto de técnicas de extrapolación que especifican la forma de reducir la brecha entre las normas conocidas y los problemas poco familiares. Mediante la aplicación de estas técnicas de extrapolación el estudiante, intenta encontrar una forma de ver un problema o trata de evocar una regla conocida que sea aplicable en la nueva situación.

Así mismo, Matz remarca que muchos de los errores más comunes que se presentan en las producciones de los estudiantes, tienen como fuente el no hacer una elección correcta de una técnica de extrapolación.

En este mismo orden de ideas, Matz afirma que, en la resolución de un problema nuevo, los estudiantes pueden tener dos maneras posibles de afrontarlos. Primeramente, si el estudiante ya tiene una regla aplicable, la respuesta puede ser construida por la ejecución directa de esa regla. Pero si

ninguna de las reglas que posee el estudiante son válidas para resolverlo, se verá obligado a construir un procedimiento más creativo para la resolución del problema, es decir, para encontrar alguna manera de adaptar sus conocimientos de reglas conocidas de los problemas que le son familiares al nuevo contexto que se le presenta. Esta es una ruta más indirecta a la obtención de una respuesta, ya que el alumno tiene que crear una regla o un plan antes de usarla. Por ejemplo, un problema desconocido puede ser parecido a uno que le es usual, excepto porque tiene un término adicional (un 7 en lugar de un 0, o una raíz cuadrada en lugar de un cuadrado, etc.) Es por eso que, con el uso de las técnicas de extrapolación tratan de librar estas diferencias mediante la alteración de una regla para adaptarse a la nueva situación, o mediante la modificación de la situación para ajustarse a la regla.

Matz describe dos técnicas de extrapolación muy utilizadas, la generalización y la linealidad. A continuación se describen brevemente cada una de estas.

La extrapolación por generalización se basa en que se puede construir la formación de una regla general de un problema específico basado en suposiciones sobre sus características particulares, las cuales pueden originarse en una secuencia fortuita de ejemplos de enseñanza o por restricciones legítimas impuestas por la semántica del álgebra.

Ejemplos de esto pueden ser los casos en que la generalización puede reemplazar a un operador específico (por ejemplo, "más") con otro operador. Otro ejemplo, "menos" puede ser sustituido por el "mas" en la ley distributiva. De esta manera, la generalización puede dar cabida a los operadores particulares y números que aparecen en una situación nueva.

Además de cambiar la regla en sí, hay otra manera de extender la aplicabilidad de la generalización. Se puede modificar la forma en que se utiliza, es decir, su estructura de control, un ejemplo de esto es la linealidad que se describe como una forma de separar un objeto o estructura y operar con cada una de sus partes de forma independiente. Es decir, un operador se comporta de forma lineal cuando el resultado final puede ser obtenido mediante la aplicación del operador de cada subparte y luego simplemente la combinación de los resultados parciales. Ejemplos de lo anterior:

Por ejemplo, si un estudiante con poca experiencia aplica la regla de cancelación de:

$$\frac{AX}{X} = A$$

Puede continuar aplicándola a cada literal de expresiones como la siguiente:

$$\frac{AX + BY}{X + Y} = A + B$$

Según Matz (1982), para algunos estudiantes, las reglas pueden aplicarse selectivamente o de manera uniforme a las partes de un objeto.

Por otra parte, la técnica de extrapolación de linealidad describe una forma de trabajar con un objeto susceptible a ser descompuesto por el tratamiento de cada una de sus partes de forma independiente. El operador se emplea linealmente cuando el resultado final de su aplicación a un objeto se consigue aplicando el operador a cada subparte y luego simplemente combinando los resultados parciales. Y se “justifica” porque en la aritmética, los estudiantes utilizan la ley distributiva en muchas ocasiones y muy probablemente esta refuerza su aceptación de la linealidad. Esta tendencia continúa con los primeros problemas de álgebra ya que, en esencia, estos los conciben como solo procedimientos de aritmética aplicados a los valores simbólicos en lugar de números. Un ejemplo de esto sería:

$$(AX + B)(CX + D) = ACX^2 + BD$$

Donde se ignora la multiplicación de todos los factores y se simplifica multiplicando los términos semejantes.

Así pues, en esta investigación partimos del supuesto que los estudiantes universitarios poseen conocimientos que han adquirido durante su formación académica previa a su ingreso a la universidad.

Siguiendo las ideas de diversas investigaciones en las cuales se consideran a los conocimientos previos como causa de los principales errores algebraicos, coincidimos con Chi y Roscoe (2002) quienes se oponen a la idea que indica que los estudiantes entran a situaciones de aprendizaje como si llegaran a un pizarrón en blanco; estos investigadores suponen que los estudiantes tienen cierto dominio de algunas temas matemáticos estudiados previamente y sostienen que este conocimiento, al compararse con el conocimiento formal tiene una tendencia a ser incorrecto, ya que, probablemente, tiene bases empíricas poco fundamentadas, lo que dificulta el aprendizaje de conocimientos formales con un sentido más profundo y correcto; este conocimiento previo puede ser visto como una base de la que parte el nuevo conocimiento, en la que ellos fundamentan los nuevos conceptos para ser integrados y ahí pueden originarse los errores que suelen presentarse en sus producciones.

Por su parte, Brown, Findley y Montfort, (2007) mencionan que, sin un conocimiento específico de los conocimientos erróneos de los estudiantes, es poco probable modificar el pensamiento de ellos a través de la enseñanza tradicional; esto lo explican partiendo de que se pueden dar cambios sólo después de que ciertos hechos hayan sido corregidos de la mente y no se pueden corregir si se desconocen.

Así mismo, se argumenta también que los errores existen debido también a discordancias y conflictos entre los muchos conceptos de matemática avanzada y matemática básica (Stafylidou y Vosniadou, 2004), fundamentando lo anterior con trabajos como el de Fischbein (1987), quien señala que las creencias intuitivas pueden ser las causas de los errores sistemáticos de los estudiantes, lo anterior también fue percibido por Stavy y Tirosh (2000), quienes establecieron una teoría respecto a las reglas intuitivas. Todos estos autores relacionan los errores que se dan en el álgebra con respecto a diferencias de conocimiento, ya que si se fija en las matemáticas avanzadas, a veces su relación con las básicas es muy distante; tómese como ejemplo las integrales de orden superior si se comparan con la aritmética de secundaria. Así pues, consideramos que la incompatibilidad entre los conocimientos previos y los conocimientos nuevos matemáticos, puede ser considerada como un factor importante que pudiera ocasionar problemas de comprensión y constituye una de las razones por las que los estudiantes cometen errores en tareas algebraicas, fracciones, números racionales, etc. (Merenluoto y Lehtinen, 2002 y Kieran, 1992).

METODOLOGÍA

Una vez aplicada la prueba escrita a 150 estudiantes universitarios de ingeniería del Centro Universitario de la Costa Sur de la Universidad de Guadalajara, México; se realizó el estudio cualitativo en el cual se pudo indagar acerca de los procesos cognitivos que siguen los estudiantes en sus producciones, así como ahondar en las causas de los errores que manifestaron en dichas producciones. Para la selección los estudiantes a entrevistar, se tomó como los criterios siguientes: primeramente se consideró que fueran cuatro estudiantes de cada una de las carreras participantes, el segundo criterio fue que estos estudiantes serían los que presentarían mayor número de respuestas incorrectas. Debemos mencionar que de los 24 estudiantes seleccionados solo aceptaron ser entrevistados 20, sin embargo, al final se presentaron al menos 3 de cada una de las carreras participantes.

En el caso de las entrevistas, asumimos el significado de Cohen y Manion (1990) a la entrevista de investigación; “un diálogo iniciado por el entrevistador con el propósito específico de obtener información relevante para la investigación y enfocado por él sobre el contenido especificado por los objetivos de investigación de descripción, de predicción o de explicación sistemática” (p.378). Centramos nuestro trabajo en una entrevista semiestructurada y dirigida. Ya que este tipo de herramienta nos permitiría plantear una situación a los participantes y éstos tienen flexibilidad y libertad para dar respuesta. Así mismo, en esta modalidad el entrevistador puede, cuando considere

Determinación de fuentes de errores algebraicos a partir del empleo de técnicas de extrapolación algebraica adecuado, representar un papel más activo, introduciendo indicaciones orales más explícitas para estimular las respuestas de los entrevistados.

Estas características son las que justifican nuestro estudio cualitativo: perseguimos interpretar de manera más profunda las posibles fuentes de los errores cometidos por los estudiantes al intentar distintas tareas algebraicas, empleando las diferentes técnicas de extrapolación algebraica mencionadas en nuestro marco teórico, así como explicar esas actuaciones. En la investigación que realizó Palarea (1998), centrada también en álgebra, señaló que al aplicar una entrevista, se pretende analizar con algunos estudiantes en particular, los elementos conceptuales, cognitivos y metacognitivos, con el fin de registrar la observación del mayor número posible de hechos en algunos individuos específicos. Además, sostiene que estas indagaciones son importantes, ya que no siempre lo escrito responde a todo lo que es capaz de hacer el alumno y sobre todo porque interesa que él mismo sea consciente de por qué actúa de una u otra manera y del efecto que produce su actuación.

Las preguntas de la entrevista se centraron en las posibles dificultades que los estudiantes manifestaron al detectarse en sus respuestas, la utilización de las técnicas de extrapolación de generalización y linealidad. Llegados a este punto, la atención se centró en cómo y por qué los estudiantes utilizan las técnicas de extrapolación previamente mencionadas.

Para estructurar las preguntas de las entrevistas se utilizó una breve introducción, una serie de preguntas de seguimiento y otras de sondeo. La introducción a la entrevista se utilizó para familiarizar a los estudiantes en los temas y distintos aspectos para la discusión. Las preguntas de seguimiento se utilizaron para investigar las respuestas fundamentales de los alumnos en relación con las preguntas de investigación. También se hizo uso de preguntas de sondeo que impulsaran a los estudiantes a explicar su forma de pensar sobre la realización de las tareas, pero se tuvo cuidado de no canalizar sus respuestas. A continuación detallamos el protocolo seguido en estas entrevistas.

Partimos del supuesto de que los estudiantes de este nivel educativo, cuentan con una formación matemática previa que ha sido adquirida en los distintos cursos de los niveles de secundaria y del bachillerato. Antes de iniciar las preguntas de la entrevista, se informó al estudiante del motivo de la misma, así como su carácter de confidencialidad, tratando con esto de crear un ambiente de amabilidad entre el entrevistador y el entrevistado, buscando con esto, que el estudiante cooperara de la mejor forma posible en este trabajo.

Para iniciar la entrevista se utilizaban frases como “*observé tu respuesta pero no alcancé a comprender bien lo que haces, ¿me puedes comentar un poco acerca de cómo obtienes ese resultado?*”. Una vez que el estudiante tomaba la palabra se empleaban frases orientadoras como *¿Al*

ver el ejercicio, recordabas alguna regla que te ayudara a resolverlo? ¿Al momento de responder, llegaste a considerar que eso estaba incorrecto y deberías resolverlo de alguna otra forma para obtener una respuesta correcta? ¿Una vez que considerabas resuelto el ejercicio, lo comprobabas? ¿Por qué? Lo que se buscaba con ellas era estimular a los estudiantes a desarrollar aclaraciones explícitas de sus respuestas escritas. Además, se les daba la libertad de expresarse sin estar sujetos a un guion rígido, logrando con esto una interacción cordial entre el entrevistador y el entrevistado.

RESULTADOS

Respecto a las observaciones de resultados del análisis cualitativo con base en las entrevistas semiestructuradas. Nos interesa profundizar en las fuentes de los errores de las producciones de los estudiantes cuando son detectadas las distintas técnicas de extrapolación algebraica previamente mencionadas.

A partir de las respuestas obtenidas en las entrevistas, logramos diferenciar las diferentes técnicas de extrapolación propuestas por Matz (1982) y que fueron localizadas en las respuestas de los estudiantes entrevistados. Los resultados ordenados en las diferentes categorías encontradas se muestran en la tabla 1.

La simbología empleada en la tabla 1 es la siguiente: G= Generalización, L= linealidad, RPR= Reconocimiento parcial de la regla, RP= Reciprocidad, CL= Clausura.

A continuación, presentamos un par de ejemplos de las respuestas obtenidas en las entrevistas realizadas en esta investigación, con base en dichas respuestas fue elaborada la tabla 1.

En la figura 1, se puede observar un error inicialmente atribuido a la técnica de extrapolación de generalización, por medio de la cual el estudiante intenta resolver el problema que se le presenta aplicando un conocimiento previo.

TEST DE VALORACIÓN DE CONCEPTOS ALGEBRAICOS

Nombre: _____ Edad: 22

Carrera: Ing. Mecatronica.

Responder si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta. Si necesitas más espacio utiliza el reverso de la hoja.

1. $\frac{AX+BY}{X+Y} = A + B$ Verdadero, ya que se eliminan los términos comunes.

Figura. 1. Respuesta al ítem 1

Tabla 1. *Concentrado de las diferentes técnicas de extrapolación diferenciadas en las respuestas de los estudiantes entrevistados.*

# Estudiante	Reactivo evaluado													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	G	RPR	L	G	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
2	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
3	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
4	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
5	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	RPR	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
6	G	RPR	L	G	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
7	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
8	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
9	RPR	RPR	RPR	RPR	RPR	L	RPR	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
10	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
11	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
12	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
13	G	RPR	CL	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
14	RPR	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
15	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
16	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
17	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
18	RPR	RPR	RPR	RPR	RPR	L	RPR	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G
19	RPR	RPR	CL	RPR	CL	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	CL	G
20	G	RPR	RPR	RPR	RPR	L	L	RPR	RP	RPR	RPR	G	RPR	G

Nota. Fuente: Elaboración propia.

Al entrevistar al estudiante en cuestión, se pudo comprobar nuestras suposiciones relacionadas con el empleo de las distintas de extrapolación algebraica. A continuación se muestra un extracto de una entrevista realizada a un estudiante, en el cual inicialmente identificamos que aplicaba la generalización de una regla algebraica de eliminación de literales.

Investigador (i): *¿Me podrías explicar cómo obtuviste la respuesta al problema 1?*

Entrevistado (e): *Cuando hay términos iguales arriba y abajo se pueden eliminar... ¿no?*

(i): *¿Recuerdas que regla se aplica para poder hacer eso?*

(e): *No estoy seguro...*

(i): *Al no estar seguro de que estuviera correcto, ¿Por qué motivo lo intentaste resolver?*

(e): *Porque me acordaba de algunos ejercicios parecidos que se resolvían así.*

(i): *Según esta última respuesta, ¿este tipo de ejercicios ya los habías estudiado o visto anteriormente?*

(e): *Sí, en la Preparatoria (Bachillerato)*

(i): Mencionas que eran ejercicios parecidos, si haces un esfuerzo, ¿lograrías recordar en qué casos se aplica esa regla?

(e): Pues recuerdo que cuando la misma letra está arriba y abajo, se eliminan y en el ejercicio hay “x” y “y” arriba y abajo, por eso se pueden eliminar.

(i): Muy bien, entonces recuerdas esas reglas que se aplica en casos de que la misma literal se encuentre multiplicando en el denominador y en el numerador. Pero si observas bien el ítem 1, se trata de sumas no de multiplicaciones.

(e): A ver, es cierto la “x” y la “y” están sumando, pero yo pensé que esa regla aplicaba en todos los casos...

i): Y de la manera más sincera que puedas responder, ¿Por qué crees que se te olvidó como resolverlo?

(e): La verdad, cuando vimos ese tema, no me quedo claro, porque se veían varias operaciones algebraicas a la vez y me enredaba (confundía)...

Un segundo ejemplo de las respuestas obtenidas por medio de las entrevistas, la presentamos a continuación:

Al observar la respuesta presentada en la figura 2, inferíamos que el estudiante aplicaba la técnica de extrapolación de linealidad para responder al ítem 3.

3. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ Correcto, ya que es lo mismo

Figura 2. Respuesta al ítem 3

Basados en esta suposición inicial, realizamos la entrevista al estudiante elegido, un extracto de esta se presenta a continuación:

Investigador (i): Con respecto al ejercicio 3, mencionas que es lo mismo, ¿Me podrías decir por qué afirmas eso?

Estudiante (e): Creo, que si tenemos dos números sumando dentro de la raíz, los podemos separar y el resultado será el mismo.

(i): ¿Recuerdas que regla se aplica para hacer eso?

(e): No, solo pensé que como era una suma, primero se hacía la suma de los dos números y después se les sacaba raíz.

(i): Al no estar seguro de que estuviera correcto, ¿Por qué motivo lo intentaste resolver?

(e): las sumas si las sé resolver, pero siempre me han costado más trabajo las raíces.

(i): *Según esta última respuesta, ¿este tipo de ejercicios ya los habías estudiado o visto anteriormente?*

(e): *Con letras no, pero con números creo que sí.*

(i): *¿Quieres decir que si tienes, por ejemplo: $\sqrt{9 + 4}$ esto sería igual a $\sqrt{9} + \sqrt{4}$?*

(e): *Si, es lo mismo, ¿o no?, a ver déjeme hacerla, $\sqrt{9}$ es igual a 3 y $\sqrt{4}$ es igual a dos. Y sumamos $3 + 2$ es 5, el resultado debe ser 5.*

Como se puede observar el estudiante expresa que el resultado puede obtenerse aplicando el operador (la raíz) a cada subparte y luego simplemente combinando los resultados parciales, esta técnica de extrapolación se conoce como linealidad.

Con base en el análisis de las respuestas de cada una de las entrevistas realizadas y considerando también los resultados de la tabla 1, se presenta en la figura 3, la estimación de frecuencias de errores cometidos por los estudiantes de acuerdo a la técnica de extrapolación empleada.

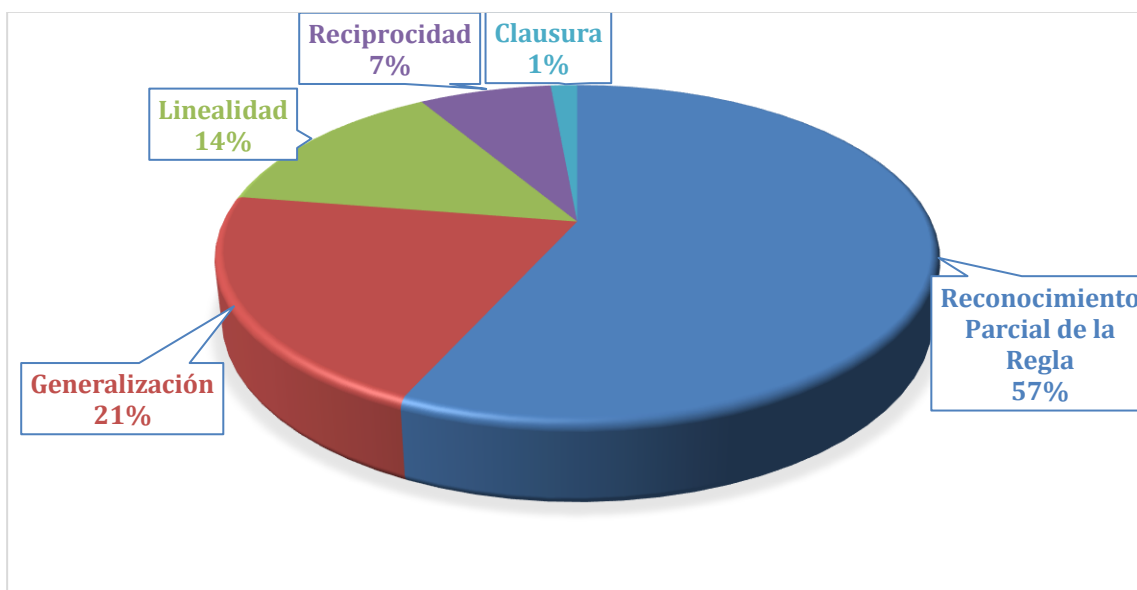


Figura 3. Frecuencia de errores por tipo de técnica de extrapolación.

Como se puede ver en la figura 3, más de la mitad de los estudiantes (57%) manifestaron dificultades para aplicar de manera correcta algunas reglas algebraicas que manifestaban conocían, pero no las recordaban de manera total. Con respecto a las técnicas de extrapolación más comunes la generalización de las propiedades de reglas fue la más empleada con un 21% de respuestas identificadas con esta técnica, enseguida la técnica de extrapolación consistente en la linealización de algunas propiedades de reglas algebraicas se presentó en un 14% de las respuestas. La técnica de

extrapolación algebraica menos frecuente, fue la de reciprocidad, algo de esperarse, al utilizarse 1 solo ítem para evaluarse.

Finalmente destacamos, aunque no es objeto de estudio de esta investigación, que se documentó la presencia de errores por falta de aceptación de clausura de la expresión algebraica, es decir que 4 estudiantes entrevistados manifestaron que alguno de los ítems no tenían respuesta por no conocer el valor de las incógnitas, tal como lo menciona en su trabajo Collis (1974).

DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

De acuerdo con el análisis de las respuestas obtenidas en las entrevistas realizadas, consideramos que la mayoría de los estudiantes universitarios participantes en este estudio, a pesar de poseer conocimientos previos de diversos contenidos algebraicos, dichos conocimientos no han sido comprendidos de manera significativa, lo que nos conduce a inferir que durante su formación educativa de secundaria y de bachillerato, el conocimiento y la comprensión del álgebra es deficiente y esta carencia les genera obstáculos cognitivos al momento de querer aplicar estos conocimientos en nuevos contextos matemáticos.

Lo anterior se puede deducir, del hecho de que la totalidad de los estudiantes participantes en esta investigación manifestaron como dificultad más frecuente, el recordar de manera parcial las reglas para resolver las tareas algebraicas que se les presentaban, declarando que ya habían visto, la gran mayoría de esas tareas algebraicas, en algún momento de su formación académica previa, sin embargo, eran incapaces de recordar de manera total o completa, la regla o procedimiento necesario para la obtención de resultados correctos en sus producciones.

Así mismo, y de acuerdo a los comentarios de los estudiantes en las entrevistas, estos nos revelaron que ellos son conscientes de sus deficiencias, pero que también los docentes, los planes de estudio y los materiales didácticos con los que se trabaja en los niveles educativos anteriores a la universidad, contribuyen en ocasiones, a un aprendizaje poco significativo del álgebra en esos niveles educativos.

Por todo lo anterior, consideramos que las dificultades que les genera a los estudiantes, una mala comprensión de sus conocimientos algebraicos previos, los conducen a emplear las distintas técnicas de extrapolación algebraica, en sus intentos ineficaces de adaptar esos conocimientos a los nuevos contextos que se les presentan, tal como se menciona en el trabajo de Matz (1982).

Por consiguiente, es importante resaltar la importancia de evaluar los conocimientos algebraicos con los que ingresan los estudiantes a la universidad, ya que de esto dependerá en gran medida un buen desempeño académico de ellos en su formación universitaria.

Por otra parte y en la búsqueda de alternativas de solución de esta problemática, nos planteamos la posibilidad de realizar una investigación relacionada con el análisis didáctico de los contenidos de los materiales bibliográficos que emplean los estudiantes en el nivel de bachillerato con el objetivo de identificar las posibles fuentes de las dificultades tratadas en este trabajo.

Así mismo y finalmente, queda abierta también la posibilidad de valorar el conocimiento de los distintos tipos de conocimiento de los profesores de matemáticas en el bachillerato y su posible influencia en el origen de los errores documentados en este trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Astolfi, J. P. (1999). *El error, un medio para enseñar*. Sevilla: Diada.
- Brousseau, B. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P
- Brown, S., Findley, K., & Montfort, D. (2007). Student Understanding of States of Stress in Mechanics of Materials. *The International Journal on the Biology of Stress*, (August): 1994-2000.
- Chi, M. T. H., & Roscoe, R. D. (2002). The process and challenges of conceptual change. In M. Limon & L. Mason (Eds.), *Reconsidering conceptual change: Issues in theory and practice* (pp. 3-27). Dordrecht: Kluwer.
- Collis, K. F. (1974). Cognitive Development and Mathematics Learning. Paper presented at the Psychology of Mathematics Workshop, Centre for Science Education, Chelsea College. London.
- Cohen, L. y Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- De la Torre, S. (2004) *Aprender de los errores. El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Buenos Aires: Magisterio del Río de la Plata.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics*. Dordrecht: Reidel.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Matz, M. (1982). Towards a Process Model for High School Algebra Errors. In D. Sleeman & J.S. Brown (Eds.), *Intelligent Tutoring Systems* (pp. 25-50). New York: Academic Press.
- Merenluoto, K., & Lehtinen, E. (2002). Conceptual change in mathematics: understanding the real numbers. In M. Limon, & L. Mason (Eds.), *Reconsidering conceptual change. Issues in theory and practice* (pp. 233-258). Dordrecht: Kluwer.
- Palarea, M. M. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años*. Tesis doctoral. Departamento de Análisis Matemático. Universidad de la Laguna. Recuperado 1 de octubre de 2018 de: <http://www.cseiio.edu.mx/bibliotecavirtual/Matematicas/Descargar/lenguajealgebraicoenaadolescentes.pdf>
- Radatz, H. (1980). Student's Errors in the Mathematics Learning Process: A Survey. *For the Learning of Mathematics*. 1(1) (July): 16-20.

- Rico, L. (1995): “Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas”, cap. 3. pp. 69-108, en Kilpatrick, J.; Gómez, P., y Rico, L.: *Educación Matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica, Méjico.
- Stavy, R. & Tirosh, D. (2000). *How Students (Mis-) Understand Science and Mathematics: Intuitive Rules*. New York: Teachers College Press.
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). *Student’s understanding of the numerical value of fractions: A conceptual change approach*. In L. Verschaffel and S. Vosniadou (Guest Eds).

José García Suárez
Universidad de Guadalajara, México
jose.gsuarez@academicos.udg.mx



Alsina, Á. Y Heredia, I. (2018). Enriquecimiento curricular de alumnos con talento matemático: un estudio de caso con apoyo de nuevas tecnologías. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 1(3), pp. 15-30.

ISSN: 2603-9982

ENRIQUECIMIENTO CURRICULAR DE ALUMNOS CON TALENTO MATEMÁTICO: UN ESTUDIO DE CASO CON APOYO DE NUEVAS TECNOLOGÍAS

Ángel Alsina Pastells, Universitat de Girona, España

Ingrid Heredia, Universitat de Girona, España

Resumen

El objetivo de este estudio es analizar el efecto de un programa de enriquecimiento curricular con el apoyo de nuevas tecnologías aplicadas a la educación. A partir de un diseño mixto, se ha realizado un estudio de caso con un alumno con talento matemático de 9 años, al que se le ha administrado un programa de enriquecimiento curricular en un entorno inclusivo, junto con un cuestionario de actitudes hacia las matemáticas, antes y después de dicho programa. Los resultados obtenidos han puesto de manifiesto que las herramientas tecnológicas, si se usan de forma eficaz, son un claro elemento motivante para que los alumnos aumenten su interés hacia las matemáticas. Sobre todo, para aquellos que necesitan un estímulo extra, como los alumnos con talento matemático.

Palabras clave: *Talento matemático, actitudes hacia las matemáticas, enriquecimiento curricular, estudio de caso, software educativo.*

Curricular enrichment of students with mathematical talent: a case study with support for new technologies

Abstract

The objective of this study is to analyze the effect of a curricular enrichment program with the support of new technologies applied to education. From a mixed design, a case study of a 9-year-old student with mathematical talent was conducted. He has been administered a curricular enrichment program in an inclusive environment, along with a questionnaire on attitudes towards mathematics, before and after the program. The results obtained have shown that technological tools, if used effectively, are a clear motivating element for students to increase their interest in mathematics. Above all, for those who need extra encouragement, such as students with mathematical talent.

Keywords: *Mathematical talent, attitudes towards mathematics, curricular enrichment, case study, educational software.*

INTRODUCCIÓN

Los estereotipos son obstáculos que afectan a las personas que son consideradas diferentes debido a alguna característica que las distingue de los demás. Desafortunadamente, la sociedad tiende a enjuiciar lo que difiere, ya sea por la cultura, la raza e incluso por las habilidades o capacidades que toman como base para crear una generalización (Guirado, 2015). Se le teme a lo nuevo, a lo innovador, a no saber cómo manejar toda esta diversidad que a lo largo de la existencia de la humanidad ha estado siempre presente.

Una de las principales consecuencias de este desconocimiento en el marco escolar ha consistido en unificar a todos los alumnos bajo la ideología de una educación igualitaria. Es por ello que en la mayoría de las aulas se ha tendido a generalizar los estilos de aprendizaje y a dosificar por igual la información. En este artículo se asume la visión del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2015), que defiende que la igualdad en las aulas debe transformarse hacia una perspectiva más equitativa e inclusiva que permita ofrecer a cada alumno la atención individualizada que necesita. Desde este prisma, la escuela se concibe como un espacio para educar y no sólo para enseñar, es decir, no es un lugar para transmitir conocimientos, sino para aprender a descubrirlos de manera compartida con los demás, y de esta manera entre todos saber buscar las estrategias para ir dando respuesta a las situaciones problemáticas que se presentan tanto en la clase como en la vida cotidiana. Es por ello que, de acuerdo con Valadez y Avalos (2010), mediante la educación inclusiva se busca reconocer la diversidad en las características, potencialidades, capacidades y motivaciones de todos los alumnos sin excepción, con la finalidad de que todos tengan una educación de calidad adecuada a sus necesidades.

En este artículo vamos a centrarnos en los alumnos con altas capacidades, y más concretamente, en los alumnos que poseen un talento matemático. Desafortunadamente, se tiende a centrar más la atención en los alumnos que tienen dificultades de aprendizaje de las matemáticas que en los que tienen un potencial más elevado, debido al estereotipo que considera que al tener más facilidades pueden avanzar sin ayuda y, dado que pueden trabajar de forma completamente autónoma, no requieren una atención especializada (Guirado, 2015). Desde este prisma, el objetivo principal de este estudio es diseñar un programa de enriquecimiento curricular con el apoyo de nuevas tecnologías y analizar su efecto en las actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas de un alumno con talento matemático de 9 años. De forma más concreta, del objetivo principal descrito se desprenden los siguientes objetivos específicos: 1) diseño de un programa de enriquecimiento curricular sobre estrategias de cálculo mental de las cuatro operaciones básicas, a partir de las directrices contemporáneas sobre atención a los alumnos con altas capacidades (talento matemático); 2) aplicación del programa a un grupo de 25 alumnos de 4º de Educación Primaria, entre los que se incluye el alumno con talento matemático; 3) análisis del efecto del programa en el grupo en general, y en el alumno con talento en particular a partir de un estudio de caso único.

EDUCACIÓN INCLUSIVA Y PROGRAMAS DE ENRIQUECIMIENTO

¿Qué sucedería si a ese tipo de alumnado se les proporcionara una atención eficaz y adecuada a sus habilidades?, y si además, ¿esta atención fuera realizada en un contexto inclusivo? Diversos autores han insistido en que se les ayudaría a realizarse como personas, ya que se les proporcionarían las herramientas necesarias para desarrollar su talento al máximo. Y como consecuencia, se podría aportar un mayor beneficio a la sociedad en áreas como la ciencia y la tecnología. Ello, sin embargo, no significa que se les deba cargar de trabajo desmedido para que evolucionen de forma más rápida y puedan comenzar a hacer aportes científicos y tecnológicos (de Guzmán, 2002), ya que hay que recordar que son niños que tienen necesidades afectivas, cognitivas y motivacionales que tienen mucha importancia en la intervención que se debe realizar.

Los métodos de enseñanza que más se adaptan a estos alumnos son los que se apoyan en el trabajo autónomo, el desarrollo de habilidades para aprender a aprender, empleo de técnicas de interrogación de alto nivel cognitivo, experimentación, resolución de problemas, análisis y extrapolación de tendencias.

Uno de estos métodos es el enriquecimiento curricular, que consiste en la modificación de determinados contenidos y actividades añadiendo otros con los que se relacionan, con la finalidad de empoderar conexiones de nuevos conocimientos para construir nuevas habilidades, reforzarlas o mejorarlas, añadiendo algo más de complejidad, pero sin incrementar materia escolar (Guirado, 2015). Renzulli y Reis (2008) describen tres tipos de enriquecimiento:

- Tipo I: incluye actividades que exponen a los alumnos a diferentes tipos de problemas, ideas, teorías, retos, con la finalidad de motivar al alumno y estimular al alumno.
- Tipo II: se centra básicamente en proporcionar a los alumnos actividades que pueden resolver de manera individual o en grupo, y tiene la finalidad de prepararlos para desarrollar habilidades necesarias para la resolución de tareas complejas.
- Tipo III: con esta tipología se pretende introducir a los alumnos en el mundo de la investigación mediante la estructuración de pequeños grupos de investigación que se deciden a buscar soluciones a los problemas de la vida real que no tienen una única solución.

Una de las herramientas más innovadoras y versátiles que actualmente se pueden adaptar a cualquiera de los tres tipos de enriquecimiento son las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). De acuerdo con Cortizo et al. (2011), la tecnología es un medio a través del cual se puede mejorar la educación de alumnos con altas capacidades, gracias a la diversidad que existe actualmente en la presentación de contenidos y procedimientos, los cuáles si se utilizan de manera adecuada, pueden generar en el alumno un interés por la temática que se está tratando, ocasionando una nueva construcción de conocimientos que se representarán de una forma diferente a la usual. Paralelamente, se está introduciendo con fuerza el juego didáctico para trabajar contenidos, capacidades y habilidades en un entorno de ludificación (Díaz y Troyano, 2013). El desarrollo de las tecnologías digitales ha dado si cabe más fuerza a este movimiento, especialmente a través de los videojuegos o juegos educativos digitales. En este nuevo enfoque, los participantes son jugadores y como tales son el centro del juego, y deben sentirse involucrados, tomar sus propias decisiones, sentir que progresan, asumir nuevos retos, participar en un entorno social, ser reconocidos por sus logros y recibir retroalimentación inmediata. En definitiva, se divierten mientras consiguen los objetivos propios del proceso ludificado.

ALTAS CAPACIDADES Y TALENTO MATEMÁTICO

La creencia general es que el colectivo que se considera más desfavorecido es aquel que se encuentra por debajo de lo normal, es decir, aquel que necesita más apoyos para poder llegar a ponerse a la altura de la “normalidad” que se espera en una persona (Guirado, 2015). En cambio, aquel que tiene un gran potencial de aprendizaje y que se encuentra en un nivel más alto de lo considerado normal se le relega a un segundo o hasta tercer plano por considerar que esta facilidad les inhibe de apoyo alguno, por considerar que poseen una autosuficiencia elevada que les da la capacidad de aprender sin ayuda externa (de Guzmán, 2002). He aquí la principal problemática con la que este tipo de alumnos se encuentran, se les relega y segrega de los demás proporcionando una atención mínima para impulsar y desarrollar sus capacidades y potencialidades.

A aquellos alumnos que entran en el rango de personas que se encuentran cognitivamente por encima del promedio, se les ha dado la denominación de “altas capacidades”. Sin embargo, de acuerdo con Gasteiz (2013), la definición de este concepto como tal no es fácil y existe una variabilidad e imprecisión de conceptos. Entre los más comunes se encuentra el término de “superdotado” o

“sobredotado”, para especificar que tienen una capacidad superior a la usual; mientras que el término “altas capacidades” trae consigo otros matices que especifican la habilidad de estos alumnos en un área muy concreta, surgiendo a partir de aquí los términos de “talento” y “prodigio”, entre otros.

El término “talento”, de acuerdo con el Departament d’Ensenyament de la Generalitat de Catalunya (2013), se usa para referirse a los alumnos de 6 a 12 años con altas capacidades, mientras que a los alumnos de edades inferiores se les considera “precoces” y a los de edades superiores “superdotados”. Uno de los talentos simples que más pasa desapercibido por la comunidad educativa es aquel que se ve reflejado en los alumnos que tienen un talento lógico-matemático desarrollado. Esto se debe en gran medida a la escasa formación inicial recibida por el profesorado, y como ya se ha mencionado anteriormente, a la organización tradicional del sistema educativo del tratamiento de los contenidos matemáticos (Alsina y Acosta, 2017).

Los alumnos con talento matemático son persistentes, flexibles y rápidos para captar e incorporar nuevos conceptos matemáticos complejos y abstractos (de Guzmán, 2002). De acuerdo con Sastre-Riba (2011), tienen una clara preferencia por los problemas más que por los ejercicios, y poseen la capacidad de generar de manera espontánea problemas matemáticos, tienen una gran flexibilidad con la utilización de datos con lo cual, tienden a usar una variedad de ensayos y estrategias diversas para la resolución de problemas con la información que les es proporcionada. Rodríguez (2004), confirma de igual manera que tienen una excelente habilidad para la organización de datos, originalidad de interpretación de datos, habilidad para la transferencia de ideas y una capacidad de generalización que les facilita, en gran medida, el aprendizaje de nuevos contenidos matemáticos.

De Guzmán (2002) señala que, a pesar de todas estas potencialidades, muchos de estos alumnos acaban frustrados, abocados al fracaso e inadaptación y sin realizar aportaciones a la sociedad, debido principalmente al aburrimiento y a la falta de una atención eficaz durante su escolaridad. Es por ello que los alumnos con talento matemático necesitan un currículo más complejo, con más nivel de abstracción, con un ritmo más rápido y menos repetitivo, más centrado en las ideas que en los hechos y con materiales de estudio más avanzados (Alsina y Acosta, 2017).

Considerando estos antecedentes, nuestra finalidad consiste en analizar el efecto de un programa de enriquecimiento curricular con el apoyo de nuevas tecnologías aplicadas a la educación. En concreto, se ha realizado un estudio de caso con un alumno con talento matemático de 9 años, al que se le ha administrado un programa de enriquecimiento curricular en un entorno inclusivo junto con un cuestionario de actitudes hacia las matemáticas, antes y después de dicho programa.

MÉTODO

Para la obtención de los datos de nuestro estudio se han integrado metodologías cualitativas y cuantitativas ya que, de acuerdo con Pereira (2011), esta combinación de metodologías permite adecuar la situación a las necesidades de la investigación, que en nuestro caso es un estudio de caso de un alumno con talento matemático en un entorno inclusivo, que denominaremos “Juan” para respetar su anonimato.

El estudio de caso es un método de investigación que, por sus características, permite ser incluido dentro de los denominados estudios cuasi experimentales. A su vez, se trata de una técnica que considera al individuo como un objeto de estudio, y por ende toma en cuenta todas las características que intervienen en él en un contexto o momento en concreto (Díaz, Mendoza y Porras, 2011). Dado que el estudio de caso se centra en un alumno con talento matemático, este diseño es ideal ya que tiene en consideración los contextos naturales donde se desenvuelve el objeto de estudio, bajo la perspectiva de los intereses y motivaciones de cada agente.

El estudio se ha realizado en la clase de 4º de Educación Primaria del colegio público “Pericot” de Girona (España). Se trata de un grupo con una gran diversidad formado por 25 alumnos (9 niños y 16 niñas) procedentes de familias con un nivel socioeconómico medio-bajo. En concreto, se han llevado a cabo cuatro fases:

Análisis del contexto de intervención

En primer lugar, se observó el contexto donde Juan se desenvolvía. En concreto se analizó la organización, la metodología y las actividades que se realizaban con todos los alumnos de 4º, poniendo especial atención en la actividad denominada “Ruedas de Matemáticas”, ya que es donde se había planificado intervenir.

Una rueda está compuesta por cuatro sesiones de trabajo y tiene una duración de dos semanas: dos sesiones de una hora por semana. En cada sesión, los alumnos (organizados en cuatro grupos inamovibles de entre 5 y 6 integrantes) realizan las actividades de una mesa. La rueda finaliza cuando todos los alumnos han completado todas las actividades, que están ligadas a los contenidos de matemáticas que se están trabajando en la clase. En términos generales, la metodología de las ruedas se basa en el trabajo autónomo en una libreta, en la que los alumnos realizan los ejercicios que van encontrando en la mesa correspondiente (operaciones aritméticas, etc.). Una vez finalizan, pueden autoevaluarse con la hoja de respuestas correspondiente. En ninguna de las sesiones se usa el ordenador como contexto de enseñanza-aprendizaje.

Durante esta primera fase se realizó una observación no participante de Juan en una de las ruedas. Se observó que, a pesar de encontrarse integrado en un grupo y de llevarse bien con sus compañeros, las actividades por lo general las realizaba de manera estrictamente individual, es decir, sin solicitar ayuda de los compañeros o de la maestra. Sin embargo, cuando uno de los compañeros necesitaba ayuda, él acudía a resolver sus dudas.

Selección del programa de enriquecimiento curricular

Se optó por realizar una intervención con el apoyo del ordenador y, más específicamente, a través de un software educativo que pudiera adaptarse a la metodología general de la “Rueda de Matemáticas”, con el propósito de poder contrastar si con este nuevo enfoque la motivación de los alumnos, y sobre todo de Juan, aumentaba.

Se diseñó específicamente para el estudio un software educativo sobre estrategias de cálculo mental de las cuatro operaciones básicas, con tres niveles de dificultad. Este programa de enriquecimiento curricular, escrito en lengua catalana en su versión original, se elaboró con el apoyo de un software libre denominado “JClic”, formado por un conjunto de aplicaciones informáticas que permite la realización de diversos tipos de actividades como: asociaciones, ejercicios de texto, rompecabezas, etc. Una de las ventajas de esta aplicación es que no necesita de Internet para poder funcionar, basta con tener instalada la aplicación para ponerlo en marcha y trabajar con él. Una vez que se han diseñado las actividades, se pueden utilizar en su versión instalable para escritorio y mediante el formato HTML5 en una página web.

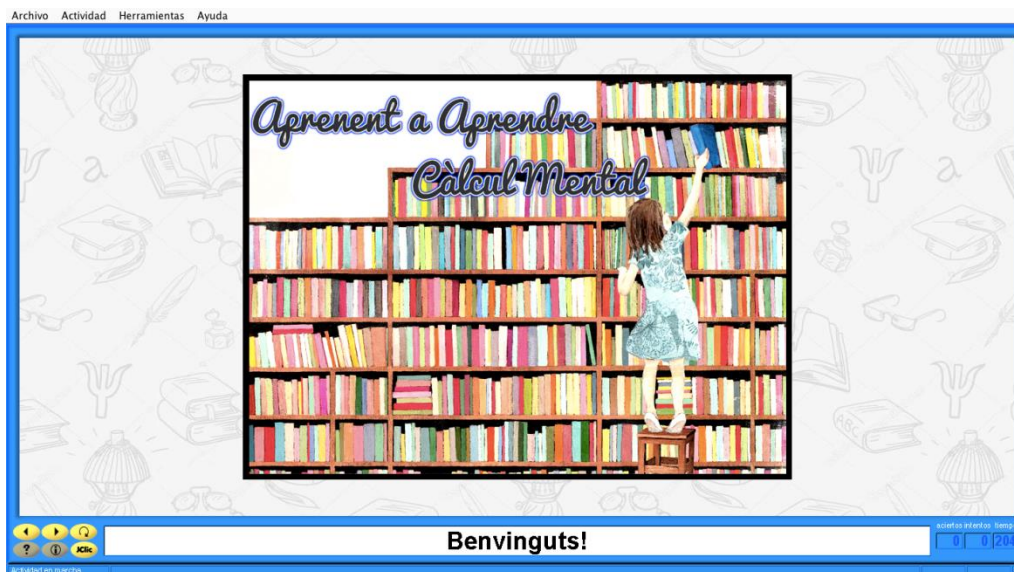










Figura 1. Acceso al programa “Aprent a aprendre càlcul mental” (Aprendiendo a aprender cálculo mental)

Diseño de programa de enriquecimiento curricular

El programa gira alrededor de una historia que se desarrolla en una biblioteca, donde un libro llamado “Mathi” solicita la ayuda del jugador para poder cumplir su sueño, que es el de ser el mejor libro de cálculo mental de la biblioteca. La problemática que le presenta al jugador es que para poder conseguirlo debe ir a las cuatro secciones de la biblioteca donde se encontrarán los libros que le ayudarán a aprender las estrategias de cálculo metal de los 4 tipos de operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división.

Tabla 1: Organización del programa “Aprendiendo a aprender Cálculo Mental”

Operación	Sección de la biblioteca	Personaje secundario	Gema
Suma	Historia	 Cronos	
Resta	Ciencias naturales	 Eco	
Multiplicación	Deportes	 Nat	
División	Matemáticas	 Newton	

Los personajes secundarios de cada sección se encargan de explicar las estrategias de cada una de las operaciones anteriormente mencionadas, y posteriormente “Mathi” y el jugador tendrán que resolver las actividades presentadas para poder obtener la gema del color correspondiente que le servirá para obtener el diploma que acredita al personaje principal como experto. En la tabla 1 se esquematiza la organización interna del programa.

El software elaborado tiene ciertas características que pretenden asemejarlo a un videojuego ya que posee una historia con su personaje principal y personajes secundarios, niveles de dificultad, retos y premios que podrán dar al jugador ese incentivo para motivarse y seguir aprendiendo mientras juega. El usuario tiene la libertad de elegir con qué nivel desea comenzar, y una vez en este nivel, tiene la libertad de escoger las estrategias del tipo de operación de las que dispone el software: suma, resta, multiplicación y división (ver figuras 2 y 3).



Figura 2. Selección del nivel

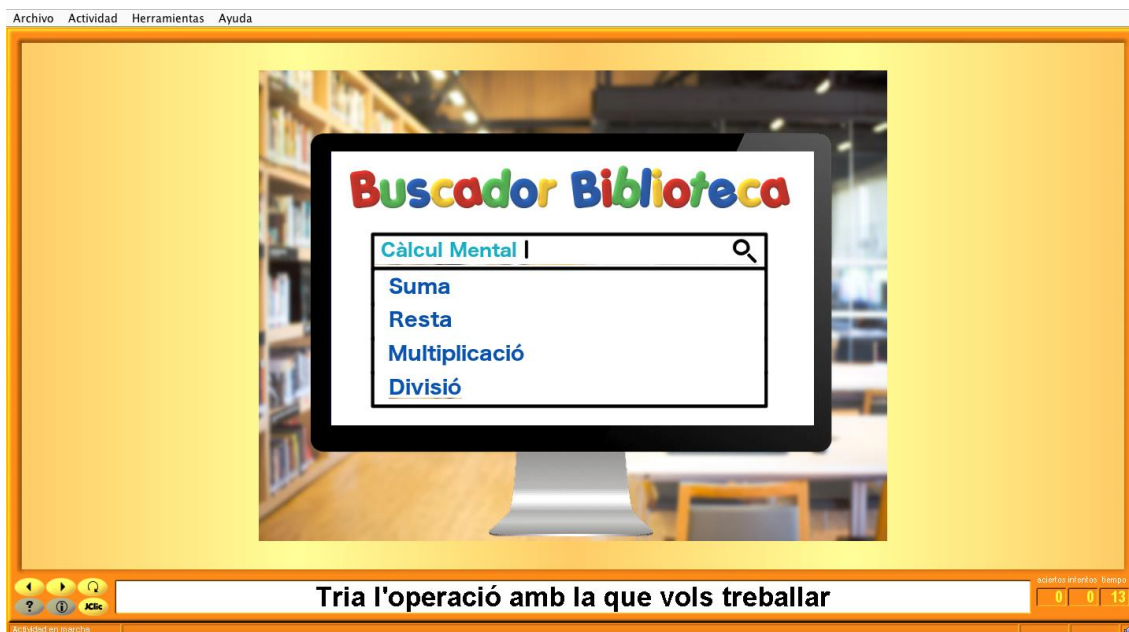


Figura 3. Selección del tipo de operaciones

Una vez seleccionado el paquete de actividades se inicia una secuencia de explicaciones de diversas estrategias de la correspondiente operación y una actividad para reforzar la comprensión del jugador. En el caso de que se tenga dudas a la hora de resolver el ejercicio, el alumno tendrá la posibilidad de retroceder para ver la estrategia de cálculo mental, y después realizar su actividad.

En las figuras 4 a 6 se muestran, a modo de ejemplo, algunas actividades relacionadas con estrategias de cálculo mental asociadas a la operación de multiplicar. En concreto, en la figura 4 se muestra la presentación del bloque de actividades; en la figura 5 se muestra una estrategia concreta que consiste en multiplicar por dos el multiplicando y dividir por dos el multiplicador hasta llegar a un multiplicador que facilite el cálculo; y en la figura 5 se muestra un reto que consiste en pensar un número que sea menor que 30 pero que si se triplica es la mitad de 150.



Figura 4. Presentación del bloque de actividades sobre estrategias de cálculo mental para resolver multiplicaciones

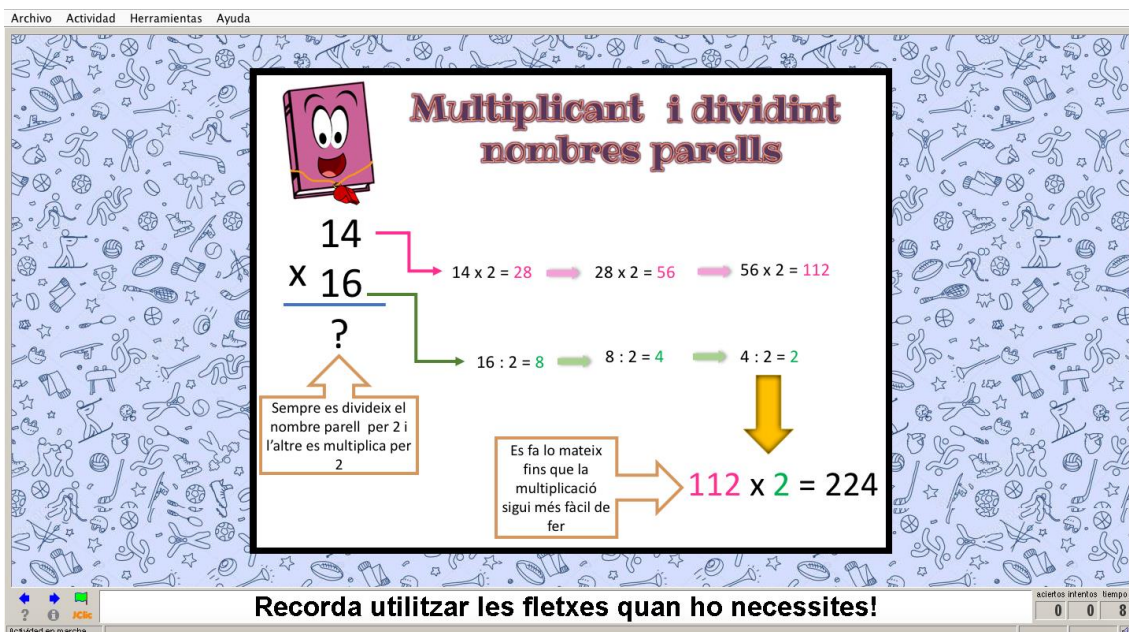


Figura 5. Ejemplo de estrategia de cálculo mental para resolver multiplicaciones

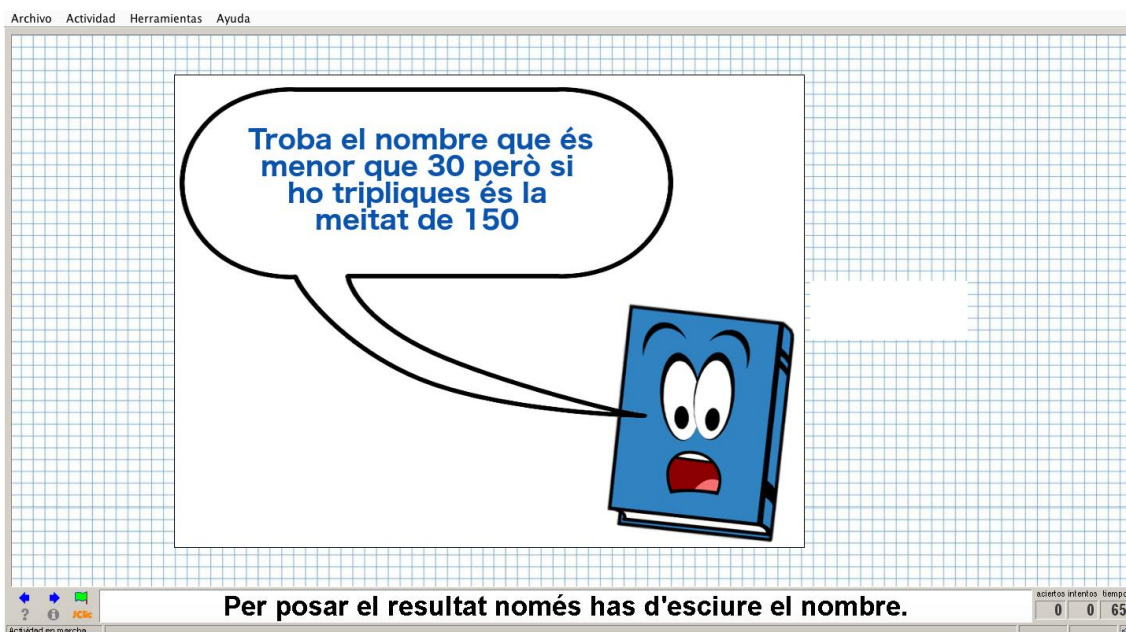


Figura 6. Ejemplo de reto asociado a la operación de multiplicar

Para la selección de las estrategias utilizadas en cada uno de los tres niveles del programa se utilizó como base el documento elaborado por Jiménez Ibáñez (2017). Se seleccionaron las más adecuadas a cada nivel, y estas mismas se editaron con los programas “Microsoft PowerPoint” y “GIMP 2.8” para la esquematización acorde a la esencia del software elaborado. Algunas actividades se complementaron, sobre todo para el nivel 3, con retos y problemas matemáticos (Robles y Minquini, 2000).

Elaboración de los cuestionarios

Para la elaboración de los cuestionarios (inicial y final) se tomó como base la “Escala de actitudes hacia las Matemáticas y hacia las matemáticas enseñadas con computadora” elaborada por Ursini, Sánchez y Oredain (2004), al tratarse de un instrumento válido y fiable de acuerdo con los índices obtenidos en el proceso de validación y confiabilidad. En nuestro estudio se respetó la misma estructura tipo “Escala de Likert”, y se seleccionaron las preguntas que más encajaban con el contexto en el cual se iba a utilizar.

Una vez elaborados los cuestionarios se decidió utilizar la aplicación “Formularios de Google” de Google Docs, al permitir la elaboración de encuestas de forma rápida, sencilla, gratuita, pero sobre todo por la fácil adaptación para la creación de bases de datos adaptables a los objetivos de la investigación (Alarco y Álvarez-Andrade, 2015).

Aplicación

La intervención se realizó durante 4 sesiones en el grupo de 4º B, formado por 25 alumnos. Todas las sesiones se realizaron en la hora asignada para su rueda de matemáticas (de 9:00 a 10:00 h. de la mañana). Los ordenadores ya se encontraban preparados previamente con el programa y las encuestas listas para ser contestadas. Con la ayuda del tutor de la clase y la maestra encargada de la realización de la rueda se le asignó a cada alumno el nivel en el que utilizarían el programa de estrategias de cálculo mental. Una vez que se les fue asignado el nivel, se les entregaba la hoja de control correspondiente para que pudieran verificar su avance dentro del juego.

Antes de la intervención, cada alumno contestó durante 5-10 minutos el cuestionario inicial de actitudes hacia las matemáticas, que se denominó “Tu opinión sobre las matemáticas que aprendes en la escuela”. Una vez que terminaban de responderlo se procedía a explicar a cada alumno el funcionamiento del programa con la historia central, se les ayudaba a seleccionar el nivel y después

comenzaban a utilizar el programa de forma autónoma. A pesar de que en la hoja de control había un orden establecido, se hacía hincapié a los alumnos el hecho de poder decidir el orden que más les agradara a ellos, y además se resaltó el hecho de que fueran a su propio ritmo para que prestaran atención a las estrategias y resolvieran las tareas con calma. En el caso de que no entendieran alguna tarea, se realizaba una observación participante en la cual se aclaraban sus dudas sobre la estrategia en concreto y posteriormente ellos la elaboraban de forma autónoma.

Cuando los alumnos terminaban de hacer su nivel procedían a contestar el cuestionario final sobre valoración del programa de enriquecimiento curricular, que se tituló “Tú opinión sobre el programa Aprendiendo a Aprender Cálculo Mental”, para el cual tenían también entre 5 y 10 minutos.

MÉTODO

En primer lugar se presentan los datos correspondientes a las actitudes hacia las matemáticas antes de la aplicación del programa de enriquecimiento curricular y, en segundo lugar, se describen los resultados referentes a la valoración del programa de enriquecimiento curricular.

Resultados sobre las actitudes hacia las matemáticas, antes de la aplicación del programa

Los datos se presentan agrupados en cuatro categorías, en función de los ítems de la “Escala de actitudes hacia las matemáticas y hacia las matemáticas enseñadas con computadora” (Ursini, Sánchez y Oredain, 2004): actitud y aptitud hacia las matemáticas; actitud/percepción de la clase de matemáticas; trabajo autónomo; actitud hacia el ordenador en clase y su uso en matemáticas. Para cada categoría se presentan los datos de todo el grupo clase y de Juan con el objeto de facilitar el contraste.

Tabla 2. *Actitud y aptitud hacia las matemáticas.*

	Grupo clase					Juan
	Mucho	Sí	Indeciso	Poco	No	
Me agradan las matemáticas.	18,2%	31,8%	13,6%	31,8%	4,5%	Mucho
Matemáticas es la materia que más me agrada.	4,5%	22,7%	-	13,6%	59,1%	Sí
Es importante aprender matemáticas.	63,6%	31,8%	4,5%	-	-	Mucho
Me agradaría utilizar las matemáticas cuando vaya a trabajar.	19%	28,6%	9,5%	28,6%	14,3%	Mucho
Las matemáticas son difíciles.	-	9,1%	13,6%	45,5%	31,8%	No
Las matemáticas son divertidas.	9,1%	27,3%	4,5%	22,7%	36,4%	Mucho
Tengo dificultades para entender lo que me solicitan en las hojas de trabajo.	4,5%	18,2%	9,1%	36,4%	31,8%	No
Puedo resolver los problemas que se plantean en las hojas de trabajo.	13,6%	59,1%	13,6%	13,6%	-	Mucho
Me agrada resolver problemas difíciles.	19%	19%	14,3%	23,8%	23,8%	Mucho

En la tabla anterior se observa que hay más alumnos a los que les gustan las matemáticas (50%) que a los que no (36,3%), a pesar de que sólo una cuarta parte de los alumnos indican que es la asignatura que más les gusta (27,2%) y menos de la mitad (36%) las encuentran divertidas. Otro dato relevante es que prácticamente todos los participantes en el estudio (95,4%) tienen presente que las matemáticas son muy importantes, aunque en una perspectiva de futuro casi la mitad (42,9%) no desearían utilizarlas en el campo laboral donde se vayan a desenvolver. En relación a las tareas, menos de la décima parte de los alumnos consideran que las matemáticas son difíciles (9,1%) y en general muestran pocas dificultades ante esta asignatura, ya que sólo el 22,7% manifiestan tener dificultades,

mientras que el 72,7% indican que resuelven las tareas que les plantean. En este contexto, Juan forma parte del grupo de alumnos con una actitud y aptitud muy favorables hacia las matemáticas.

Tabla 3. *Actitud/percepción de la clase de matemáticas*

	Grupo clase					Juan
	Mucho	Sí	Indeciso	Poco	No	
La clase de matemáticas es aburrida.	-	9,5%	14,3%	47,6%	28,6%	No
Los temas que se enseñan en la clase de matemáticas son muy interesantes.	9,1%	31,8%	18,2%	18,2%	22,7%	No
Me agradan más las matemáticas cuando el maestro explica y pone ejemplos.	19%	52,4%	-	19%	9,5%	Mucho

En lo que refiere a la percepción que los estudiantes tienen sobre la clase de matemáticas, en la tabla 3 se puede observar que un 9,5% de estudiantes consideran que es aburrida, lo cual contrasta con el 28,6% que afirmó que no lo es y un con el 47,6% de estudiantes que respondieron que lo es un poco. Sin embargo, a pesar de que existe un alto porcentaje de estudiantes que no perciben el factor aburrimiento ligado con la clase de matemáticas, existe un alto porcentaje que consideran que los temas que se trabajan son poco interesantes o no lo son del todo (40,9%). En relación a Juan, respondió que no considera que la clase sea aburrida a pesar de que piensa que los temas que se enseñan no son interesantes. Los estudiantes muestran una clara preferencia a las explicaciones que se dan en clase cuando tienen una base ejemplificadora (71,4%), encontrándose Juan dentro de este grupo que representa más de la mitad de toda la clase.

Tabla 4. *Trabajo autónomo*

	Grupo clase					Juan
	Mucho	Sí	Indeciso	Poco	No	
Me agrada resolver las actividades sin ayuda del maestro.	27,3%	45,5%	4,5%	2,7%	-	Mucho
Comento las actividades de matemáticas con mis compañeros.	4,5%	27,3%	9,1%	31,8%	27,3%	Poco
Me agrada proponer soluciones a problemas antes que mis compañeros.	18,2%	36,4%	13,6%	18,2%	13,6%	Sí
Si tengo un problema y no lo resuelvo la primera vez, lo intento hasta encontrar la solución.	22,7%	40,9%	9,1%	22,7%	4,5%	Mucho

Los datos de la tabla 4 muestran que un porcentaje alto de estudiantes (72,8%) afirman que les gusta resolver las actividades sin ayuda del maestro. De igual manera se confirma la persistencia ante los problemas matemáticos, ya que un 63,6% de los estudiantes respondieron que al encontrarse frente a un problema y no encontrar la solución en el primer intento, continúan insistiendo hasta poder encontrar una respuesta. Juan muestra una clara preferencia por resolver actividades sin ayuda del docente, y una persistencia clara en la búsqueda de problemas matemáticos a pesar de la dificultad que se le pueda presentar.

Cuando se trata de relacionarse con los compañeros, más de la mitad de los estudiantes indican que no les gusta comentar las actividades que están resolviendo con sus compañeros (59,1%), encontrándose Juan dentro de este grupo. Esto quizás se deba a un sentimiento de competencia que evita que ellos puedan compartir experiencias u opiniones, dado que en la tabla se observa que más de la mitad de estudiantes (54,6%) presentan una preferencia clara por proponer soluciones a las actividades antes que sus compañeros. Juan muestra un alto nivel de competitividad, ya que respondió que no suele comentar mucho las actividades con su grupo de iguales, y por el contrario se encuentra

inmerso en el grupo de estudiantes que le gusta ser de los primeros en solucionar los problemas matemáticos.

Tabla 5. *Actitud hacia el ordenador en clase y su uso en matemáticas*

	Grupo clase					Juan
	Mucho	Sí	Indeciso	Poco	No	
Me agrada utilizar el ordenador en clase	68,2%	31,8%	-	-	-	Mucho
Me agradaría aprender matemáticas con el ordenador	47,6%	19%	9,5%	-	23,8%	Mucho
Aprendería más matemáticas si el maestro utilizara el ordenador	27,3%	18,2%	9,1%	9,1%	36,4%	No
Si fuera profesor de matemáticas utilizaría el ordenador en mis clases	19%	33,3%	4,8%	33,3%	9,5%	No
Me pone nervioso utilizar el ordenador	4,5%	4,5%	-	18,2%	72,7%	Mucho

En la tabla 5 se puede observar que al 100% de estudiantes les agrada utilizar el ordenador en clase; no obstante, a un 9% de este grupo le pone nervioso utilizarlo por alguna razón. Se observa también que al 66,6% de alumnos le agradaría aprender matemáticas con el ordenador, y a un 23,8% no. Juan se encuentra dentro del grupo de alumnos que han respondido de manera afirmativa a esta pregunta, y presenta un gusto por el manejo del ordenador en clase.

Sin embargo, existen diversas respuestas que pueden contradecir la percepción que tienen hacia el aprendizaje de matemáticas con apoyo del ordenador. Así, se observa que un 45,5% de estudiantes afirma que no aprendería más matemáticas con el apoyo de esta herramienta tecnológica, mientras que un porcentaje idéntico (45,5%) opina todo lo contrario. Juan se encuentra dentro de la mitad de estudiantes que se muestra reticente a la práctica anterior, y lo confirma al responder de manera negativa a la situación hipotética que se les planteó, en la cual se intenta descubrir si ellos al ser profesores de matemáticas harían uso del ordenador en sus clases, encontrándose dentro del 42,8% que respondió igual que él. El 52,3% de estudiantes respondió que si se encontraran en esta misma situación sí utilizarían este recurso en sus clases.

Resultados sobre las actitudes hacia las matemáticas, antes de la aplicación del programa

En esta sección se presentan los datos obtenidos organizados en tres bloques: las actitudes de los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas con ordenador, el trabajo autónomo y, finalmente, las opiniones sobre el programa aplicado.

Tabla 6. *Actitud hacia el ordenador para el aprendizaje de las matemáticas*

	Grupo clase					Juan
	Mucho	Sí	Indeciso	Poco	No	
Me ha agradado trabajar matemáticas con el ordenador	59,1%	22,7%	4,5%	13,6%	-	Mucho
Sería interesante volver a trabajar en la escuela con el programa "Aprendiendo a aprender cálculo mental"	42,9%	38,1%	4,8%	4,8%	9,5%	Sí
Las matemáticas serían más divertidas en clase si se trabajara con el ordenador	54,5%	27,3%	9,1%	-	9,1%	Mucho
Me agradaría poder trabajar otros temas de matemáticas con programas que se parezcan a: "Aprendiendo a aprender cálculo mental"	31,8%	54,5%	4,5%	-	9,1%	Mucho
Si yo fuera maestro trabajaría en clase con mis alumnos utilizando el programa de Estrategias de Cálculo Mental.	27,3%	45,5%	13,6%	9,1%	4,5%	Sí

En la tabla 6 se muestra que a un 81,8% de estudiantes les agradó trabajar matemáticas con el ordenador y el 81% afirmó que sería interesante volver a trabajar en la escuela con el programa “Aprendiendo a aprender cálculo mental”. Siguiendo esta misma línea y en una posible situación a futuro, se les preguntó a los estudiantes si les agradaría trabajar otros temas de matemáticas con programas que se parecieran al de estrategias de cálculo mental que pudieron manipular, a la cual el 86,3% de estudiantes respondió de manera afirmativa. Juan se sitúa dentro de este grupo de alumnos. Nuevamente se presenta la situación hipotética en la cual los alumnos son profesores de matemáticas y se les pregunta su en su clase trabajarían utilizando el programa de estrategias de cálculo mental. De manera sorprendente, el 72,8% respondieron de manera afirmativa, incluido Juan, que en el cuestionario anterior había mostrado una reticencia a esta metodología de trabajo con ordenador.

Tabla 7. *Autonomía de trabajo*

	Grupo clase					Juan
	Mucho	Sí	Indeciso	Poco	No	
El trabajo con el ordenador me ha permitido avanzar a mi propio ritmo	31,8%	50%	9,1%	4,5%	4,5%	Sí
Me agradó tener la libertad de decidir qué operaciones quería trabajar	38,1%	38,1%	4,8%	9,5%	9,5%	Mucho
Me agradaría poder utilizar este programa desde casa para poder seguir repasando las estrategias de cálculo mental a mi propio ritmo.	40,9%	36,4%	13,6%	4,5%	4,5%	Sí

En la Tabla 7 se observa que el 81,8% de los estudiantes afirman que el programa les permitió trabajar a su propio ritmo, y además el 76,2% presentó un alto nivel de agrado de tener en su poder la libertad de decidir, y organizar su trabajo, encontrándose Juan dentro de este grupo de estudiantes. Por otro lado, el 77,3% de alumnos respondió que le agradaría utilizar el programa desde casa para ir repasando las estrategias de cálculo mental a su propio ritmo, encontrándose el alumno dentro de este grupo, ya que se mostró muy interesado en que esta posibilidad existiera al responder con un “mucho” dicha pregunta. El porcentaje de respuestas negativas que se obtuvo de manera general en las preguntas que se muestran en la tabla 6 fueron mínimos, lo cual confirma que las características que se pretendieron plasmar en el programa son funcionales, y permiten desarrollar en el participante un grado de autonomía importante.

Tabla 8. *Opinión sobre el programa: “Aprendiendo a aprender Cálculo Mental”*

	Grupo clase					Juan
	Mucho	Sí	Indeciso	Poco	No	
Las explicaciones e instrucciones fueron fáciles de entender	33,3%	28,6%	14,3%	14,3%	9,5%	Sí
La historia del programa me resultó interesante y entretenida	22,7%	45,5%	4,5%	18,2%	9,1%	Mucho
Pienso que las estrategias de cálculo mental que trabajé con el programa me serán de mucha utilidad	31,8%	63,6%	-	4,5%	-	Sí
Me habría agradado tener más tiempo para trabajar con el programa “Aprendiendo a aprender cálculo mental”	36,4%	45,5%	9,1%	-	9,1%	Sí
Me resultó sencillo trabajar el programa de Estrategias de Cálculo Mental	31,8%	40,9%	13,6%	9,1%	4,5%	Mucho
Me agradaría que se agregaran más estrategias de cálculo mental al programa	27,3%	31,8%	13,6%	13,6%	13,6%	No

En relación a la estructura del programa, en la tabla 8 se puede observar que el 61,9% de alumnos considera que las explicaciones e instrucciones fueron fáciles de entender, y solo un 23,8% consideran

que tuvieron alguna dificultad. En lo que se refiere a la historia central sobre la cual se desenvuelve todo el programa, el 68,2% de los alumnos la consideran entretenida e interesante, y por el contrario, un 27,3% respondió de manera negativa a esta afirmación. A pesar de que existieron algunas percepciones negativas en lo que se refiere a la estructura del programa, de manera general el 72,7% de los estudiantes afirmó que el programa de Estrategias de Cálculo Mental le resultó sencillo de trabajar, con lo cual se confirma que las bases que se tomaron para la realización de este programa son las adecuadas. Juan respondió de manera afirmativa a las preguntas a las cuales se hace alusión, acentuando de esta manera su agrado hacia el programa y el cumplimiento de las características necesarias para su funcionalidad estructural.

En lo que se refiere a la aplicación del programa, de manera general el 81,9% de los estudiantes considera que le habría agradado tener más tiempo para poder trabajar con el programa, encontrándose Juan dentro de estas respuestas afirmativas. Esto probablemente se debe a que, a pesar de haber concluido el nivel 3 que le correspondía, le habría agradado revisar las otras opciones que el programa ofrece. Sobre el programa y su mejora, un poco más de la mitad de los alumnos (59,1%) sostiene que le agradaría que se agregaran más estrategias de cálculo mental al programa, mientras que un 13,6% (entre los que se incluye Juan) considera que no deberían agregarse más estrategias ya que la cantidad de estrategias que se trabajan es suficiente.

Finalmente, un 95,5% de los alumnos (entre ellos, Juan) indicaron que las estrategias que se trabajaron en el programa les serían de utilidad, mostrando un cambio importante de actitud hacia el trabajo de matemáticas con apoyo del ordenador respecto a la primera encuesta.

CONSIDERACIONES FINALES

En este estudio se ha analizado el efecto de un programa de enriquecimiento curricular para aprender estrategias de cálculo mental en un entorno inclusivo, con el apoyo del ordenador, para poder ofrecer una atención más eficaz a los alumnos con talento matemático. La idea de la utilización de un programa tecnológico educativo surgió como consecuencia de la ausencia de este recurso en el contexto de intervención, y considerando los antecedentes de la literatura sobre el uso de recursos tecnológicos para estimular el aprendizaje de los alumnos con talento. Como se ha indicado, Díaz y Troyano (2013), entre otros, indican que la tecnología es un contexto de enseñanza-aprendizaje que puede mejorar la educación de alumnos con altas capacidades ya que generan un interés por la temática que se está tratando, ocasionando una nueva construcción de conocimientos que se representarán de una forma diferente a la usual. En esta línea, Alsina y Acosta (2017) señalan que los alumnos con talento matemático necesitan un currículo más complejo, con más nivel de abstracción, con un ritmo más rápido y menos repetitivo, más centrado en las ideas que en los hechos y con materiales de estudio más avanzados.

Los datos obtenidos en nuestro estudio confirman que el uso de este recurso en el aula ha tenido un efecto positivo en las actitudes de los participantes en el estudio en general y en el alumno con talento en particular. De manera más concreta, en nuestro estudio se ha confirmado que antes de la aplicación del programa de enriquecimiento curricular, un porcentaje considerable de estudiantes (40,9%) indicó que los temas de matemáticas que se enseñaban en clase no les resultan interesantes, mientras que después de la aplicación del programa la práctica totalidad de los alumnos manifestó que las estrategias de cálculo mental del programa les iban a ser de utilidad, mostrando un claro interés por los contenidos trabajados. Otro aspecto relevante hace referencia al trabajo autónomo, puesto que los estudiantes han indicado de forma mayoritaria que el programa les ha permitido trabajar a su propio ritmo y han valorado también muy positivamente el hecho de poder decidir las actividades a realizar. En relación al uso del ordenador para aprender matemáticas, antes de la aplicación del programa un 66,6% de los alumnos ya había manifestado que les gustaría utilizar este recurso; sin embargo, sólo un 45,5% afirmaron que aprenderían más matemáticas con el apoyo de esta herramienta tecnológica y un 52,3% que lo usarían si fueran maestros de matemáticas. Después de la aplicación del programa,

en cambio, el porcentaje de alumnos ha aumentado sustancialmente, de manera que el 81,8% de los estudiantes ha indicado que le agradó trabajar matemáticas con el ordenador y que les gustaría trabajar otros temas con este recurso (86,3%). Además, un 72,8% lo usarían si fueran maestros.

Las respuestas del alumno con talento matemático muestran una tendencia similar a la del resto de los alumnos de su clase en la mayoría de aspectos analizados. Quizás el aspecto más destacable es que, antes de la aplicación del programa no consideraba que aprendería más matemáticas con el ordenador, mientras que después de la aplicación del programa manifiesta un cambio total de actitud, respondiendo en todos los ítems planteados que le gustaría seguir trabajando con el ordenador, que el aprendizaje sería más divertido, que lo usaría como recurso si fuera maestro y que las estrategias aprendidas le serán de mucha utilidad.

Nuestros resultados, pues, confirman que las nuevas tecnologías pueden proporcionar un escenario adecuado para planificar programas de enriquecimiento curricular para alumnos con talento matemático en un entorno inclusivo, en el que el resto de alumnos se puedan beneficiar de su uso al proporcionar nuevas formas de aprender, distintas a las que están acostumbrados, en las que puedan tener un margen de autonomía suficiente para gestionar su propio aprendizaje.

Agradecimientos: este estudio ha sido financiado por FEDER/Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades, Agencia Estatal de Investigación/ Proyecto EDU2017-84979-R.

REFERENCIAS

- Alarco, J., y Álvarez-Andrade, E. (2015). Google Docs: una alternativa de encuestas online. *Educación Médica*, 15(1), 9-10.
- Alsina, Á., y Acosta, Y. (2017). Conocimientos del profesorado sobre las altas capacidades y el talento matemático desde una perspectiva inclusiva. *Números. Revista didáctica de las Matemáticas*, 94, 71-92.
- Cortizo, J. C., Carrero, F., Monsalve, B., Velasco, A., Díaz, L. I., y Pérez, J. (2011). Gamificación y docencia: Lo que la universidad tiene que aprender de los videojuegos. Recuperado de https://abacus.universidadeuropea.es/bitstream/handle/11268/1750/46_Gamificacion.pdf?sequence=2&isAllowed=y
- De Guzmán, M. (2002). Un programa para detectar y estimular el talento matemático precoz en la Comunidad de Madrid. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 5(1), 131-144.
- Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya. (2013). *L'atenció educativa a l'alumnat amb altes capacitats*. Recuperado de <http://www.gencat.cat/dogc>
- Díaz Cruzado, J., y Troyano Rodríguez, Y. (2013). El potencial de la gamificación aplicado al ámbito educativo. *III Jornadas de Innovación Docente. Innovación Educativa: respuesta en tiempos de incertidumbre*.
- Díaz, S., Mendoza, V., y Porras, C. (2011). Una guía para la elaboración de estudios de caso. *Razón y palabra*, 16(75), 1 - 26.
- Gasteiz, V. (2013). *Orientaciones educativas. Alumnado con altas capacidades intelectuales*. España: Servicio de Imprenta y Reprografía del Gobierno Vasco.
- Guirado, A. (2015). *¿Qué sabemos de las altas capacidades? Preguntas, respuestas y propuestas para la escuela y la familia*. Barcelona: Editorial Graó.
- Jiménez Ibáñez, J. J. (2017). *Didactalia*. Recuperado de <https://didactalia.net/comunidad/materialeducativo/recurso/estrategias-de-calculo-mental/b8b48de6-5af4-44f2-b136-f7d59f417b0a>
- NCTM (2014). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Pereira, Z. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. *Revista Electrónica Educare*, XV(1), 15-29.

- Renzulli, J. S., y Reis, S. M. (2008). *Enriching Curriculum for all Students*. Thousand Oaks: Corwin Press.
- Robles, D., y Minquini, M. D. (2000). *Los 100 mejores acertijos matemáticos (1ª edición)*. México D.F.: Fernández Editores.
- Rodríguez, L. (2004). *Identificación y evaluación de niños con talento*. Santiago de Chile: Editorial Trineo S.A.
- Sastre-Riba, S. (2011). Funcionamiento metacognitivo en niños con altas capacidades. *Revista de Neurología*, 52(1), 11-8.
- Ursini, S., Sánchez, G., y Oredain, M. (2004). Validación y confiabilidad de una escala de Actitudes hacia las Matemáticas y hacia las Matemáticas enseñadas con computadora. *Educación Matemática*, 16(3), 59 -78.
- Valadez, M. D., y Avalos, A. (2010). Atención educativa a alumnos sobresalientes y talentosos en escuelas inclusivas. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/229025655_Atencion_Educativa_a_Alumnos_Sobresalientes_y_Talentosos_en_Escuelas_Inclusivas.

Ángel Alsina Pastells
Universitat de Girona, España
angel.alsina@udg.edu

Ingrid Heredia
Universitat de Girona, España
ingridhg22@gmail.com



ISSN: 2603-9982

Sánchez-Cruzado, C., Sánchez-Compañía, M.T. y Macías-García, J.A. (2018). Flipped classroom como estrategia metodológica para mejorar la competencia en trabajo grupal en didáctica de la matemática. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 1(3), pp. 31-43.

FLIPPED CLASSROOM COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA MEJORAR LA COMPETENCIA EN TRABAJO GRUPAL EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Cristina Sánchez-Cruzado, Universidad de Málaga, España

María Teresa Sánchez-Compañía, Universidad de Málaga, España

Juan Antonio Macías-García, Universidad de Málaga, España

Resumen

En este artículo se presentan los resultados de una investigación cuasi-experimental, llevada a cabo en una asignatura del área de Didáctica de la Matemática, en la que se comparan la calidad de los trabajos grupales realizados en un grupo experimental, donde se ha implementado la metodología “flipped classroom”, con los trabajos desarrollados en un grupo control, en el que se han impartido clases de forma tradicional. Tras el análisis, se evidencia que la metodología “flipped classroom” favorece y fomenta el trabajo colaborativo y cooperativo. Se obtienen trabajos de mayor calidad, que se corresponden con la adquisición de competencias propias y necesarias del futuro profesorado de educación primaria.

Palabras clave: didáctica de la matemática, trabajo colaborativo, aula invertida, competencias.

Flipped classroom as a methodological strategy to improve competences in groupal work in the didactics of mathematics

Abstract

This article shows the results of a quasi-experimental research carried out in a subject within the Didactics of Mathematics area, in which the quality of the group work carried out in an experimental group, is compared with the one done in a control group. This will highlight where the flipped classroom model has been implemented, against those developed in a control group, where classes have been taught in a traditional way. After the analysis, it is evident that the “flipped classroom” methodology, favors and encourages collaborative and cooperative work. Higher quality work is obtained, which corresponds to the acquisition of competences necessary for the future teachers of primary education.

Keywords: didactics of mathematics, collaborative work, flipped classroom, competences.

INTRODUCCIÓN

En el actual sistema educativo, se espera que el futuro profesorado de educación primaria, adquiera una serie de competencias, entre las que destacan el desarrollo de habilidades para trabajar en grupo. Existe la necesidad de utilizar metodologías que favorezcan la adquisición de este tipo de competencias en el aula, como por ejemplo la “flipped classroom”.

Las competencias generales y específicas de la asignatura Didáctica de la Medida, de cuarto curso del grado de Educación Primaria de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga, inciden en fomentar ciertas habilidades en el alumnado y futuro docente, que en ocasiones son difíciles de alcanzar, con el planteamiento de una clase magistral tradicional, o bien no se alcanzan con la profundidad deseada.

Estas competencias, inciden en la colaboración, trabajo en grupo y respeto a la diversidad, en el diseño, planificación y evaluación de procesos de enseñanza y aprendizaje, tanto individualmente como en colaboración con otros/as docentes (competencias mínimas del Real Decreto 1393/2007, Anexo I, apartado 3).

Hacen hincapié en el diseño y regulación de espacios de aprendizaje en contextos de diversidad, y que atiendan a la igualdad de género, a la equidad y al respeto a los derechos humanos, que fomenten la convivencia en el aula y fuera de ella, resolver problemas de disciplina y contribuir a la resolución pacífica de conflictos. Se añaden entre las competencias, que se adquieran hábitos y destrezas para el aprendizaje autónomo y cooperativo, y promoverlo entre los/las estudiantes, y finalmente fomentar actitudes y conductas positivas hacia la matemática y su didáctica, estimulando el esfuerzo, la disciplina, la convivencia, la igualdad y la diversidad en la educación matemática (Orden ECI/3857/2007, apartados 3 y 5).

Todas estas competencias, se deben alcanzar una vez superada la asignatura, y con una metodología tradicional, son difícilmente desarrollables. Son necesarios entornos de trabajo, que faciliten la adquisición de este tipo de competencias, lejos de la rigidez del aula inamovible tradicional.

Por otro lado, las tecnologías de la información y comunicación (TIC), aplicadas a los procesos educativos, han provocado transformaciones que afectan tanto al modo en que se aprende como a las competencias de comunicación y digitales, que tanto discentes como docentes deben desarrollar. Hernández (2008) considera, además, que las nuevas tecnologías, utilizadas como herramientas constructivistas, crean una experiencia diferente en el proceso de aprendizaje entre los estudiantes, se vinculan con la forma en la que ellos aprenden mejor, y funcionan como elementos importantes para la construcción de su propio conocimiento.

Se deben plantear nuevas metodologías que hagan confluir en los propósitos del Espacio Europeo de la Educación Superior (EEES), que incluyan componentes didácticos que cumplan los retos fundamentales de ese EEES. Por un lado, deberían preparar a la nueva generación para papeles en un futuro mundo laboral impreciso, adquiriendo conocimientos y competencias, que los capacite para participar como ciudadanos activos en una sociedad democrática, y además poder asumir sus responsabilidades personales (Huber, 2008).

Tourón y Santiago (2015), plantean una lista de características que debe tener la educación actual, frente a lo que ya forma parte de la educación tradicional, que consideran como no deseables. Se necesita que el estudiante se sitúe como centro del proceso educativo, que el profesor actúe de guía en el aprendizaje, es imprescindible el uso de Internet para obtener una visión plural de los temas, los fallos y errores cometidos, deben considerarse como parte del proceso de aprendizaje, es necesario un currículo diferenciado y personalizado, la evaluación debe plantearse formativa y continua, el aprendizaje debe ser multisensorial y activo, los alumnos deben actuar como consumidores y productores de contenidos, los discentes deben participar y hablar más en clase que el profesor, la

tecnología, debe estar integrada en el currículo, la resolución de conflictos en grupo, se plantea como oportunidad de crecimiento, y además el aprendizaje debe ser social y emocional.

Entre las posibles metodologías que pueden favorecer estas características, se encuentra la denominada aula invertida, clase invertida o “flipped classroom”, que ofrece un modelo integrado de gran potencial pedagógico, en el que se atienden de manera personalizada las necesidades de aprendizaje de cada estudiante, y pueden dar respuesta a la mayoría de deseos que Tourón y Santiago (2015) especifican.

Bergmann y Sams (2012), fueron los que popularizaron este término, y en su libro, se especifica que en una “flipped classroom”, lo que se hacía tradicionalmente en clase ahora se hace en casa, y lo que tradicionalmente se hacía en casa, ahora se completa en clase.

Una vez se libera el tiempo en el aula dedicado a la clase magistral, este tiempo se invierte en actividades que fomenten la participación del alumno en clase, mediante preguntas, resolución de problemas, desarrollo de proyectos y aplicación de ideas y conceptos, métodos constructivistas de enseñanza-aprendizaje (Santiago, 2013).

La organización Project Tomorrow (2015), lleva realizando estudios del impacto que las “flipped classroom” tienen en el aula desde 2012, y los resultados van mejorando cada año.

En uno de los últimos informes, se muestra el incuestionable resultado positivo obtenido para el profesorado. De los 450 profesores entrevistados, el 88% afirma haber obtenido una mejora en el trabajo realizado, y de ellos, el 46% una mejora realmente significativa, lo más destacado es que el 99% afirma que volverá a utilizar el método en próximos cursos.

Respecto al impacto en estudiantes, el 67% mejora los resultados en sus pruebas de evaluación, en especial los alumnos con necesidad de una adaptación curricular, y el 80% se muestra más motivado.

El sentido común hace que, en infinidad de ocasiones, el profesorado desplace fuera del aula contenidos más teóricos y procedimentales, colgando en campus virtual dicho contenido, grabaciones con explicaciones por temas, películas o reportajes relacionados con la temática a estudio. De esta forma, gana tiempo en el aula para otras tareas. Se invierten los roles de trabajo, y durante el tiempo en clase se profundiza en tareas que requieren mayor colaboración e interacción con los compañeros, se dedica el tiempo a actividades prácticas guiadas por el profesor. Se trata de un aprendizaje, que potencia el aprendizaje activo, el trabajo colaborativo y el trabajo mediante proyectos entre otros (Sánchez, Ruiz y Sánchez, 2014; Rotellar y Cain, 2016).

Otra razón de gran importancia por la que se apuesta por esta metodología, es la adaptabilidad a los distintos ritmos de aprendizajes. La atención a la diversidad, no deja de ser en muchas ocasiones una asignatura pendiente en nuestro sistema educativo. Mediante las “flipped classroom”, se plantea la posibilidad de trabajar con un método que, ya de partida, nace para adaptarse a las necesidades de alumnas y alumnos.

El alumnado, además, demanda poder disponer de más tiempo, un lugar de encuentro, y esa figura de guía y orientación que representa el o la docente, para la realización de las actividades que se plantean en las distintas asignaturas. La elaboración adecuada de estas actividades, permitirá desarrollar las competencias esenciales en su formación como futuros docentes, y, no menos importantes para ellos, darles una calificación final. En muchas ocasiones, el alumnado muestra su malestar al tener que realizar actividades en grupo, por las dificultades logísticas que se les presentan. Les cuesta compatibilizar vidas familiares, laborales y académicas.

Las dificultades que aparecen a la hora de realizar actividades en grupo, desembocan muchas veces, en trabajos que se entregan como recortes pegados de forma artificial y faltos de cohesión. Se organizan por el propio grupo, haciendo un reparto más o menos equitativo de los contenidos y tareas a realizar. Concretamente en el área de didáctica de la matemática, se observan propuestas didácticas

desarrolladas, que no presentan una secuencia del todo lógica en el proceso de enseñanza-aprendizaje, o que repiten el mismo tipo de actividades, sin enfocarlas en las distintas competencias matemáticas, pensar y razonar, comunicar, representar y simbolizar, argumentar, modelizar, plantear y resolver problemas (Niss, 2003). En un trabajo grupal, es fundamental la puesta en común, la toma de decisiones colectiva, la organización y planificación, lejos de ese reparto de tareas que se acaba realizando de forma individual y aislada.

Es importante conocer las múltiples ventajas que proporciona la realización de trabajos realmente grupales, en sus diferentes modalidades. El proceso enseñanza-aprendizaje mejora notablemente, facilitando el aprendizaje colaborativo, cooperativo o entre pares.

Vygotsky (1979) plantea que el aprendizaje no se debe considerar como una acción individual, sino social. La construcción de conocimiento, se da como resultado de interacciones sociales, y del uso del lenguaje. Es por ello que las teorías de aprendizaje de Vygotsky, tienen especial interés en el aprendizaje colaborativo y/o cooperativo. En este entorno se realizan un mayor intercambio social, cultural y de ideas, lo que fomentará el aprendizaje.

Slavin define el aprendizaje cooperativo como “una serie de métodos de enseñanza en los que los alumnos trabajan en grupos pequeños para ayudarse a aprender entre ellos mismos” (Slavin, 2002, p. 9).

Una definición también acertada de aprendizaje cooperativo, es aquella que lo define como “método pedagógico basado en el trabajo en equipo cuya finalidad es alcanzar determinados fines comunes, como son la apropiación de conocimientos, y en los que intervienen y son responsables todos y cada uno de los miembros del equipo” (Van Assendelft, de Coningh, González Díaz y López Ramón, 2013, p.2).

Realmente en este trabajo de investigación, se pone el foco en los resultados que se obtienen de un trabajo elaborado en grupo, independientemente de si se ha realizado de forma cooperativa o colaborativa, no es el objetivo de esta investigación, destacar o diferenciar ambos tipos de aprendizaje.

La “flipped classroom”, tiene mucho más sentido junto con el aprendizaje cooperativo y/o colaborativo, y prácticamente no se puede hablar de clase invertida sin hacer mención a este tipo de aprendizaje.

Cuando se habla de aprendizaje colaborativo, cabe añadir el aprendizaje entre pares. Uno de los promotores del aprendizaje entre pares, fue Mazur (2013), que ya desde 1997 proponía dar la vuelta a la clase, tratando de hacer que los propios estudiantes expliquen unos a otros distintos contenidos, cuestiones y situaciones que se plantean, de acuerdo a la asignatura que se está desarrollando.

Crouch, Watkins, Fagen y Mazur (2007), añaden además la necesidad de crear una atmósfera de cooperación en el aula, lejos del habitual planteamiento de competencia entre compañeros. Una actitud competitiva entre iguales es totalmente incompatible con la colaboración.

Por su parte DeLozier y Rhodes (2016), destacan en su estudio que el trabajo en grupo ayuda a mejorar otro tipo de habilidades, como son el desarrollo de liderazgo, la capacidad de trabajar en equipo y construir las bases de la solidaridad. Estas cualidades, si bien no son de índole académico, si son de gran importancia para su futuro como miembros de una sociedad.

Strayer (2012) pudo comprobar en su investigación, que los estudiantes están más abiertos al aprendizaje colaborativo en una “flipped classroom” que en una clase tradicional. En su estudio, obtuvo una muy buena valoración sobre aprender con compañeros en el grupo experimental de su investigación, donde se desarrolló la asignatura con una metodología “flipped classroom”. Por otro lado, en el grupo de control de ese mismo estudio, en el que se impartió la materia en una clase

tradicional, ante la pregunta a los discentes sobre qué mejorarían en el proceso de enseñanza-aprendizaje, el alumnado propuso como mejoras, el realizar más tareas de grupo.

Distintos autores como Kuiper, Carver, Posner y Everson (2015) entre otros, destacan como positiva la experiencia del modelo “flipped classroom”, porque personaliza e incrementa la interacción y tiempo de contacto entre alumnado y profesorado, enseña a los discentes a aprender de manera independiente, de una manera constructivista, los contenidos quedan archivados, pueden ser revisados a lo largo del tiempo, y compromete al alumnado con su aprendizaje. Es una combinación equilibrada de instrucciones directas, con un aprendizaje constructivista.

PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN

Se debe enfocar la atención de una investigación en problemas prácticos, desde dentro del propio entorno educativo (Walker, 1989). El desarrollo de la metodología “flipped classroom”, durante un curso académico, requiere una inversión importante de tiempo y recursos, y el profesorado debe estar dispuesto a realizar dicha inversión (Mason, Shuman, y Cook, 2013).

En esta experiencia, se cuenta con una profesora comprometida, con capacidad suficiente para estimular y motivar al alumnado a participar en él, que ha visto en esta alternativa, la metodología “flipped classroom”, una posible solución a distintos problemas en el aula, y como forma de mejora en el proceso enseñanza-aprendizaje.

La asignatura Didáctica de la Medida, se imparte en el 4º curso del grado de Educación Primaria, y para su evaluación, se tuvieron en cuenta un examen final, los trabajos grupales, la asistencia y participación en el aula.

Se informó al alumnado, de la realización y participación de este trabajo de investigación, solicitando su consentimiento y compromiso con el mismo. De cualquier forma, el alumnado dispone de la posibilidad de cambiar de grupo, en el caso de no querer participar de esta alternativa metodológica.

Para elaborar los trabajos grupales, en cada clase, se forman agrupaciones con mínimo tres personas y máximo cinco. El trabajo más relevante que se les plantea, es diseñar una propuesta didáctica original y creativa para trabajar algunos de los contenidos de la asignatura, en un aula real o imaginaria de educación primaria. Disponen de total libertad para utilizar cualquier metodología, contenido, estructura de realización y presentación. De esta forma, se pretende fomentar las competencias en las que se desarrollen aspectos como autonomía, aprender a aprender y creatividad.

En la búsqueda de una forma de mejorar los trabajos grupales en el área de didáctica de la matemática, y con ello, el aprendizaje colaborativo y cooperativo, se desarrolló una propuesta de implementación de la metodología “flipped classroom”, en dos de las tres aulas en la que se impartió la asignatura.

Desarrollo de la metodología “flipped classroom” en el aula

Para la implementación de la propuesta, se grabaron sendas explicaciones sobre, definiciones de magnitud, medida, cantidad de medida, cálculos de errores absolutos y relativos, sobre cálculo de áreas y perímetros, sobre el tratamiento de variables cualitativas, cuantitativas (discretas y continuas), medidas de dispersión y medidas de centralización, para los tipos de variables mencionados. Además, se preparan una serie de actividades para valorar los conocimientos adquiridos en casa, y otras a desarrollar en clase, mediante trabajos colaborativos, a los que se denominan talleres. Una de estas actividades se puede observar en la figura 1.

B) ESTIMACIÓN Y MEDIDA DE CANTIDADES.

Utilizando instrumentos y estrategias adecuados, mide cada cantidad y escribe en el siguiente cuadro la medida obtenida junto con la media aritmética anterior.

Cantidad	Medida obtenida	Medida estimada por la media aritmética	Error absoluto cometido	Error relativo cometido
a) Longitud de la mesa del profesor				
b) La superficie de la pizarra				
c) El perímetro de la figura A				
d) La superficie de la figura A				
e) El volumen interior o capacidad de la papelera				
f) El volumen del aula				
g) El peso/masa de la silla en que te sientas				
h) El peso/masa de una canica				
i) El número de canica que caben en una lata de <u>cocacola</u> .				
j) El peso/masa de una lenteja				
k) El número de lentejas que caben en una lata de <u>cocacola</u>				
l) El grosor de un folio				

Figura 1: Ejemplo de actividad dentro de taller en el aula

En la primera sesión, y siguiendo con las indicaciones de Rotellar y Cain (2016), la profesora realiza una explicación en profundidad, de cómo van a transcurrir las siguientes sesiones, basadas en la metodología de la clase invertida. Explicará qué deben hacer previamente a la sesión en clase, qué se va a hacer en el aula, y cómo van a desarrollarse el resto de sesiones. Se les debe hacer consciente de este nuevo cambio de rol, y hacerlos responsables de su aprendizaje.

Tras esta primera sesión, informativa e introductoria a la clase invertida, se inicia el proceso. El alumnado comienza a ver en casa, o al menos fuera del aula, los vídeos seleccionados previamente por la profesora. En cada sesión en el aula, se realizan las actividades que muestran y evalúan conocimientos adquiridos con los vídeos, como el ejemplo de la figura 1. Inicialmente se resuelven las dudas que aparecen, para después, continuar la sesión realizando la propuesta didáctica, trabajo grupal de mayor peso, que pone en práctica conceptos explicados en los vídeos, así como otros conceptos en los que se profundiza en la clase. Durante su desarrollo deben mostrar, además, el resto de las competencias que están alcanzando, autonomía, aprender a aprender, creatividad, etc.

Objetivos

Analizar si al introducir la metodología “flipped classroom” en el aula de Didáctica de la Medida, se consigue una mejora significativa en los trabajos en grupo, que se plantean como actividad principal en la asignatura.

Metodología

Se ha diseñado una investigación con metodología cuasi experimental, que prueba relaciones de causalidad, pero a diferencia de la estrategia experimental, los grupos de control y experimental, no se forman al azar, sino que se utiliza la agrupación de alumnado, realizada previamente por la ordenación académica de la facultad. En este caso, se cuenta con tres clases diferentes de 4º grado, a

los que se les impartió la misma asignatura, Didáctica de la Medida en el curso 2016-2017, en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga.

Por medio de un diseño cuasi-experimental, se pueden aproximar los resultados a los de una investigación experimental, en situaciones en las que no es posible el control y manipulación absolutos de las variables, ni se pueden controlar todas las variables. En este trabajo de investigación, la variable dependiente será el resultado de la evaluación de los trabajos grupales, siendo la variable independiente, que se corresponde con el tratamiento experimental, la aplicación de la estrategia metodológica “flipped classroom”.

Los grupos experimentales, son aquellos a los que se les aplica tratamientos experimentales y se les toman medidas oportunas. A los grupos de control solo se les toman medidas. Se ha tratado de controlar o bien neutralizar, cualquier fuente extraña que pueda hacer variar los resultados, confundiendo los posibles efectos del tratamiento experimental a estudio. Sin embargo, somos conscientes de la dificultad de controlar estos efectos (Campbell y Stanley, 1973). Deseamos conocer, si realmente son mejores los trabajos en grupo realizados dentro de una clase en la que la metodología utilizada es la “flipped classroom”, frente a trabajos realizados por el alumnado que asiste a una clase tradicional, de una misma asignatura con la misma profesora.

Se dispone de un grupo de control, con 79 discentes, donde se ha trabajado con una metodología tradicional, y un grupo experimental formado por dos clases, con un total de 147 alumnas y alumnos, en el que se ha trabajado con metodología “flipped classroom”.

En adelante se va a denominar al grupo control GC, y al grupo experimental GE. Se hizo una observación previa del alumnado participante para comprobar su homogeneidad. Se pudo comprobar que ambos grupos eran similares, con características bastante homogéneas, sin diferencias que se consideren destacables, tanto a nivel académico, como en cuanto a capacidades, aptitudes y actitudes.

Muestra

La muestra está compuesta por un total de 226 alumnas y alumnos, de 4º curso de Didáctica de la Matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga, que cursaron la asignatura durante el curso académico 2016/2017. Este alumnado estaba repartido en tres clases, el grupo 1, con 79 personas, seleccionados como grupo control, el grupo 2, con 75 y el grupo 3, con 72 alumnas y alumnos, que forman en su conjunto el grupo experimental.

Se ha optado por un muestreo incidental o casual, seleccionando los individuos a los que se tiene fácil acceso. Como en cualquier muestreo incidental, se seleccionan de forma directa e intencionada los individuos de la población. En este caso, se toma como muestra los propios alumnos de los que dispone la profesora participante, que se prestan a participar en la investigación de forma voluntaria.

Instrumento

Para la evaluación y calificación de la actividad, denominada como trabajo grupal, tanto en el grupo control como en el experimental, se siguen los criterios que vienen especificados en la tabla 1.

La tabla 1, se corresponde con una rúbrica, que ha ido evolucionando y depurándose, a lo largo de distintos cursos académicos. Se diseñó para poder valorar de forma detallada, y lo más justa posible, los distintos ítems que caracterizan la calidad de la propuesta didáctica solicitada al alumnado, como tarea importante en su evaluación final. Esta rúbrica, se presenta previamente al alumnado, para que tenga conocimientos de cuáles son los puntos más o menos valorados a la hora de realizar la actividad.

Para cada criterio de evaluación, se rellena en la columna pertinente, según se han cubierto las expectativas de ese punto en “Nada” o su elaboración está “Mal”, “Poco o Bajo”, “Algo o Regular”,

“Bastante o Bien”, “Mucho o Muy Bien”. Al final, en función del peso de cada uno de los criterios de evaluación se obtendrá un valor numérico entre 0 y 10 para los trabajos presentados.

Tabla 1. *Criterios de evaluación*

		Nada/Mal	Poco/Bajo	Algo/Regular	Mucho/Muy bien	Peso
<i>N</i>		<i>0,00%</i>	<i>25%</i>	<i>50%</i>	<i>100%</i>	<i>10</i>
Aspectos formales	Claridad índice de contenidos					0.4
	Orden estructura del trabajo					0.4
	Redacción correcta y coherente					0.6
Propuesta de intervención	Marco contextualizador.					0.5
	Análisis crítico y reflexivo del libro de texto como base para la propuesta de intervención.					1
	Diseño original de una propuesta de intervención autónoma.					1
	Aplicación correcta marco teórico legislativo.					0.6
	Adecuación de la propuesta al curso.					0.5
	Diseño de actividades de resolución de problemas.					1
	Diseño de actividades de razonamiento y demostración.					1
	Diseño de actividades de comunicación matemática.					1
	Diseño de actividades de representación.					1
	Propuesta de evaluación original.					0.5
	Referencias bibliográficas y citas adaptadas a la norma APA actual.					0.5

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Para analizar los efectos obtenidos, se observan con detalle los resultados alcanzados, tanto en los exámenes realizados, como en los trabajos grupales presentados de acuerdo a los criterios mostrados en la tabla 1.

Sobre las notas medias finales (que incluyen exámenes, trabajos grupales, asistencia y participación), de las calificaciones del alumnado, se puede decir que han sido bastante similares tanto en el GE como el GC, incluso se puede puntualizar que son levemente superiores en el caso del GC.

Sin embargo, y como era deseable, hay que destacar la calidad de los trabajos que se han presentado en el grupo GE. En este caso, son trabajos mucho mejor elaborados, ordenados, coherentes y originales.

En la tabla 2, se exponen los resultados de las calificaciones de los trabajos de los grupos GE y GC, donde E se corresponde con las calificaciones numéricas contenidas entre 0 puntos y menor de 3 puntos sobre 10 puntos; D recoge aquellos estudiantes que obtienen entre un 3 y menor de 5 sobre

10; C incluye los alumnos entre 5 y menor de 7; B aquellos que tienen entre 7 y menor de 8,5, y finalmente A, entre 8,5 y 10 puntos.

Tabla 2. *Calificaciones trabajo grupal, comparativa GE y GC*

GRUPO Experimental (GE-Con metodología FC)			GRUPO Control (GC- Con método tradicional)		
Número alumnos	Calificación trabajo grupal	%	Número alumnos	Calificación trabajo grupal	%
47	A	31,97%	7	A	8,86%
34	B	23,13%	20	B	25,32%
39	C	26,53%	28	C	35,44%
17	D	11,56%	22	D	27,85%
10	E	6,80%	2	E	2,53%
147		100,00%	79		100,00%

Resulta evidente comprobar, que las calificaciones de los trabajos grupales del grupo GE, son en un 31,97% del tipo A, o lo que tradicionalmente es considerado un sobresaliente, frente al 8,86% del GC. La diferencia es realmente significativa.

Un 55,1% ha obtenido una A o B en su calificación en el grupo GE, frente al 34,18% del grupo GC.

Respecto a las calificaciones más bajas, solo el 18,36% del grupo GE no ha aprobado el trabajo grupal frente al 30,38% del grupo GC. De nuevo es una diferencia a considerar.

Profundizando un nivel más en este análisis, tabla 3, se constata además, que las calificaciones tipo A en los trabajos, no son exclusivas de aquel alumnado cuya calificación final es también tipo A, o sobresaliente, en el grupo GE. Se puede comprobar que un 46,81% de los discentes, que obtienen la máxima calificación en los trabajos grupales, a su vez han obtenido máxima calificación en la propia asignatura, un 29,79% su puntuación es tipo B (entre 7 y menor de 8,5) y, por último, un 23,4% corresponde a la calificación C (entre 5 y menor de 7).

Sin embargo, en el grupo GC, el 85,71% de los 79 estudiantes, que obtiene la máxima puntuación en los trabajos grupales, tiene además la máxima puntuación en la calificación final. El 14,29% restante, tiene como calificación final, una nota tipo B.

Tabla 3. Calificaciones finales GE y GC, comparadas según notas trabajos grupales aptos

GRUPO E			GRUPO C		
TRABAJOS CON A (Más de 8,5)					
Calificación final	Número alumnos	%	Calificación final	Número alumnos	%
Más de 8,5	22	46,81%	Más de 8,5	6	85,71%
Entre 7 y 8,5	14	29,79%	Entre 7 y 8,5	1	14,29%
Entre 5 y 7	11	23,40%	Entre 5 y 7	0	0,00%
Entre 3 y 5	0	0,00%	Entre 3 y 5	0	0,00%
Menos de 3	0	0,00%	Menos de 3	0	0,00%
TRABAJOS CON B (Entre 7 y 8,5)					
Calificación final	Número alumnos	%	Calificación final	Número alumnos	%
Más de 8,5	8	23,53%	Más de 8,5	9	45,00%
Entre 7 y 8,5	13	38,24%	Entre 7 y 8,5	6	30,00%
Entre 5 y 7	13	38,24%	Entre 5 y 7	5	25,00%
Entre 3 y 5	0	0,00%	Entre 3 y 5	0	0,00%
Menos de 3	0	0,00%	Menos de 3	0	0,00%
TRABAJOS CON C (Entre 5 y 7)					
Calificación final	Número alumnos	%	Calificación final	Número alumnos	%
Más de 8,5	3	7,69%	Más de 8,5	13	46,43%
Entre 7 y 8,5	11	28,21%	Entre 7 y 8,5	5	17,86%
Entre 5 y 7	17	43,59%	Entre 5 y 7	10	35,71%
Entre 3 y 5	4	10,26%	Entre 3 y 5	0	0,00%
Menos de 3	4	10,26%	Menos de 3	0	0,00%

En contraposición, en la tabla 4, se puede observar que en grupo GC, incluso el alumnado con notas brillantes en su examen final, y otros aspectos que están incluidos en la calificación definitiva, como la asistencia a clase, por ejemplo, han realizado trabajos verdaderamente mediocres, algunos ni tan siquiera llegando al mínimo, para ser considerados aptos.

Un 27,27% del alumnado que obtiene una calificación en el trabajo grupal entre 3 y 5 puntos, que se incluyen en la calificación D, ha obtenido más de un 8,5 en su nota final. En estos casos, la profesora puntualiza que se les dan ciertas indicaciones de mejoras a posteriori, para evitar que la calificación final baje de forma importante. Estas mismas indicaciones se facilitan al resto de alumnado, pero habitualmente solo algunos, hacen un esfuerzo extraordinario para mejorar su calificación final.

Tabla 4. *Calificaciones finales GE y GC, comparadas según notas trabajos grupales no aptos*

GRUPO E			GRUPO C		
TRABAJO CON D (Entre 3 y 5)					
Calificación final	Número alumnos	%	Calificación final	Número alumnos	%
Más de 8,5	0	0,00%	Más de 8,5	6	27,27%
Entre 7 y 8,5	2	11,76%	Entre 7 y 8,5	2	9,09%
Entre 5 y 7	10	58,82%	Entre 5 y 7	12	54,55%
Entre 3 y 5	5	29,41%	Entre 3 y 5	0	0,00%
Menos de 3	0	0,00%	Menos de 3	2	9,09%
TRABAJO CON E (Menos de 3)					
Calificación final	Número alumnos	%	Calificación final	Número alumnos	%
Más de 8,5	0	0,00%	Más de 8,5	0	0,00%
Entre 7 y 8,5	2	20,00%	Entre 7 y 8,5	0	0,00%
Entre 5 y 7	5	50,00%	Entre 5 y 7	2	100,00%
Entre 3 y 5	1	10,00%	Entre 3 y 5	0	0,00%
Menos de 3	2	20,00%	Menos de 3	0	0,00%

En definitiva, el alumnado del grupo GE, ha obtenido mejores resultados en los trabajos grupales de acuerdo a los criterios de evaluación marcados en la tabla 1, y que han sido comunes para ambos grupos.

Con este análisis, podemos llegar a evidenciar que la metodología “flipped classroom”, realmente favorece y fomenta el trabajo colaborativo y cooperativo. Los trabajos presentados en el GE, han sido mucho más cohesionados, elaborados, en los que se percibe una tutorización cercana y continua, y cuyas creativas presentaciones, han dado certeza de la adquisición de las competencias a alcanzar en el transcurso de la asignatura.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos a priori, muestran que realmente mediante la “flipped classroom”, el futuro profesorado de educación primaria, consigue desarrollar las competencias relacionadas con el trabajo grupal, imprescindibles en el paradigma educativo.

Por otro lado, es una metodología que se adapta a los distintos ritmos de aprendizaje, característica destacada por la mayoría de los autores, entre ellos Davies, Dean y Ball (2013), quienes han observado cómo cada estudiante puede centrar su esfuerzo en sus propias necesidades de aprendizaje, sin tener que quedarse atrás en una clase que va demasiado rápida, o llegar a aburrirse cuando se tratan contenidos que ya conoce.

La metodología “flipped classroom”, favorece y fomenta en gran medida el trabajo colaborativo y/o cooperativo. En este estudio, se comprueba además, que la calidad de los trabajos grupales, traducido

en notas altas, no son exclusivas del alumnado considerado sobresaliente. Alumnos y alumnas con aprobados en sus exámenes, consiguieron notas sobresalientes en los trabajos grupales. Consiguen desarrollar y mostrar otras competencias, más allá de los contenidos meramente instrumentales que se podrían evidenciar en una prueba escrita tradicional, o en actividades realizadas de forma individual en el aula, tras una explicación magistral.

De todas formas, y siendo una investigación cuasi-experimental, en la que no se pueden controlar todos los factores que podrían influir en los resultados, ni se ha podido realizar esa selección aleatoria de los grupos experimental y control, no podríamos afirmar con rotundidad, que los efectos tan favorables, dependan exclusivamente de la implementación de la metodología “flipped classroom”. A pesar de esto, se hizo una valoración inicial, para comprobar la homogeneidad del grupo, de forma que se pudieran paliar esos factores descontrolados.

Al mismo tiempo que el alumnado demandaba ese espacio, para realizar las tareas grupales, ha valorado las posibilidades que se presentan ante ellos, proponiendo que debería tomar más peso ese trabajo grupal, que tanto esfuerzo y satisfacciones les ha proporcionado.

En la misma forma en la que se ha modificado la estrategia metodológica en el aula, se debe replantear la manera de evaluar las competencias, adquiriendo mayor protagonismo el trabajo grupal en los procesos de evaluación. Esa ha sido la línea de trabajo que ha continuado esta investigación, la modificación y mejora del proceso de evaluación.

REFERENCIAS

- Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Flip Your Classroom : Reach Every Student in Every Class Every Day*. Eugene, US: ISTE. Recuperado a partir de <http://site.ebrary.com/lib/alltitles/docDetail.action?docID=10759765>.
- Campbell, D. T. y Stanley, J. C. (1973). *Diseños Experimentales y Cuasi-Experimentales en la Investigación Social*. Amorrortu. Buenos Aires, 1982.
- Crouch, C. H., Watkins, J., Fagen, A. P., & Mazur, E. (2007). Peer instruction: Engaging students one-on-one, all at once. *Research-Based Reform of University Physics*, 1(1), 40-95.
- Davies, R. S., Dean, D. L., & Ball, N. (2013). Flipping the classroom and instructional technology integration in a college-level information systems spreadsheet course. *Educational Technology Research and Development*, 61(4), 563-580. <https://doi.org/10.1007/s11423-013-9305-6>.
- DeLozier, S. J., & Rhodes, M. G. (2016). Flipped Classrooms: a Review of Key Ideas and Recommendations for Practice. *Educational Psychology Review*, 1-11. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9356-9>.
- España (2007). Orden ECI/3857, de 27 de diciembre de 2007, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 312, 53747-53750.
- España (2007). Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 293, 53-93
- Hernández Requena, S. R. (Ed.). (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías, aplicado en el proceso de aprendizaje. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento, RUSC*, 5(2), 26-35.
- Huber, G. L. (2008). Aprendizaje activo y metodologías educativas Active learning and methods of teaching. *Revista de Educación*, 59, 59-81.
- Kuiper, S. R., Carver, R. H., Posner, M. A., & Everson, M. G. (2015). Four Perspectives on Flipping

- the Statistics Classroom: Changing Pedagogy to Enhance Student-Centered Learning. *PRIMUS*, 25(8), 655-682. doi: [10.1080/10511970.2015.1045573](https://doi.org/10.1080/10511970.2015.1045573).
- Mason, G. S., Shuman, T. R., & Cook, K. E. (2013). Comparing the Effectiveness of an Inverted Classroom to a Traditional Classroom in an Upper-Division Engineering Course. *IEEE Transactions on Education*, 56(4), 430-435. <https://doi.org/10.1109/TE.2013.2249066>.
- Mazur, E. (2013). *Peer Instruction: Pearson New International Edition: A User's Manual* (Edición: 01). Harlow: PEARSON EDUCATION LTD.
- Niss, M. (2003). Quantitative Literacy and Mathematics Competencies. En *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, 215-220. National Council on Education Disciplines. Recuperado a partir de http://www.maa.org/ql/pgs215_220.
- Project tomorrow. (2015). *Speak Up 2014 National Reserch Project Findings: Flipped Learning continues to trend for third year* (Speak Up 2014 National Data) (p. 4). Irvine- California. Recuperado a partir de http://www.tomorrow.org/speakup/2015_FlippedLearningReport.html
- Rotellar, C., & Cain, J. (2016). Research, Perspectives, and Recommendations on Implementing the Flipped Classroom. *American Journal of Pharmaceutical Education*, 80(2), 34. <https://doi.org/10.5688/ajpe80234>.
- Sánchez Rodríguez, J., Ruiz Palmero, J., & Sánchez Rivas, E. (2014, noviembre). *Flipped Classroom, una experiencia de enseñanza abierta y flexible*. Presentado en XVII Congreso Internacional Edutec, Córdoba(España). Recuperado a partir de <http://riuma.uma.es/xmlui/handle/10630/8431>.
- Santiago, R. (2013, junio 22). Visión – What is the Flipped Classroom. Recuperado a partir de <http://www.theflippedclassroom.es/what-is-innovacion-educativa/>
- Slavin, R. E. (2002). *Aprendizaje cooperativo: teoría, investigación y práctica*. Aique Buenos Aires
- Strayer, J. F. (2012). How learning in an inverted classroom influences cooperation, innovation and task orientation. *Learning Environments Research*, 15(2), 171-193. <https://doi.org/10.1007/s10984-012-9108-4>.
- Tourón, J., & Santiago, R. (2015). El modelo Flipped Learning y el desarrollo del talento en la escuela. *Revista de Educación*, 368, 196-231. doi: [10.4438/1988-592X-RE-2015-368-288](https://doi.org/10.4438/1988-592X-RE-2015-368-288).
- Van Assendelft, F., de Coningh, C. A., González Díaz, C., & López Ramón, J. A. (2013). Aprendizaje cooperativo y flipped classroom. Ensayos y resultados de la metodología docente. Alicante: Universidad de Alicante.
- Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.
- Walker, R. *Métodos de investigación para el profesorado*. Capítulo I y II. Ed. Morata, Madrid.

Cristina Sánchez-Cruzado
Universidad de Málaga, España
cristinasanchez@uma.es

María Teresa Sánchez-Compañía,
Universidad de Málaga, España
teresasanchez@uma.es

Juan Antonio Macías-García,
Universidad de Málaga, España
juamacgar@uma.es



El equipo editorial de MES agradece la colaboración como referees durante el año 2018 en el volumen número uno a:

Fernando Enrique Almaraz Menéndez

Clara Argudo Osado

José Carlos Casas del Rosal

Erika Franco Buritica

María Pilar Gutiérrez Arenas

David Gutiérrez Rubio

Francisco Jiménez Bernal

Noelia Jiménez Fanjul

Carmen López Esteban

María José Madrid Martín

Alexander Maz Machado

Juan Manuel Muñoz González

Carmen María León Mantero

Cristina Rodríguez Faneca

María Salgado Somoza

Miguel Ernesto Villarraga Rico



Obra publicada con [Licencia Creative Commons Atribución 3.0 España](https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/es/)

