Matemáticas, Educación y Sociedad

ISSN: 2603-9982
Matemáticas, Educación y Sociedad
http://mesjournal.es/
editor@mesjournal.es

Vol 5 No 3 (2022)

Matemáticas, Educación y Sociedad

Maz-Machado, A., Rodriguez, M., e Hidalgo-Méndez, M. A. (2022). Una mirada de género a la gestión de la investigación en Educación matemática en las universidades andaluzas. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, *5*(3), 1-9

ISSN: 2603-9982

UNA MIRADA DE GÉNERO A LA GESTIÓN DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LAS UNIVERSIDADES ANDALUZAS

Alexander Maz-Machado, Universidad de Córdoba, España

María Rodríguez Baiget, Universidad de Córdoba, España

María de los Ángeles Hidalgo-Méndez, Universidad de Córdoba, España

Resumen

La investigación sobre educación matemática que se ha desarrollado en las universidades andaluzas ha tenido repercusión y visibilidad en España en las dos últimas décadas. En la actualidad los normales procesos de jubilación del profesorado y la incorporación de nuevos investigadores al área hace necesario si por ejemplo se mantiene el ritmo de producción de tesis doctorales o como es la conformación de los diferentes grupos de investigación de esta área de conocimiento en Andalucía. Se ha realizado un estudio descriptivo y censal centrado en aspectos de género a partir de las páginas web de cada universidad y la consulta en la base de datos de tesis doctorales españolas TESEO. Se han obtenido datos que avalan la continuidad en la producción doctoral y se han corregido algún tipo de sesgo de género que se evidenciaba en estudios anteriores. Por otra parte, hay 9 grupos de investigación en Educación matemática que agrupan a 130 investigadores.

Palabras clave: *Educación matemáticas, tesis doctorales, grupos de investigación, profesorado, universidad, gestión.*

A gender perspective on research management in mathematics education in Andalusian universities

Abstract

The research on mathematics education that has been developed in Andalusian universities has had repercussions and visibility in Spain in the last two decades. At present, the normal processes of faculty retirement and the incorporation of new researchers in the area make it necessary to determine whether, for example, the rate of production of doctoral theses is maintained or how the different research groups in this area of knowledge in Andalusia are formed. A descriptive and census study focused on gender aspects has been carried out based on the web pages of each university and the consultation in the database of Spanish doctoral theses TESEO. Data have been obtained that support the continuity in doctoral production and have corrected some gender biases that were evident in previous studies. On the other hand, there are 9 research groups in Mathematics Education that group 130 researchers.

Keywords: *Mathematics education, doctoral theses, research groups, faculty, university, management.*

Recibido: 26/10/2022; Aceptado:13/12/2022

INTRODUCCIÓN

En el año 1984 se crean las áreas de conocimiento y con ello se dio inicio al desarrollo de las diversas áreas de conocimiento científico en las universidades españolas. El primer paso fue consolidar las plantillas del profesorado y posteriormente empezar a implementar los programas de doctorado que cubriesen las carencias en esto, especialmente en las didácticas específicas. La Educación matemática no fue ajena y también siguió esta ruta de estabilización docente y la adscripción de los profesores del área de Didáctica de la Matemática en los nuevos Departamentos Universitarios que se crearon, se han producido según tres modelos diferentes.

El primer modelo consiste en la incorporación a Departamentos en compañía de distintas áreas de Matemáticas. El segundo modelo surge de la integración de profesores de Didáctica de la Matemática con profesores de otras áreas de Didácticas Especificas o relacionadas con los ámbitos pedagógicos, o sicológicos, para formar un Departamento de Didáctica. En el tercer modelo se da la constitución especifica de Departamentos de Didáctica de la Matemática, sólo con profesores del área de conocimiento (Torralbo y otros, 2001). En Andalucía el área de Didáctica de las Matemáticas se integró en Departamentos de Matemáticas, genéricos de educación o de didácticas específicas y tan solo en las Universidades de Granada y Sevilla constituyeron departamentos independientes de otras áreas.

Los estudios de doctorado en Didáctica de la Matemática tienen inicio en España en el curso 1988-89, en las universidades Autónoma de Barcelona, Granada y Valencia. Estos programas doctorales permitieron la consolidación académica y científica del profesorado del área (Rico, 1999).

A nivel internacional se han realizado diversos estudios bibliometricos, especialmente sobre la producción de artículos o de las propias revistas del área (Yik, 2022; Jiménez-Fanjul y otros, 2012; Julius, 2021; Ramírez & Rodriguez Devesa, 2019) o sobre los patrones de prodcutividad en Educación Matemática en determinados países (Deder & Özdemir, 2022).

El campo de la educación matemática en España ha sido objeto de diversos análisis. A modo de ejemplo se ha estudiado la producción de tesis doctorales, tanto a nivel global (Fernández-Bautista y otros, 2014) como en aspectos específicos como sus metodologías (Rico y otros, 2004), la dirección de las tesis y los tribunales que las evalúan (Maz-Machado y otros, 2012) o centrados en aspectos relacionados con el género (Vallejo y otros, 2009; Vallejo y otros, 2016). También se analizó la producción científica (Bracho y otros, 2012; Llinares, 2008).

En años reciente se vienen realizando estudios encaminados a analizar la composición de los grupos de investigación de las universidades andaluzas en todas las macro áreas (Maz-Machado y otros, 2019) y la propia área de conocimiento ha sido objeto de estudios de carácter bibliométrico en el pasado. Así, Maz-Machado (2011) y otros analizaron los simposios de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática hallando que la Universidad de Córdoba era la institución universitaria con la mayor producción en estos congresos. Diversos estudios señalan que durante cerca de tres décadas el Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada fue uno de los focos que lideraron el desarrollo del área en España (Fernández-Cano y otros, 2003; Vallejo-Ruíz y otros, 2007).

Los años no pasan en vano y con el transcurso del tiempo los investigadores que lideraron y muchos de los miembros del área de conocimiento, así como de los integrantes de los grupos de investigación se han marchado por jubilación o lamentablemente por fallecimiento. De tal forma que se ha dado un relevo generacional en las áreas y dadas las circunstancias gran parte de los nuevos miembros de esta comunidad científica y académica provienen de ámbitos dispares y no sólo de las matemáticas. Este cambio ha tenido repercusiones en las plantillas del profesorado, la formación doctoral y en la estructura de los propios grupos de investigación reconocidos por en el Plan Andaluz de Investigación (PAI). Según el ministerio de universidades (2022) para el curso 2020/2021 la edad media del profesorado del área de didáctica de las matemáticas en España era de 46,33 años y el 6,52% de la plantilla tiene 67 o más años, es decir en edad de jubilación.

El objetivo de este estudio es conocer cuál es el estado actual de la educación matemática en las universidades andaluzas a nivel del profesorado, la producción de tesis doctorales y la gestión tanto de los departamentos a los que se ha adscrito el área, así como la composición de los grupos de investigación.

METODOLOGÍA

Esta investigación es de carácter descriptivo y ex post facto. Se han fijado como variables de estudio, el género, la universidad, los grupos de investigación, el rol en las tesis doctorales.

La población objeto de estudio son todo el profesorado adscrito al área de didáctica de las matemáticas de las universidades andaluzas. Toda la búsqueda de información se realizó a través de las páginas web de cada universidad y de la página del repositorio de tesis doctorales TESEO. Estas búsquedas se realizaron en el mes de Julio de 2022.

En la base de datos TESEO se descargaron todas las tesis doctorales leídas en departamentos que incluyeran el área de didáctica de la matemática. Luego se realizó una clasificación manual a partir del título y el resumen. Estas lecturas las llevaron a cabo los autores del estudio los que al pertenecer al área tienen la formación y conocimientos adecuados para determinar la inclusión o exclusión de cada tesis doctoral. Todos los datos hallados se descargaron a una base de datos ad hoc.

Una vez descargados los datos se procedió a una revisión manual para homogenizar los nombres y para determinar el género de cada sujeto.

El análisis estadístico consistió en el recuento de frecuencias y asociando cada variable bien al género o al año de publicación.

RESULTADOS

Tesis doctorales

En el quinquenio 2016- 2020 se realizaron 31 tesis doctorales de las que el 61,30% fueron defendidas en la Universidad de Granada (Tabla 1). Este porcentaje son similares a los hallados por Maz-Machado y otros (2022) para el decenio 2010-2020, sin embargo, la Universidad de Huelva paso de representar el 13,3% de las tesis leídas a solo el 3,2%.

Si centramos la atención en el género de quienes ejercieron la dirección de las tesis doctorales, las mujeres solas dirigieron el 48,39% de ellas frente al 22,58% que lo hicieron en compañía de hombres. Los hombres dirigieron el mayor número de tesis en cada uno de los años y solo en el año 2019 igualaron con el número de tesis dirigidas solo por mujeres (Figura 1).

Tabla 1. *Producción de tesis en EMA por universidad (2016-2020)*

UNIVERSIDAD	Nº Tesis	%
Universidad de Cádiz	1	3,20
Universidad de Córdoba	5	16,10
Universidad de Granada	19	61,30
Universidad de Huelva	1	3,20
Universidad de Málaga	4	12,90
Universidad de Sevilla	1	3,20
Total	31	100,00

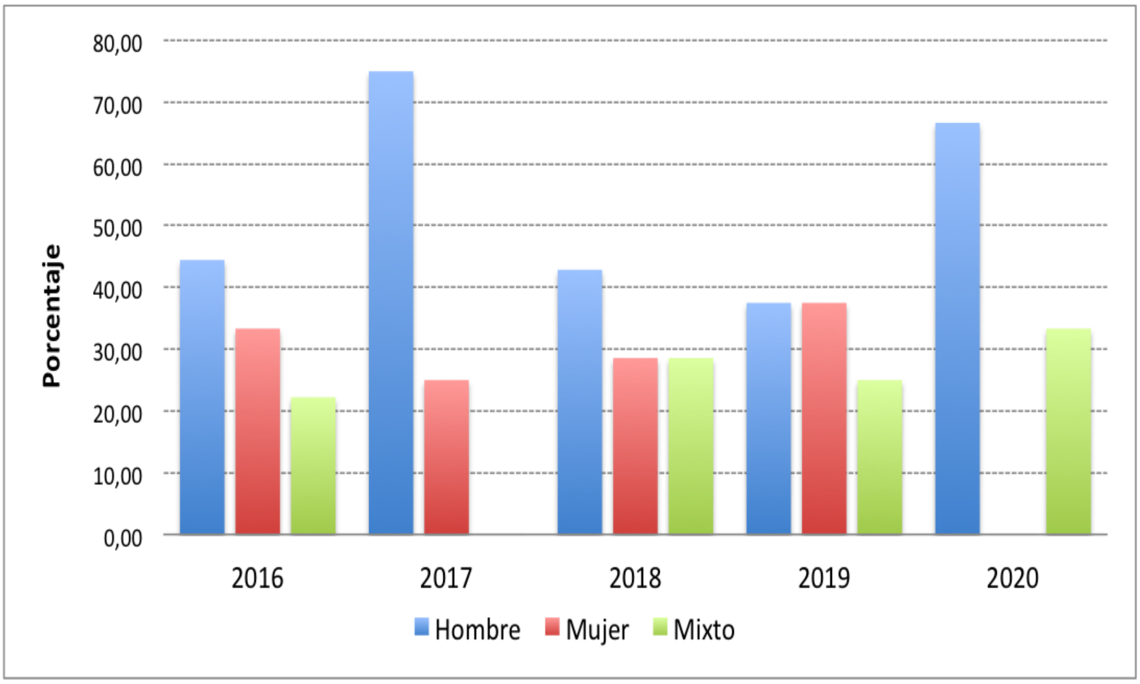


Figura 1. Porcentaje del tipo de género de los directores de tesis EMA por años.

En cuanto al género en la autoría de las tesis, fueron más mujeres las autoras. Ellas realizaron el 58,06% de las tesis frente al 41,94% hechas por hombres (Tabla 2). En los años 2017, 2018 y 2020 las mujeres realizaron más tesis que los hombres y en el año 2020 solo mujeres defendieron tesis doctorales en Educación matemática en las universidades andaluzas (Figura 2).

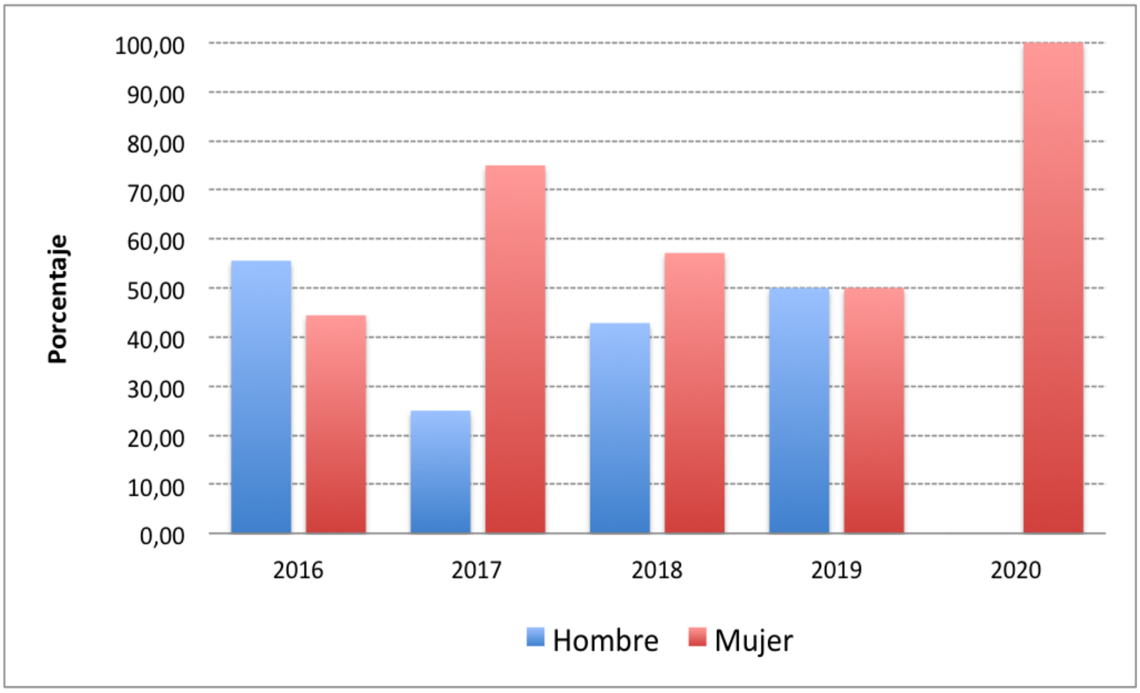


Figura 2. Porcentaje del tipo de género de los autores de tesis EMA por años.

Así mismo, se observó que las mujeres autoras de tesis doctorales fueron dirigidas en su mayoría por hombres (66,67%) mientras que los hombres fueron mayoritariamente dirigidos por mujeres (53,85%) (Tabla 3).

Tabla 2. *Participantes en las tesis según papel y género* (2016-2020)

Rol	Género del director		
	Hombre	Mujer	Total
Autor	13	18	31
Director	31	20	51

Tabla 3. Género en la autoría respecto al género en la dirección de tesis doctorales.

Autor	Género del director		
	Hombre	Mujer	Mixto
Hombre	23,08	53,85	23,08
Mujer	66,67	11,11	22,22

Grupos de investigación

De las 10 universidades públicas existentes en la comunidad autónoma de Andalucía se hallaron grupos de investigación en educación matemática en 8 de ellas. En las universidades Pablo de Olavide y la Internacional de Andalucía no se halló presencia de grupos en esta área de conocimiento. En la UGR hay dos grupos diferentes, en total hay 9 grupos de investigación en Educación Matemática (Tabla 4). De estos, 5 están adscritos al macro área **HUM**- Humanidades, dos en **FQM**-Física-Química-Matemáticas y uno en **SEJ**–Ciencias Económicas, Sociales y Jurídicas. Es llamativo que algunos grupos se adscriban a una macro área de ciencias o humanidades cuando el desarrollo de la EMA está en las ciencias sociales.

Tabla 4. *Grupos de investigación en EMA en las universidades andaluzas*.

Universidad	Nº de Grupos	Macro área
Universidad Almería	1	**HUM**- Humanidades
Universidad Cádiz	1	**HUM**- Humanidades
Universidad Córdoba	1	**SEJ** – Ciencias Económicas, Sociales y Jurídicas
Universidad Granada	2	**FQM**-Física-Química-Matemáticas
Universidad Huelva	1	**HUM**- Humanidades
Universidad Jaén	1	**HUM**- Humanidades
Universidad Málaga	1	**HUM**- Humanidades
Universidad Sevilla	1	**FQM**-Física-Química-Matemáticas

Al analizar la composición de los integrantes de estos grupos se observa que el 53,92% son hombres frente al 46,08% de mujeres (Tabla 5). El grupo Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico es el que tiene el mayor porcentaje de mujeres entre sus componentes con el 70% (Tabla 5) y el grupo Innovación e Investigación en Educación Científica y Matemática es el que tiene el menor porcentaje (25%). El número promedio de integrantes de cada grupo es de 15,5 investigadores.

Tabla 5. *Número y género de los integrantes de los Grupos de investigación en EMA.*

Denominación del Grupo de Investigación	Nº de integrantes	Nº de Hombres	Nº de Mujeres	Género de IP
Formación inicial y desarrollo profesional de profesores	26	57,69	42,31	Mujer
Desarrollo Profesional del Docente	15	53,33	46,67	Mujer
Educación, Diversidad y Sociedad	10	66,67	33,33	Hombre
Investigación en didáctica de las ciencias	9	55,56	44,44	Mujer
Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico	20	30,00	70,00	Hombre
Teoría de la Educación Matemática y Educación Estadística	17	47,06	52,94	Mujer
Didáctica de la Matemática de Jaén	10	40,00	60,00	Hombre
Innovación e Investigación en Educación Científica y Matemática	8	75,00	25,00	Hombre

Grupo de Investigación en Educación Matemática	15	60,00	40,00	Hombre
Total	130	53,92	46,08	

En relación con el investigador responsable de cada grupo (IP) se tiene que en 5 de ellos el IP es hombre y en 4 una mujer. El promedio de mujeres por grupo de investigación es de 6,37 mientras que el promedio de hombres es de 9,12.

CONCLUSIONES

Se ha constatado que pese a la renovación de la plantilla PDI del área de Didáctica de las matemáticas en las universidades públicas andaluzas y a la jubilación de casi todos los investigadores precursores e históricos en esta área, continúa una aceptable producción de tesis doctorales con un 5,1 por año. Así mismo se evidencia que la Universidad de Granada continúa siendo la institución que produce el mayor número de tesis continuando con la tradición en esta labor que habían señalado estudios precedentes.

Dos de los grupos presentan un elevado número de integrantes, en el caso del grupo de la Universidad de Huelva se debe a que este grupo aglutina profesores de varias áreas diferentes, pero estrechamente relacionadas con la educación y en el caso del grupo Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico se debe a que el departamento tiene presencia en tres sedes: Granada, Ceuta y Melilla.

En cuanto al género de los directores se halló que los resultados para Andalucía difieren de los hallados por Vallejo y otros (2016) para el conjunto de España, porque no se evidencia un sesgo hacia las mujeres en la dirección de las tesis doctorales.

En la composición de los grupos de investigación en EMA tampoco se aprecia sesgo alguno, ni entre el género de sus integrantes como tampoco en la dirección y gestión de los grupos a cargos de los IP.

La continuación de este estudio debe estar orientada a analizar la composición del profesorado en esta área y establecer los porcentajes que están representados en los grupos de investigación.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio fue financiado por el proyecto de investigación 1381149-R del Plan Andaluz de Investigación y Fondos FEDER.

REFERENCIAS

Bracho-López, R., Maz-Machado, A., Gutiérrez-Arenas, P., Torralbo-Rodríguez, M., Jiménez-Fanjul, N. N., & Adamuz-Povedano, N. (2012). La investigación en Educación Matemática a través de las publicaciones científicas españolas. *Revista Española de Documentación Científica*, *35*(2), 262-280.

Dede, E., & Özdemir, E. R. C. A. N. (2022). Mapping and performance evaluation of mathematics education research in Turkey: A bibliometric analysis from 2005 to 2021. *Journal of Pedagogical Research*, *6*(4).

Fernández-Bautista, A., Torralbo, M., & Fernandez-Cano, A. (2014). Longitudinal analysis of Spanish doctoral theses in education (1841-2012*). RELIEVE*, *20* (2), art. 2. DOI: 10.7203/relieve.20.2.4479.

Fernández-Cano, A., Torralbo, M., Rico, L., Gutiérrez, P., & Maz, A. (2003). Análisis cienciométrico de las tesis doctorales españolas en educación y matemática (1976-1998). *Revista española de documentación científica*, *26*(2), 162-174.

Jiménez-Fanjul, N., Maz-Machado, A., & Bracho-López, R. (2013). Bibliometric analysis of the mathematics education journals in the SSCI. *International Journal of Research in Social Sciences*, *2*(3).

Julius, R., Halim, M. S. A., Hadi, N. A., Alias, A. N., Khalid, M. H. M., Mahfodz, Z., & Ramli, F. F. (2021). Bibliometric Analysis of Research in Mathematics Education Using Scopus Database. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *17*(12).

Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en educación matemática en España. Una aproximación desde "ISI-Web of Knowledge" y ERIH. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (coords.), *Actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 1-26). Badajoz: SEIEM.

Maz-Machado, A., Bracho-López, R., Torralbo-Rodríguez, M., Gutiérrez-Arenas. M. P., & Hidalgo-Ariza M. D. (2011). La investigación en Educación Matemática en España: los simposios de la SEIEM. *PNA*, *5*(4), 163-185.

Maz-Machado, A., Bracho-López, R., Torralbo-Rodríguez, M., Gutiérrez-Arenas, M. P., Jiménez-Fanjul, N., & Adamuz-Povedano, N. (2012). Redes académicas generadas por las tesis doctorales de educación matemática en España. *Revista de investigación educativa*, *30*(2), 271-286.

Maz-Machado, A., Gutiérrez-Rubio, D., Gutiérrez-Arenas, P., León-Mantero, C., & Rodríguez-Faneca, C. (2019). Distribución de géneros en grupos de investigación: El caso de la Universidad de Córdoba. *Brazilian Journal of Development, 5*(6), 6673-6685. DOI:10.34117/bjdv5n6-162.

Maz-Machado, A., Gutiérrez-Rubio, D., Madrid, M. J., & Pedrosa-Jesús, C. (2022). A Look at Doctoral Theses in Mathematics Education at Andalusian Universities (2010-2020) from a Gender Perspective. *TEM Journal*, *11*(3), 1007-1012.

Ministerio de Universidades (2022). *Edad de la plantilla docente en centros propios de universidades públicas por área de conocimiento y sexo.* https://datos.gob.es/es/catalogo/e05073401-edad-de-la-plantilla-docente-en-centros-propios-de-universidades-publicas-por-area-de-conocimiento-y-sexo.

Ramirez, M. C., & Rodriguez Devesa, R. A. (2019). A scientometric look at mathematics education from Scopus database. *The Mathematics Enthusiast*, *16*(1), 37-46.

Rico, L. (1999). Desarrollo en España de los estudios de doctorado en Didáctica de la Matemática. En Hart, K. y Hitt, F. (eds). *Dirección de tesis en educación matemática. Una perspectiva internacional*. México: CINVESTAV.

Rico, L., Torralbo, M., Vallejo, M., & Fernández-Cano, A. (2004). Análisis metodológico de la producción española de tesis doctorales en educación matemática (1976-1998). *Relieve: Revista ELectrónica de Investigación y EValuación Educativa*, *10*(1), 2.

Torralbo, M., Maz-Machado, A., Rico, L., & Fernández-Cano, A. (2001). Programas de doctorado e investigación en Didáctica de la Matemática. In *Las didácticas de las áreas curriculares en el siglo XXI: I Congreso Nacional de Didácticas Específicas. Granada 1, 2 y 3 de febrero de 2001* (pp. 905-914). Grupo Editorial Universitario.

Torralbo, M., Vallejo, M., Fernández-Cano, A. & Rico, L. (2004). Análisis metodológico de la producción española de tesis doctorales en educación matemática (1976-1998). *RELIEVE, 10*(1).

Vallejo, M., Torralbo, M., & Fernández-Cano, A. (2009). Estudio longitudinal del género en las tesis doctorales españolas de educación matemática. In *Educación, investigación y desarrollo social: actas del XIV Congreso de Modelos de Investigación Educativa* (pp. 1355-1362).

Vallejo, M., Torralbo, M., & Fernández-Cano, A. (2016). Gender bias in higher education: Spanish doctoral dissertations in mathematics education. *Journal of Hispanic Higher Education*, *15*(3), 205-220.

Vallejo-Ruiz, M., Fernández-Cano, A., Torralbo, M., & Maz-Machado, A. (2007). La investigación española en educación matemática desde el enfoque conceptual inserto en sus tesis doctorales. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 25(2), 259-266.

Yig, K. G. (2022). Research Trends in Mathematics Education: A Quantitative Content Analysis of Major Journals 2017-2021. *Journal of Pedagogical Research*, *6*(3), 137-153.

Alexander Maz-Machado
Universidad de Córdoba, España
ma1mama@uco.es

María Rodríguez Baiget
Universidad de Córdoba, España
mariabaiget619@gmail.com

María de los Ángeles Hidalgo-Méndez
Universidad de Córdoba, España
m02himem@uco.es

Adrián Jiménez, C., Jiménez-Fanjul, N., Madrid, M.J. y Pedrosa-Jesús, C. (2022). Use of mathematical manipulatives and development of number sense in first grade primary-students. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, *5*(3), 10-21

ISSN: 2603-9982

USE OF MATHEMATICAL MANIPULATIVES AND DEVELOPMENT OF NUMBER SENSE IN FIRST GRADE PRIMARY-STUDENTS

Cristina Adrián-Jiménez, Universidad de Córdoba, España

Noelia Jiménez-Fanjul, Universidad de Córdoba, España

María José Madrid, Universidad Pontificia de Salamanca, España

Cristina Pedrosa-Jesús, Universidad de Córdoba, España

Abstract

Different studies consider the possibilities of the use of manipulatives for mathematics teaching. It is with this in mind that this papers analyses whether the utilisation of manipulatives fosters development of the number sense in first grade Primary School students of a public Early Years and Primary Education school in the region of Córdoba (Spain). In order to detect the possible differences between the students using them and those who do not, quantitative data was collected from a test at the end of the school year. Such test is known as TEMA-3 (test of early mathematics ability). The test looks into two aspects of mathematics: one, based on formal mathematics; the other, on informal mathematics. However, no significant statistical differences were found associated with the utilisation of manipulatives.

Keywords: *manipulatives; mathematical competence; number sense; primary education.*

Recibido: 02/10/2022; Aceptado:21/12/2022

INTRODUCTION

From their early learning years and on, boys and girls tend to use naturally their thinking skills to bring order into their world, applying mathematics and logic to such end. For this reason, the use of an appropriate methodology is essential at the beginning of the long and complex process of construction of the mathematical thinking.

The number sense is not the kind of knowledge that is usually taught. Therefore, it is not easy to define in a precise manner the meaning carried by the expression number sense. In general terms, it has to do with some important abilities of a person, "including flexible mental calculation, numerical estimation and quantitative reasoning" (Greeno, 1991, p. 170). Schneider y Thompson add that if a student has good number sense, he will be able to think flexible about numbers, understand their meaning and the relationships between them.

Consequently, it refers to the general understandings that one has about numbers and operations, together with the ability to make use of such understandings in a flexible way so as to make mathematical judgements and develop strategies that are useful in solving complex problems.

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) identified five elements that characterise number sense: meaning of numbers, number relationships, size of numbers, operations with numbers, and referents for numbers and quantities. To develop a good number sense, it is necessary to gain sufficient skills in mental calculation, estimation of the relative size of numbers and the result of operations with them, recognition of part-whole relationships, place value and problem solving. Expressions like number sense, number awareness or numerical thought are increasingly prevailing in modern studies about mathematical knowledge.

Number sense evolves and improves as students understand the size of numbers, develop multiple ways of thinking about and representing numbers, use numbers as referents, and develop accurate perceptions about the effects of operations on numbers (Sowder, 1992).

In the view of McIntosh, Reys and Reys (1992), numerical thought encompasses each individual's understanding, in general terms, of numbers and operations, together with the ability and tendency to apply such understanding with flexibility in making mathematical judgements and developing useful strategies for handling numbers and operations.

Moreover, Spanish curriculum for mathematics in Primary Education search for an effective numerical literacy, this is defined as the ability to deal successfully with situations that involve numbers and their relationships, obtaining effective information directly from them, or through comparison, estimation and mental or written calculation. It states that in order to achieve true numerical literacy, it is not enough to master the algorithms of written calculation, but it is necessary to act confidently facing numbers and quantities, using them whenever necessary and identifying the basic relationships that exist between them ("Real Decreto 126/2014", 2014).

Real Decreto 157/2022 (2022) characterises number sense as the development of skills and ways of thinking based on the understanding, representation and flexible use of numbers and operations, for example, to guide decision-making.

The standards established by the NCTM (2000) emphasise that students learn mathematics through the experiences they are provided with by their teachers.

Accordingly, their knowledge and ability to apply them to problem solving, as well as their confidence in so doing, are determined by the instruction they receive at school.

Different aspects may play a role in children's numerical knowledge, for example Ramani and Siegler (2014) analyse the impact of the early home environment and the children's experiences with informal learning activities, like games, prior to children beginning school.

Experiences related with concrete objects are carried out using manipulatives (manipulative didactic materials). These are physical objects used in teaching and learning mathematics.

The history of manipulatives for teaching mathematics is not recent, Alsina and Martínez (2016) says that since the beginning of the 20th century, the use of manipulatives as a tool to develop mathematical and scientifical knowledge has been highly investigated by authors such as Montessori, Piaget, Decroly, Freinet, Dienes and Mialaret.

Different authors have defined, classified, examined or considered their use in mathematics classroom as shown in Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín and Molina (2011).

In particular, didactic materials are normally used as curriculum organisers in two ways (Coriat, 2001):

- On the basis of resources, the teacher wonders what kind of activities are more suitable for enhancing mathematics learning in making use of them.
- On the basis of planned activities, the teacher wonders which manipulatives are optimal for improving learning.

It is evident that the best way of encouraging and strengthening mathematics learning is action or physical experimentation. Nonetheless, the fact that this experimentation is understood as using manipulatives in class, it is something with no agreement among mathematics education researchers (Ball, 1992; Hoong, Kin, and Pien, 2015). Moreover, the debate about the use of manipulatives in math classes is currently on the table. Physical experimentation plays a crucial role during the early years in global development, and especially in the development of logical-mathematical thought, understanding the latter as a personal, active, and reflective construction that is based on the relationships that students establish with the objects and situations they face in their environment.

This reality carries an important methodological implication for classroom practice: it is essential that we support verbal and graphical information with concrete materials (manipulatives) that students can actually see, manipulate and which may provide the grounds for students to initiate and deploy the processes of reasoning.

As Arrieta (1998) states, manipulatives can help to understand and to communicate mathematics, they allow us to refer to a physical support, they facilitate visualization, and they favour motivation and a positive attitude towards mathematics; that makes their use the starting point for the construction of knowledge. Along the same lines, Maz-Machado et al. (2019) concluded that the use of manipulatives, as well as the resolution of practical tasks, is considered by students as a means to connect theoretical mathematical knowledge with real problems they may encounter in everyday life, leading them to reflect on the usefulness of mathematics and even enabling an improvement in their attitude towards the subject.

However, the approach of Nührenbörger and Steinbrig (2008, p. 179) require that: "the conception that manipulatives […] are not spontaneously working methods as means of help in order to directly understand abstract mathematics, but that they become, in the course of mathematical learning processes, quasi- symbolical representatives for mathematical operations, structure and concepts".

Castro and Palop (2019) indicate that manipulatives can improve the teaching and learning of mathematics, but they also consider that the effectiveness of manipulatives depends on the type of task.

As well, Carbonneau, Marley and Selig (2013) analysed 55 studies that compared mathematics instruction with manipulatives to mathematics instruction with only abstract mathematics symbols. They identified statistically significant results with small to moderate effect sizes.

Considering that during the last years, different studies about the number sense have been carried out; for example, the impact of aging on basic non-symbolic and symbolic numerical skills was studied by Norris, McGeown, Guerrini and Castronovo (2015) or the influence of high level math education on two mechanisms in adult number processing: the approximate number sense and the exact number system (Castronovo & Göbel, 2012); which show the interest on this topic.

It is on this basis that we centered our interest on the extent to which the use of manipulatives assists the development of number sense in first graders. Therefore, this paper aims to identify the impact of manipulatives in mathematical competence, regarding number sense.

MATERIALS AND METHODS

The research methodology will be eminently quantitative. A quasi-experiment was carried out with a pretest-posttest research design with control group (Bisquerra, 2004). The study was carried out with a group of Year 1 Primary School students using the manipulatives, the experimental group, and another group of students from the same school and grade acting as the control group.

The main objective established for this study was to identify the possible differences in mathematical competence, regarding number sense, among students who used manipulatives during maths lessons and those who did not.

The sample used in this research is composed of the students in two Year-1 groups of a public Primary Education School in the region of Córdoba (Spain).

The one assigned to be the control group (1A) comprises 27 subjects and has not used continuously nor systematically any manipulatives during the in-class explanations. The other group (1B), taken as experimental group, has 25 subjects and has, on the contrary, used the referred kind of materials.

Out of the 27 subjects in the control group, 14 are 6-year-old students and 13 are 7. Similarly, the 25 subjects that make up the experimental group are 13 age-6 and 12 age-7 students. As far as gender is concerned, the control group is made of 12 girls and 15 boys while the experimental group has 12 girls and 13 boys.

The participant teachers attended a series of periodical seminars and workshops where they received orientation and advice about the knowledge and use of the classroom manipulatives.

The didactic materials used in the lessons were: a number tape, hundred boards, bundles of sticks and holding boxes, addition wheels, and dot cards. The characteristics of these manipulatives have already been described in literature on the topic (Bracho, Maz-Machado, Jiménez-Fanjul and García, 2011).

The experimental group was presented daily, by the teacher, with exercises and problems in which the proposed materials were used. These materials were always in the classroom so that students could choose from and use them as an aid or support in solving each corresponding activity (exercises, problems, activities). Each student was encouraged to make use of the manipulatives at least three times per week but had freedom to use them more frequently according to their needs. This is carried out in a systematic way, fostering the use of manipulatives among students by providing them models of how activities can be done using the different manipulatives.

To collect data for the study, the so-called TEMA-3 test (Test of early mathematics ability, third edition) by Ginsburg and Baroody (2007), adapted to the Spanish context, was used at the end of the school year. This test is applied individually to children of 3 to 8 years of age. It takes around 30 to 45 minutes.

The TEMA-3 test consists of 72 items that evaluate the basic mathematical competence and provides separate specific information about formal mathematics (31 items) and informal mathematics (41), which are both separated into components. Within the area of informal mathematics, the items concerning numbering are well represented, given the importance of the processes of counting in this area. In the area of formal mathematics, numerical facts and calculation skills have greater representation, reflecting their relevance for teaching basic mathematics. Firstly, the items that measure informal knowledge will be listed, followed by those evaluating formal knowledge (Table 1).

Table 1. *Items that evaluate informal and formal mathematics.*

COMPONENTS	ITEMS
Informal mathematics	
Numbering	2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 13, 20, 21, 22, 25, 27, 29, 32, 33, 37, 38, 40, 41, 45 and 66
(Quantity) comparison	1, 16, 17, 26, 35 and 60
Informal calculation	8, 19, 23, 24, 34, 62, 65 and 72
Concepts	7, 11, 39 and 46
Formal mathematics	
Conventionalisms	14, 18, 28, 30, 31, 42, 43 and 55
Numerical facts	36, 47, 48, 50, 51, 52, 61, 67 and 68
Formal calculation	44, 49, 54, 57, 58, 59, 63, 69 and 70
Concepts	15, 53, 56, 64 and 71

For each item of TEMA-3 test, if the answer given by the student is correct, a score of 1 is assigned to that item; if it is incorrect, 0 is assigned. The mathematical performance in each component of both formal and informal mathematics is analysed from the average scores of each group. This analysis has been done considering age and gender intra-group (between experimental and control group) and intergroup.

To determine the Mathematical Competence Index (MCI), the direct scoring achieved by each subject is put in relation with their age, differentiating years and months (Ginsburg & Baroody, 2003).

Finally, we analyse whether there are significant differences between the MCI of the groups, which, since the sample is not random and each group has a different size, is done through a nonparametric test (U Mann-Whitney's test) for independent samples. To that end, two hypotheses are established.

H0: Both groups mark no statistically significant differences in the index of mathematical competence (MCI) because of the use of manipulatives: $\mu A = \mu B$

H1: Both groups mark a statistically significant different index of mathematical competence (MCI) because of the use of manipulatives: $\mu A \neq \mu B$

RESULTS

When we segregate the groups according to age (Figure 1), it is revealed that the case of formal competence presents differences between the control group and the experimental group: the latter shows greater development of all the components, independently of age; the most remarkable differences appeared in number facts and formal concepts.

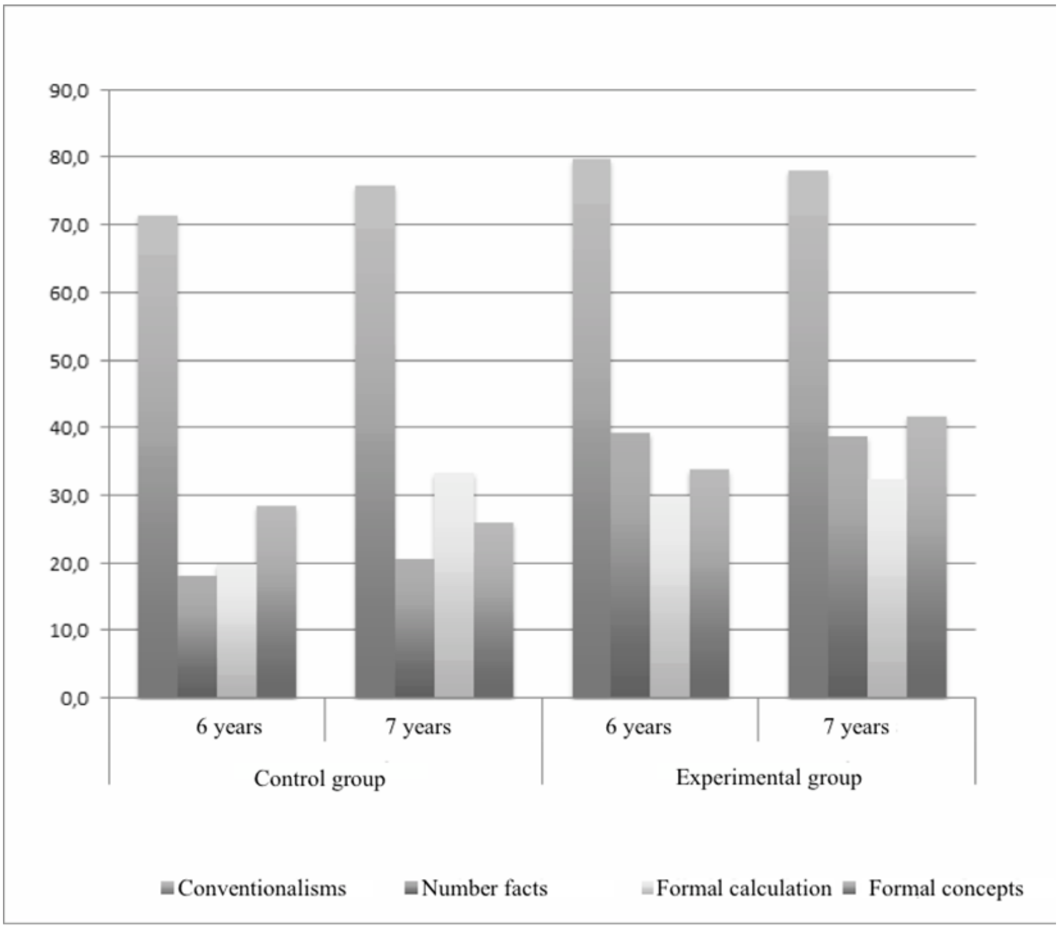


Figure 1. Comparison of the competence in formal mathematics, by age, in the control group vs. experimental group.

Moreover, if we consider the differences in formal mathematics between 6-year-old students and 7-year-old students in each group, the only significant difference is that in the control group the latter show greater development of formal calculation.

In the case of informal mathematics, it is revealed that the average percentage generally increases for 6-year-old students in the experimental group, being the differences more significant in informal concepts and without increase in informal calculation (Figure 2). However, in the case of informal mathematical competence barely differences between the control group and the experimental group appeared in 7-year-old students.

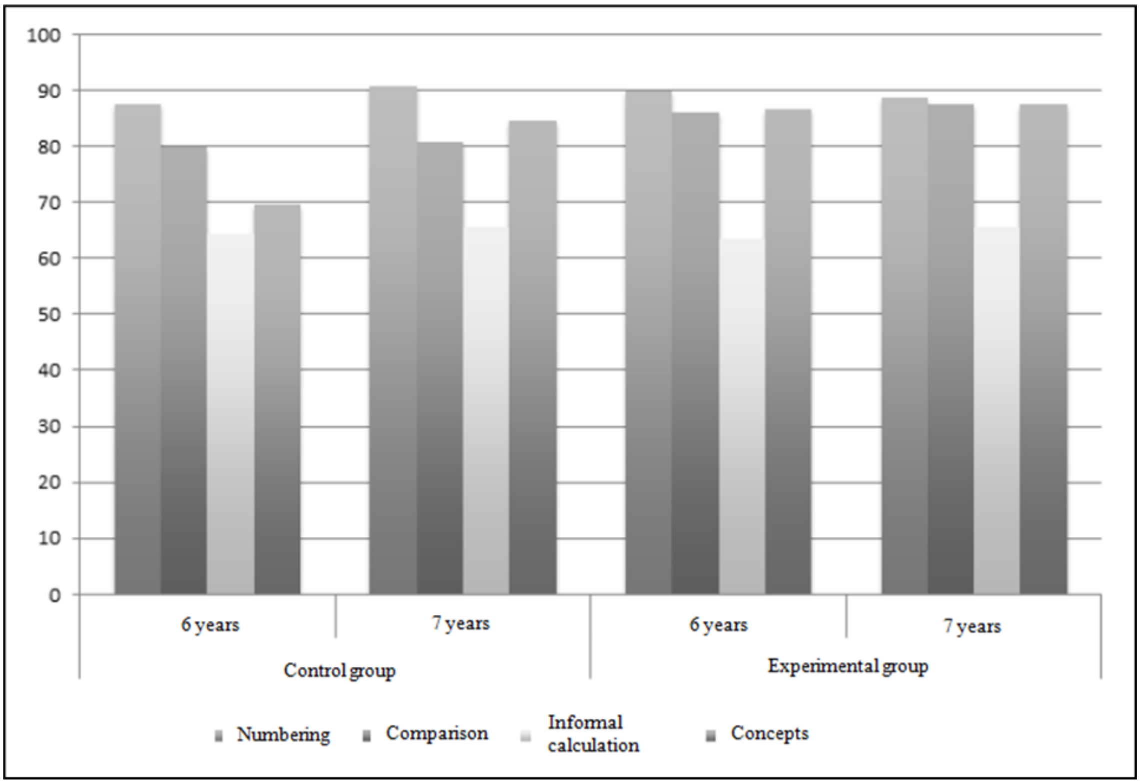


Figure 2. Comparison of the competence in informal mathematics, by age, in the control group vs. experimental group.

Furthermore, if we consider the differences in informal mathematics between 6-year-old students and 7-year-old students in each group, the only significant difference is that in the control group the latter show greater development of informal concepts.

Regarding gender, it appears that, in the control group, the average percentages of all the aspects of informal mathematics are higher for boys than for girls (Figure 3). This difference is even greater in some components of the formal mathematics competence, for example Number facts or Formal calculation (Figure 4).

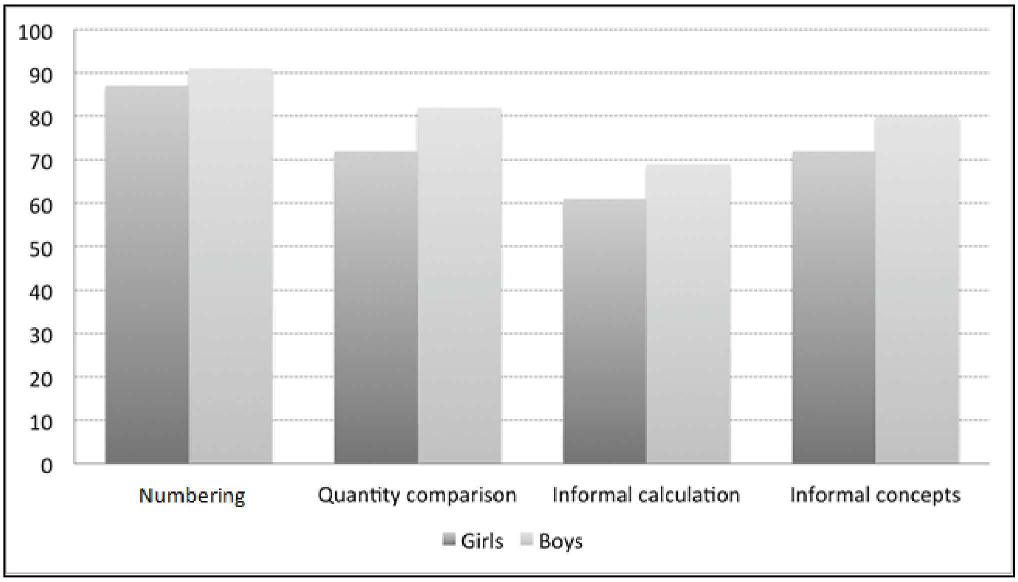


Figure 3. Comparison, by gender, of performance in informal mathematics within the control group.

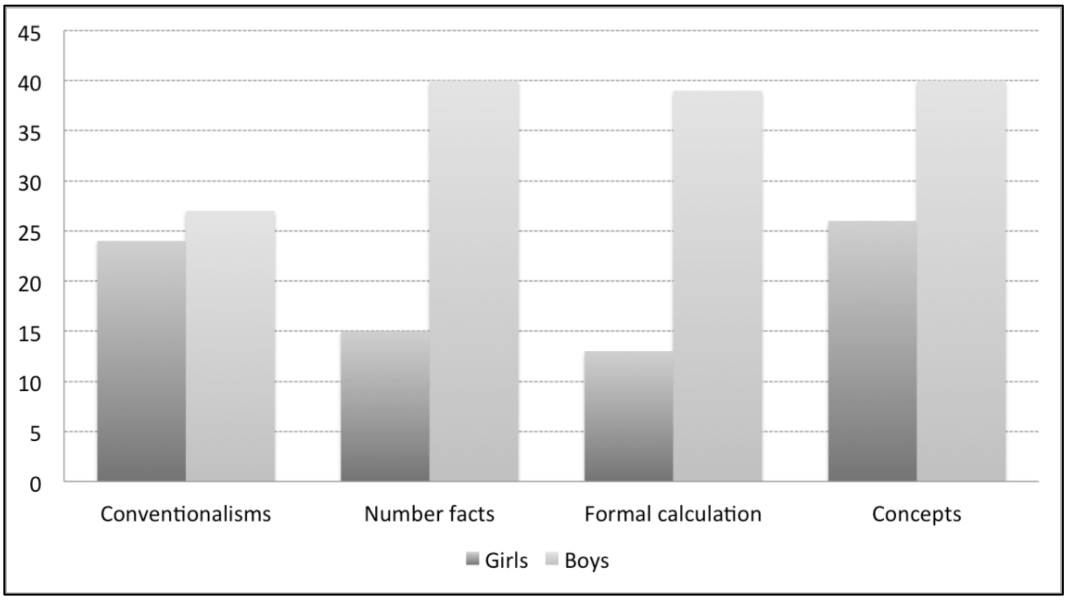


Figure 4. Comparison, by gender, of performance in formal mathematics within the control group.

In the experimental group, the average percentages of all the aspects of informal mathematics are higher for boys than for girls (Figure 5), while the average percentages of all the aspects of formal mathematics are pretty similar for boys and girls (Figure 6).

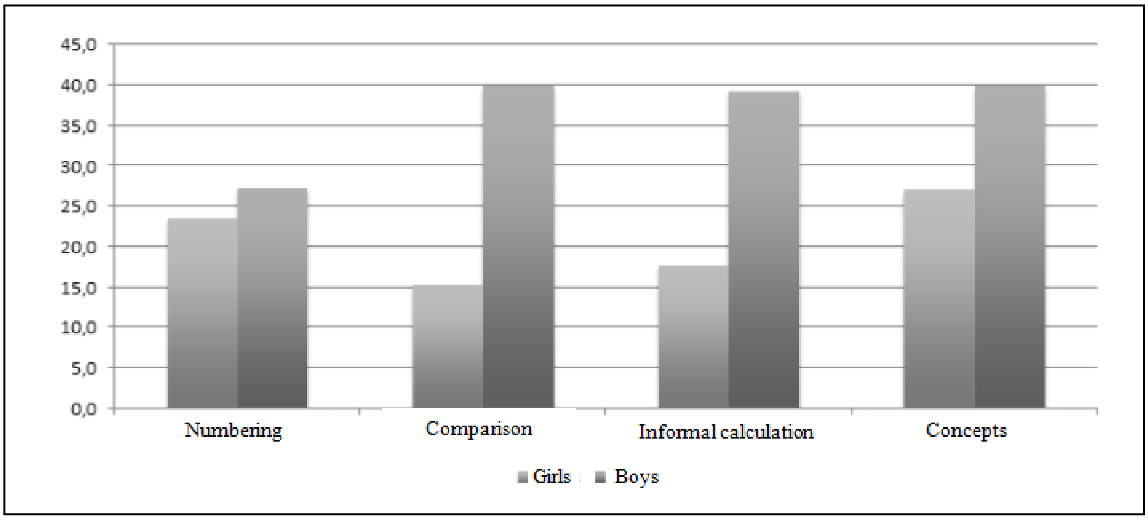


Figure 5. Comparison, by gender, of performance in informal mathematics within the experimental group.

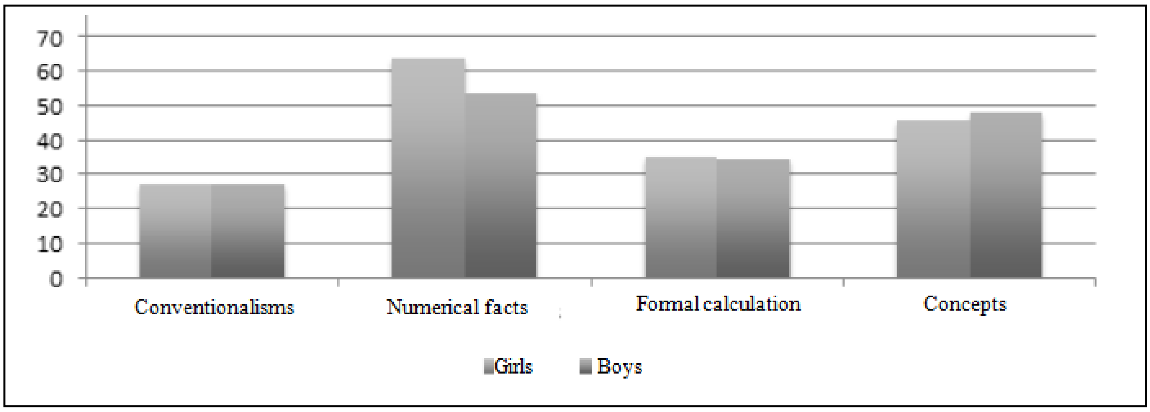


Figure 6. Comparison, by gender, of performance in formal mathematics within the experimental group.

Table 2. *Mann-Witney's test results.*

Group		Ranges		
		N	**Average range**	**Sum of ranges**
MCI	Experimental group	25	29.16	729.00
	Control group	27	24.04	649.00
	Total	52		

Contrast stats[a] *a. Grouping variable: Group*

Group	**MCI**
Mann-Whitney's U	271.000
Wilcoxon's W	649.000
Z	-1.219
(bilateral) asymptotic significance	.223

When we segregate the groups according to gender: girls in the experimental group show greater development of all the components (both formal and informal mathematics) than girls in the control group. For the boys, the average percentage in the experimental group is not always higher as in the control group, although it is in comparison and concepts (informal mathematics) and numerical facts and concepts (formal mathematics).

At this point, the Mann-Whitney's U test for independent samples is applied, with a confidence level of α=0.05. We compare the MCI value of both groups to determine whether to confirm or reject the null hypothesis (H0) that we formulated.

As can be seen (Table 2), the value of bilateral asymptotic significance (p-value) is higher than 0.05 and, accordingly, the null hypothesis is accepted. Since the data are non-significant, we cannot assert that the differences in MCI are due to the different use of manipulatives in both groups.

DISCUSSION AND CONCLUSIONS

It can be concluded that major differences between 6 and 7-year-old students' informal and formal mathematics competence from the experimental group are not noticeable. On the other hand, within the control group greater differences can be appreciated in formal calculation and informal concepts, balanced favourably toward 7-year-old students.

Regarding gender, it appears that in the control group the average percentages of all the aspects of informal and formal mathematics are higher for boys than for girls. In the experimental group, the average percentages of all aspects of informal mathematics are higher for boys than for girls, but this does not happen in some components of formal mathematics.

In comparing formal mathematical competence between the control group and the experimental group, the latter shows greater development of all the components. However, no clear differences appear in informal mathematical between the control group and the experimental group. Therefore, it is not possible to determine if the manipulatives used in the classroom, helped to developed number sense in the students. This was confirmed after Mann-Whitney's U test; both groups mark no statistically significant differences in the index of mathematical competence (MCI) because of the use of manipulatives.

Our findings are consistent with Uttal, Scudder and DeLoache's (1997) observations in scientific literature on the matter insofar as they indicate that the use of manipulatives in mathematics gives ambiguous results. They argued that research on the efficacy of the manipulative materials has not proven any clear nor consistent advantage of teaching using manipulatives over other more traditional teaching methods.

Also, Marshall and Swan (2008) say that manipulatives on their own do does not teach, children can look active while they use manipulatives but that does not necessarily mean that they are learning.

In this regard pointed the words of Ball (1992, p. 18): "My main concern about the enormous faith in the power of manipulatives, in their almost magical ability to enlighten, is that we will be misled into thinking that mathematical knowledge will automatically arise from their use".

Therefore, this paper is a first step to understand the effectiveness of manipulatives in the numerical sense development of Primary-Students; other complementary quantitative or qualitative studies may be done in the future to analyse whether different variables like age, kind of task, kind of manipulatives, influence the process of teaching and learning mathematics with manipulatives.

REFERENCIAS

Alsina, Á. & Martínez, M. (2016). La adquisición de conocimientos matemáticos intuitivos e informales en la Escuela Infantil: el papel de los materiales manipulativos. *RELAdEI. Revista Latinoamericana de Educación Infantil*, 5(2), 127-136.

Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Psicodidáctica*, (5), 107-114.

Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *American Educator: the professional journal of the American Federation of Teachers*, *16*(2).

Bisquerra, R. (coord.) (2004). *Metodología de la investigación educativa* (1st ed.). Editorial La Muralla.

Bracho, R., Maz-Machado, A., Jiménez-Fanjul, N. & García, T. (2011). Formación del profesorado en el uso de materiales manipulativos para el desarrollo del sentido numérico. *UNIÓN. Revista Iberomaericana de Educación Matemática,* 28, 41-60.

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380–400. https://doi.org/10.1037/a0031084

Castronovo, J. & Göbel, S. M. (2012). Impact of high mathematics education on the number sense. *PloS one*, 7(4), e33832. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0033832

Coriat, M. (2002). Jornadas sobre tutoría y orientación. *Universidad de Granada*.

De Castro, C. & Palop, B. (2019). ¿Ayudan los materiales manipulativos a resolver tareas matemáticas? Sí, pero... In J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano & A. Alsina (Eds.), Investigación en Educación Matemática XXIII (pp. 243-252). Universidad de Valladolid.

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. & Molina, M. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Ginsburg, H. & Baroody, A. J. (2007). Tema-3: test de competencia matemática básica (M. C. Núñez del Río y I. Lozano Guerra, Trads.). Madrid, Spain: TEA Ediciones.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for research in mathematics education*, 22(3), 170-218.

Hoong, L. Y., Kin, H. W., & Pien, C. L. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator*, 16(1), 1-19.

Marshall, L. & Swan, P. (2008). Exploring the use of mathematics manipulative materials: Is it what we think it is? In Proceedings of the EDU-COM 2008 International Conference. Sustainability in Higher Education: Directions for Change (pp. 338-350). Perth, Australia: Edith Cowan University.

Maz-Machado, A., Madrid, M. J., León-Mantero, C., & Jiménez-Fanjul, N. (2019). Mathematical practical sessions with manipulatives: Trainee teachers' perceptions of their utility. *South African Journal of Education, 39*.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics*, 12(3), 2-44.

NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics.

Norris, J. E., McGeown, W.J., Guerrini, C. & Castronovo, J. (2015). Aging and the number sense: preserved basic non-symbolic numerical processing and enhanced basic symbolic processing. *Frontiers in Psychology*, 6, 999. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00999

Nührenbörger, M. & Steinbring, H. (2008). Manipulatives as tools in mathematics teacher education. In D. Tirosh & T. Woods (eds.), *International handbook of mathematics teacher education. Vol. 2: Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 157-182). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Ramani, G. B. & Siegler, R. S. (2014). How informal learning activities can promote children's numerical knowledge. In R. Cohen & A. Dowker (eds.), *The Oxford handbook of numerical cognition* (pp. 1135-1154). Oxford University Press.

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. (2014, March 1). Boletín Oficial Estado, 2014(52), 19349–19420. Retrieved from https://www.boe.es/eli/es/rd/2014/02/28/126

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. (2022, March 2). Boletín Oficial Estado, 2022(52), 24386- 24504. Retrieved from https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-2022-3296

Schneider, S. B., & Thompson, C. S. (2000). Incredible equations develop incredible number sense. *Teaching Children Mathematics*, *7*(3), 146-168.

Sowder, J. T. (1992). Making Sense of Numbers in School Mathematics. In G. Leinhardt, R. Putman y R. A. Hattrup (Eds.). *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching* (pp. 1-51). Lawrence Erlbaum Associates.

Uttal, D., Scudder, K. & DeLoache, J. (1997). Manipulatives as symbols: A new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 18(1), 37-54. https://doi.org/10.1016/S0193-3973(97)90013-7

Cristina Adrián-Jiménez
Universidad de Córdoba, España
s0pejec@uco.es

Noelia Jiménez-Fanjul
Universidad de Córdoba, España
noelia.jimenez@uco.es

María José Madrid Martín
Universidad Pontificia de Salamanca, España
mjmadridma@upsa.es

Cristina Pedrosa-Jesús
Universidad de Córdoba, España
s0pejec@uco.es

Aguilera, M., Valdez, V., Osorto, A. y Hernández, K. (2022). Retos matemáticos en resolución de problemas: una propuesta de clasificación en la suma de polinomios. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, *5*(3), 22-39

ISSN: 2603-9982

RETOS MATEMÁTICOS EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UNA PROPUESTA DE CLASIFICACIÓN EN LA SUMA DE POLINOMIOS

Manuel Aguilera, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras

Victoria Valdez, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras

Arnaldo Osorto, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras

Keilin Hernández, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras

Resumen

Los retos matemáticos son desafíos que presenta un estudiante cuando no es capaz de resolver un determinado problema generando interés en él. Estos desafíos están relacionados con el dominio de las habilidades que los estudiantes deben tener. Cabe agregar que este dominio de habilidades es un tema de interés en Honduras porque en los últimos años se han implementado pruebas estandarizadas de evaluación a nivel nacional y regional con el objetivo de medir el desempeño de los estudiantes en educación básica. Los resultados obtenidos en las últimas evaluaciones muestran grandes deficiencias de conocimiento en alumnos del tercer ciclo de educación básica (séptimo a noveno grado), donde el rendimiento promedio porcentual en expresiones algebraicas oscila entre el 26% y 35% (Secretaría de Educación SE, 2014, p. 49). Después de las consideraciones anteriores es fácil determinar que los estudiantes tienen dificultades en el bloque de expresiones algebraicas donde se aborda el tema de polinomios. Con el interés de contribuir al mejoramiento de la situación surge el presente estudio haciendo énfasis en la suma de polinomios. Donde se aborda esta temática y se busca detectar los retos que presentan los estudiantes en esta sección.

Palabras clave: *Honduras, desafíos, estudiantes, dificultades, habilidad*

Mathematical Challenges in Problem Solving: A proposal for classification in polynomial addition

Abstract

Students present mathematical challenges when they are unable to solve a particular problem, thereby generating interest in the topic. It is important to note that these challenges are related to the domain of skills that students should possess. Honduras is particularly interested in the domain of skills, since standardized assessment tests have been implemented at the national and regional levels in recent years with the purpose of measuring the performance

Recibido: 24/09/2022; Aceptado: 13/12/2022

of students in basic education. Based on the results obtained in the latest evaluation, students who have completed the third cycle of basic education (seventh to ninth grade) have significant knowledge deficiencies, with an average percentage of performance in algebraic expressions ranging between 26% and 35% (Secretaría de Educación SE, 2014, p.49). After the above considerations it is easy to determine that students have difficulties in the block of algebraic expressions where the topic of polynomials is addressed. In order to contribute to the improvement of the situation, the present study addresses this topic and seeks to identify the challenges presented by students in this section.

Keywords*: Honduras, challenges, students, difficulties, skills*

INTRODUCCIÓN

El enfoque de resolución de problemas tiene sus inicios en 1945 luego de que el matemático húngaro George Pólya publicará su libro “Cómo plantear y resolver problemas (How to Solve It)” en donde se le muestra a cualquier persona de cualquier campo cómo pensar con claridad.

> Con una prosa lúcida y atractiva, se revela cómo el método matemático ayuda a demostrar una prueba o encontrar por el contrario como una incógnita puede ser de ayuda para atacar cualquier problema que pueda ser "razonado", desde la construcción de un puente hasta ganar una partida de cartas. (Pólya, 1945).

En su libro Pólya (1945) expone una heurística de resolución de problemas que se basa en gran medida en un repertorio de experiencias pasadas. Resume este proceso en cuatro fases las cuales son (1) comprensión del problema el cual se produce cuando los estudiantes pueden identificar los datos, palabras o símbolos utilizados en el problema, (2) Concebir un plan el cual consiste en planificar una estrategia para resolver el problema apoyándose en problemas relacionados y replanteamientos del problema en cuestión, (3) Ejecutar un plan en donde se ejecute la planificación anteriormente hecha y finalmente, (4) Visión Retrospectiva que es la parte en donde se verifica el resultado obtenido en el problema.

Hechas las consideraciones anteriores, es muy fácil saber si una persona puede o no resolver un problema; solamente es necesario observar si el conoce algún algoritmo, teorema, lema, propiedad, etc. En el caso que se desconozca solo se menciona que se ignora la forma en cómo se resolvería el problema. Pero, en el caso en donde si se conozca una idea, es suficiente con aplicarla. De hecho, Gómez et at (2011) afirma que

> “el incremento de ejercicios en la clase de matemáticas ha desarrollado y arraigado en los alumnos un síndrome generalizado; en cuanto se les plantea una tarea a realizar, tras una somera reflexión, contestan: "lo sé" o "no lo sé", según hayan localizado o no el algoritmo apropiado” (p.2).

Para resolver problemas no es evidente el camino a seguir; incluso puede haber varias formas para solucionarlos; y normalmente no han sido enseñados previamente (Gómez et al, 2015). Como es de esperarse hay que buscar todos los conocimientos que se tengan, y más importante aún, hay que relacionar el conocimiento

En este orden de ideas, podemos definir un "problema" como una dificultad imposible de solventar por aplicación directa de algún resultado conocido previamente, por el contrario, para dar solución a un problema es necesario utilizar conocimientos variados y buscar relaciones entre ellos.

Asimismo, de acuerdo con Liljedahl (2021) la forma en cómo se enseñan las matemáticas en el aula de clases hace que ellos estudiantes no estén obligados a pensar. De igual manera, el comenta en sus trabajos que los profesores no creen que sus estudiantes sean capaces de pensar matemáticamente.

Es ese mismo sentido se puede inferir que los docentes tratan de implementar la resolución de problemas en el aula, pero siguiendo los lineamientos de la educación tradicional. En la tabla 1 se muestra la estructura secuencial de una clase común de matemáticas de acuerdo con Liljedahl (2021)

Tabla 2. *Una clase típica de matemáticas*

1.	Repaso de las tareas asignadas
2.	Una clase presentada por el profesor en donde este mismo enseña a resolver los problemas de algún tema en particular
3.	Los alumnos toman notas de lo que escribe el profesor en la pizarra
4.	El docente le pide a los estudiantes que hagan un problema similar a los que se explicaron en clase y lo propone en la pizarra
5.	El profesor asigna una tarea en base a lo explicado en clase

Por lo tanto, al aplicar el enfoque de resolución de problemas durante una clase típica de matemáticas hace que los estudiantes terminen su jornada frustrados y los docentes con agotamiento (Liljedahl, 2021).

Aunque el método de resolución de problemas de Polya (1945) y las aulas de clases de pensamiento creativo de Liljedahl (2021) hayan sido publicados en lapsos de tiempo diferentes eso no significa que estén aislados uno del otro, porque un profesor de Matemáticas debe saber que los estudiantes resuelven un problema bajo la idea de Pólya, es decir, si ellos conocen una estrategia o una serie de pasos para resolver un problema, ellos efectivamente lo van a resolver, de lo contrario, ellos van a afirmar que no lo pueden resolver después de una serie de intentos.

Para ilustrar esto, durante las últimas décadas Honduras ha estado presentando informes nacionales de rendimiento académico. En donde no hay un incremento o estabilidad en el porcentaje de rendimiento de los estudiantes en expresiones algebraicas, donde se encuentra el tema a tratar de polinomios. En la figura 1 que se muestra el rendimiento promedio porcentual de los estudiantes en el bloque de expresiones algebraicas donde se puede apreciar que entre el 26% y el 35% de los estudiantes a nivel nacional comprendieron este tema. Esto último significa que el porcentaje de estudiantes que no comprendieron el tema no fueron capaces de solucionar los problemas propuestos en la prueba estandarizada.

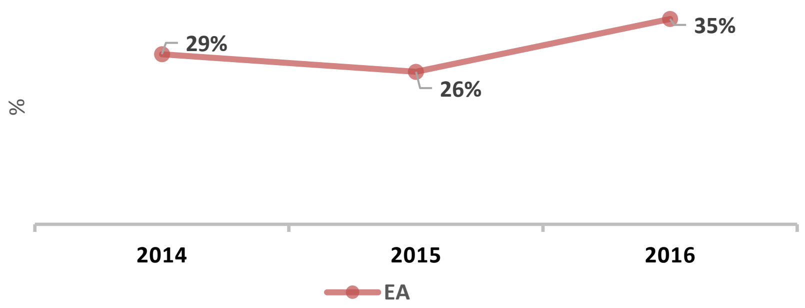


Figura 1. resultados Obtenidos por los estudiantes de 8° grado para los contenidos procedimentales en expresiones algebraicas (EA), Años 2014, 2015 y 2016. Fuente: Secretaria de Educación (SE)

Asimismo, en el informe de Rendimiento Académico del 2014 para el bloque de álgebra se destaca que, “los resultados son particularmente críticos en el Tercer Ciclo en

Matemáticas, dado que más del 90% de los estudiantes de la muestra nacional están en los niveles de aprendizaje de "Debe Mejorar" e "Insatisfactorio" (SE, 2016: p.28). El ejemplo anterior descrito también ayuda para aproximar la cantidad de estudiantes a nivel nacional que presentan retos matemáticos al momento de resolver problemas. Por lo tanto, surge la siguiente pregunta, la cual se convierte en el interés primordial de la, investigación, y se buscará de abordar desde los diferentes puntos de referencia

> ¿Cuáles son los retos matemáticos que presentan los estudiantes de octavo grado del Centro de Educación Básica General Manuel Bonilla al momento de realizar sumas con polinomios, mediante la resolución de problemas?

OBJETIVOS

Los principales objetivos de este estudio son:

1. Proponer una clasificación de los retos matemáticos a los que se enfrentan los estudiantes de octavo grado cuando intentan sumar con polinomios.
2. Diseñar sesiones de trabajo para identificar los retos matemáticos asociados a la suma de polinomios
3. Determinar el porcentaje de estudiantes que tuvieron dificultades para sumar polinomios
4. Describir los retos matemáticos que afrontan los estudiantes de octavo grado cuando intentan sumar polinomios

MATERIALES Y METODOS

Según el tema a investigar y los objetivos planteados, la siguiente investigación tiene un enfoque mixto, ya que, Hernández (2018) afirma que "La investigación mixta es un enfoque relativamente nuevo que implica combinar los métodos cuantitativo y cualitativo en un mismo estudio" (p.30). De manera similar, el alcance que lleva a cabo es de tipo descriptivo, puesto que en los objetivos se plantea especificar características específicas de la muestra sin necesidad de considerar otras variables del entorno más allá de los estudiantes y su habilidad para resolver problemas de Matemáticas.

Por su parte Hernández (2018) plantea que "Con los estudios descriptivos se busca especificar las propiedades, características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis, es decir, únicamente pretenden medir o recoger información" (p.92). Finalmente, Este estudio es fenomenológico porque pretende describir y entender la problemática planteada desde el punto de vista de cada participante

Población y Muestra

La investigación se llevó a cabo en estudiantes de octavo grado del C.E.B. Manuel Bonilla. Los individuos eran 14 estudiantes (6 mujeres, 8 varones). Las pruebas se llevaron a cabo en 2 semanas. Cada semana, se hicieron pruebas referentes al tema de suma de polinomios. Después de aplicar cada prueba, se analizaron posteriormente estos retos. A partir de los retos, se evaluaron los más comunes que se producen en los alumnos al resolver problemas.

Instrumento/Muestreo

Para realizar esta investigación se ha considerado el método de Pólya en la resolución de problemas mejor conocido como el *método heurístico de Pólya*. No obstante, se le ha aplicado una negación a todos los heurismos de este método. Cabe resaltar que cuando negamos los heurismos de Pólya también estamos diciendo *"¿Cómo no debemos resolver problemas en Matemáticas?".* De la misma manera, los heurismos negados proporcionarán una visión de las dificultades que los estudiantes encontraron en el proceso de resolución de problemas.

Tabla 3. *Indicador de Retos Matemáticos*

No.	Reto Matemático	Indicador
1.	Reto de comprensión	a. Los estudiantes no pueden reconocer las palabras claves y los símbolos presentes en el problema b. Los estudiantes no son capaces de definir cada palabra clave c. Los estudiantes no entienden los datos d. Los estudiantes muestran entorpecimiento para identificar la incógnita del problema
2.	Reto de planeación	a. Los estudiantes no conocen algún método, formula o teorema que se puede utilizar para resolver el problema b. Los estudiantes no intentar crear un modelo (estrategia) matemático para solucionar el problema
3.	Reto de ejecución	a. Los estudiantes no emplean una estrategia que facilite el proceso de resolución del problema b. Los estudiantes muestran inconvenientes explicando el procedimiento que utilizaron para resolver el problema c. Los estudiantes presentan errores en los cálculos matemáticos puestos en práctica
4.	Reto de verificación	a. Los estudiantes no pueden comprobar la veracidad de su resultado b. Los estudiantes no identifican un método alternativo para resolver el problema y llegar al mismo resultado

De esta forma se consideró utilizar como instrumento la negación de los heurismos de Pólya a la cual se le estará mencionando en esta investigación como "Identificador de Retos Matemáticos". Asimismo, se han definido los retos matemáticos de la siguiente manera.

- **Retos de comprensión:** ocurren cuando los estudiantes no entienden los datos del problema o lo que el problema les está preguntando
- **Retos de planeación:** se dan cuando los estudiantes no intentan crear una estrategia para solucionar el problema, en estos casos también se incluyen

aquellos en donde el estudiante no tiene conocimiento de algún método, formula o problema que sea clave para solucionar el problema.

- **Retos de ejecución:** ocurren cuando un estudiante no aplica ninguna estrategia para solucionar un problema, o por el contrario utiliza una estrategia la cual no puede desarrollar o la efectúa presentando deficiencias en los cálculos matemáticos.
- **Retos de verificación:** ocurren cuando el estudiante no puede demostrar que su resultado es correcto o tiene dificultades para identificar un método alternativo que ayude a llegar a la misma respuesta encontrada.

A manera de colofón, hay que indicar que el tipo de muestreo que hemos utilizado ha sido el muestreo no probabilístico causal o accidental, que es aquel en el cual el investigador selecciona directa e intencionalmente la muestra, debido fundamentalmente a que tiene fácil acceso a la misma y es representativa de la población (Canales-López et al, 2021).

Técnicas de Recolección de Datos

Durante las etapas, el análisis tuvo como foco la descripción de los desarrollos realizados por los estudiantes en las preguntas propuestas, es decir, el análisis tenía por objetivo distinguir los indicadores de los retos matemáticos en la suma de polinomios reflejados por los educandos en el proceso de resolución de problemas (Ver en Tabla 3). Cabe agregar que los estudiantes realizaron, en esta parte de la secuencia didáctica, las estrategias en forma grupal. No obstante, cada grupo tenía un líder, los cuales presentaban sus resultados al finalizar cada pregunta. (Ver en anexos).

Cabe mencionar que de acuerdo con (Tamayo, 2007) todo el proceso de producción estudiantil: escritos, audios, videos, etc. proporcionarán elementos fundamentales que servirán de análisis en trabajos de investigación. Como información adicional, las fases en las que desarrolló la aplicación del instrumento de recolección de datos son las siguientes:

- **Fase 1:** Se aplicó la primera sesión de trabajo, que constaba de 7 ítems a través del cual, se obtuvieron los datos relacionados a la comprensión de un problema y la planificación de una estrategia para resolver un problema. Se requirió de una hora clase consecutiva.
- **Fase 2:** En un día diferente, los alumnos contestaron la segunda sesión de trabajo que constaba de 6 ítems a través de la cual, se obtuvieron los datos relacionados a la ejecución de un plan, así como la verificación de una respuesta en la resolución de un problema matemático, el tiempo empleado fue una hora clase.
- **Fase 3:** En un tercer día, se aplicó la tercera y última sesión de trabajo, que constaba de 10 ítems a través del cual se obtuvieron los datos relacionados a la comprensión, planificación, ejecución y verificación de la resolución de un problema en estudiantes de octavo grado, el tiempo empleado fue dos horas clase consecutivas.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Según el análisis de las respuestas presentadas por los estudiantes, éstos cometen errores en casi todas las preguntas, el reto más común es el de ejecución. La tabla 2 muestra el porcentaje de estudiantes que cometieron retos matemáticos.

Tabla 2. Porcentaje de estudiantes a los que se les detectó retos matemáticos.

Categoría de reto Matemático	Tema/Tópico			Total
	Suma de Polinomios			
	1	2	3	
Retos de Comprensión	57.1%		28.5%	85.6%
Retos de Planeación	57.1%		14.2%	71.3%
Retos de Ejecución	42.8%		57.1%	100%
Retos de Verificación		7.1%	71.4%	78.5%

Cabe aclarar que el porcentaje total indica la cantidad de estudiantes que presentaron retos matemáticos. Por ejemplo, si a un estudiante se le detectó un reto de planeación en la primera sesión de trabajo entonces ese estudiante ya no se cuenta en la sesión 2 o 3. En este sentido, los porcentajes que se muestran en la sesión 2 o 3 pertenecen a la cantidad de estudiantes que por primera vez presentan un reto matemático determinado en la investigación.

Retos de Comprensión

Basándonos en la tabla 2, un 85,6% (12/14) de estudiantes presentaron retos de comprensión en las pruebas aplicadas. Hay dos tipos de retos cometidos por los estudiantes. En primer lugar, los estudiantes se equivocan al intentar comprender lo que se conoce del problema (identificación de datos), y en segundo lugar, los estudiantes se confunden al intentar interpretar lo que se desconoce del problema (incógnita). Como se muestra en la figura 2, los alumnos presentaron problemas de comprensión durante las sesiones de trabajo.

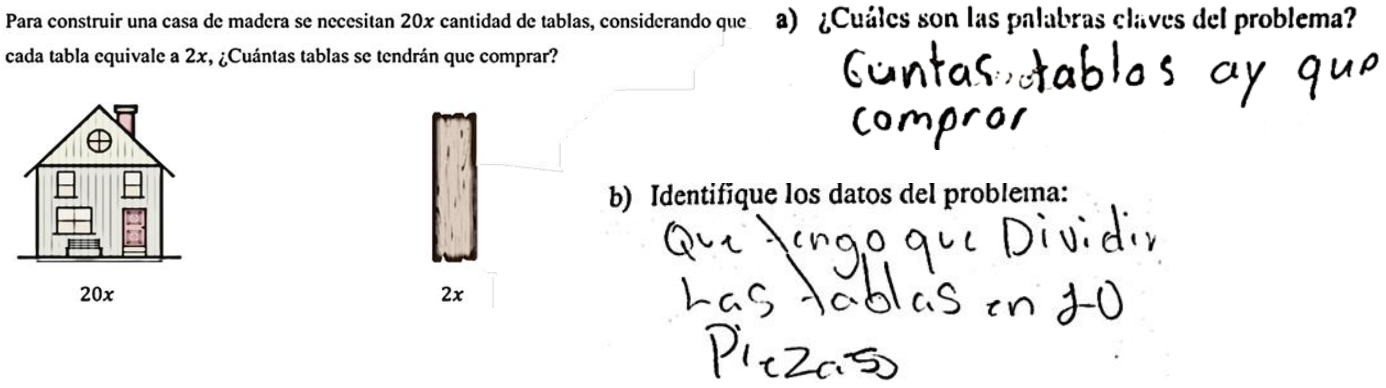


Figura 2. Retos de comprensión detectados. Fuente: en base a las respuestas de los estudiantes

Cabe mencionar que, este tipo de situaciones son muy extrañas debido a que para construir un planteamiento operativo es necesario identificar los datos primero. Por consiguiente, es posible que los estudiantes no conozcan una definición formal de datos, así como sus principales características. Para ilustrar esto, Una de las respuestas a la parte b) (Ver en figura 2) muestra al alumno escribiendo el enunciado del problema donde deben colocarse los datos.

Además, es pertinente mencionar que las palabras clave del problema eran *"Una casa, madera, la cantidad total de tablas, una tabla equivale a"*. Sin embargo, en la parte a) (Ver en figura 2), algunos estudiantes escribieron la incógnita en lugar de las palabras clave. En realidad, se trata de un problema de interpretación, ya que el alumno consideró que todo lo anterior a la pregunta eran datos, mientras que la propia pregunta era la palabra clave.

La idea no es del todo incorrecta ya que se trata de identificar la incógnita. Esta información es muy útil para solucionar el problema. No obstante, esto se cuenta como un reto matemático porque los estudiantes no pueden diferenciar las palabras clave de las incógnitas en el problema

En el mismo orden y dirección es importante aclarar que las palabras clave son todos los antecedentes a los cuales se les puede aplicar un heurismo (Schoenfeld, 1979). En este sentido, a la instrucción que aparece como pregunta no se le podría aplicar un heurismo debido a la falta de datos.

Para ejemplificar esto, en la figura 3 se muestra el procedimiento de una pareja de estudiantes que logró identificar correctamente las palabras clave del problema proporcionado. Es fácil ver que si utilizamos la palabra clave “cantidad de tablas” podremos crear una estrategia (heurismo) coherente al momento hacer un planteamiento, como consecuencia, podremos realizar una ejecución exitosa de nuestro plan obteniendo como resultado la solución del problema en cuestión

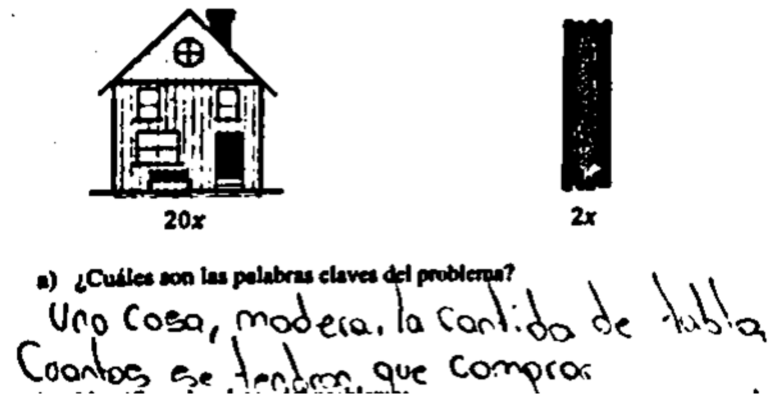


Figura 3. Identificación correcta de las palabras clave en el problema. Fuente: en base a las respuestas de los estudiantes

Retos de Planeación

Basándonos en la tabla 2, un 71.3% (10/14) de estudiantes presentaron retos de planeación. El problema más frecuente mostrado es que los estudiantes no fueron capaces de crear un modelo matemático correcto para solucionar el problema. En la figura 3 se muestran algunos de los retos

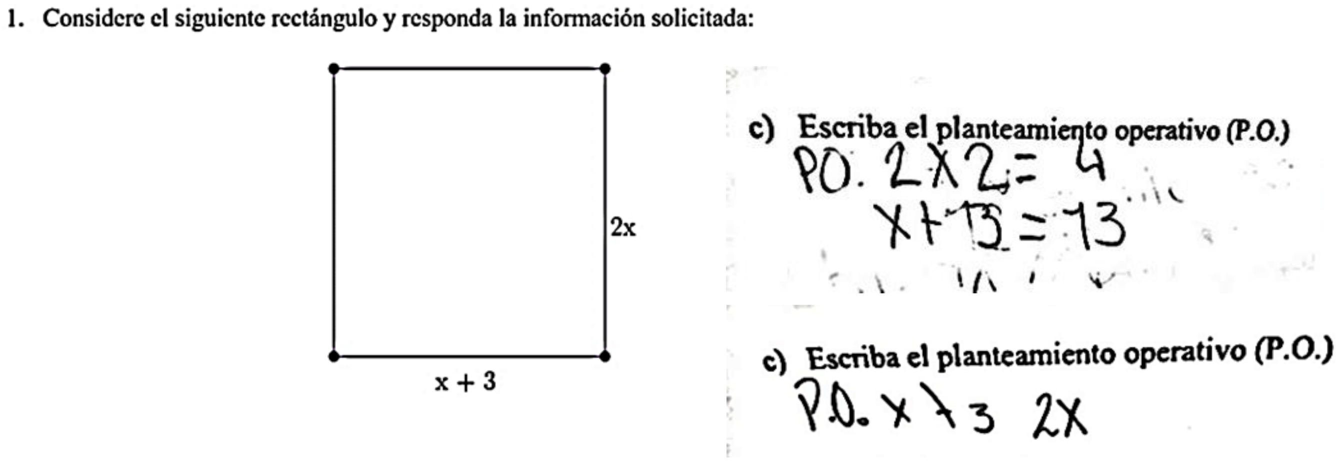


Figura 4. Retos de planeación encontrados. Fuente: con base a las respuestas presentadas por los estudiantes

Como puede observarse en la figura 4 es notorio que algunos estudiantes han presentado dificultades para crear una estrategia que pueda resolver el problema de manera exitosa.

Para ilustrar esto, véase la primera solución propuesta para el inciso c) (Ver en figura 4) en donde una pareja de estudiantes comienza a asociar la x con el signo de multiplicación de modo que los resultados que obtienen son numéricos y no algebraicos.

Por el contrario, la segunda solución propuesta se encontró en varios estudiantes los cuales, en lugar de plantear una estrategia para resolver el problema, solamente escribieron los datos (Ver en Figura 4)

Retos de Ejecución

Según la tabla 2 se muestra que un 100% de los estudiantes presentaron al menos un reto de ejecución en al menos una de las sesiones de trabajo.

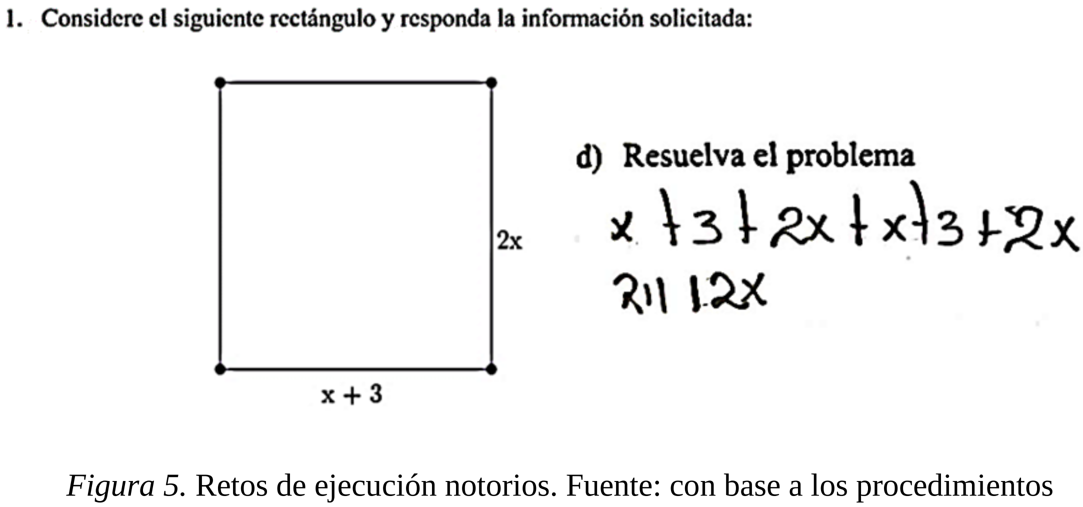


Figura 5. Retos de ejecución notorios. Fuente: con base a los procedimientos presentados por los estudiantes

Una vez que el estudiante comprende el enunciado del problema se requiere un conocimiento adicional para llegar a la solución (Hernández. R, 2016). En base a las respuestas presentadas se puede destacar que los estudiantes si han sido capaces de elegir estrategias matemáticas para llevar a cabo la solución de un problema. No obstante, estos realizan algunos errores al momento de hacer los cálculos matemáticos.

Por ejemplo, en la figura 5 se puede observar una solución propuesta por una pareja de estudiantes en la que podemos notar que intentan sumar todos los monomios con la expresión algebraica $x + 3 + 2x + x + 3 + 2x$. Sin embargo, el resultado proporcionado por los estudiantes es $12x$, el planteamiento operativo de los estudiantes consistía en sumar todas las variables de forma tal que el resultado en la mente era $6x + 6$, el error de ejecución se encuentra cuando se efectúan cálculos operativos erróneos y por tanto el estudiante suma los términos independientes con el monomio $6x$ y como consecuencia afirma que los términos independientes contienen variables, quedándole $12x$ en lugar de $6x + 6$.

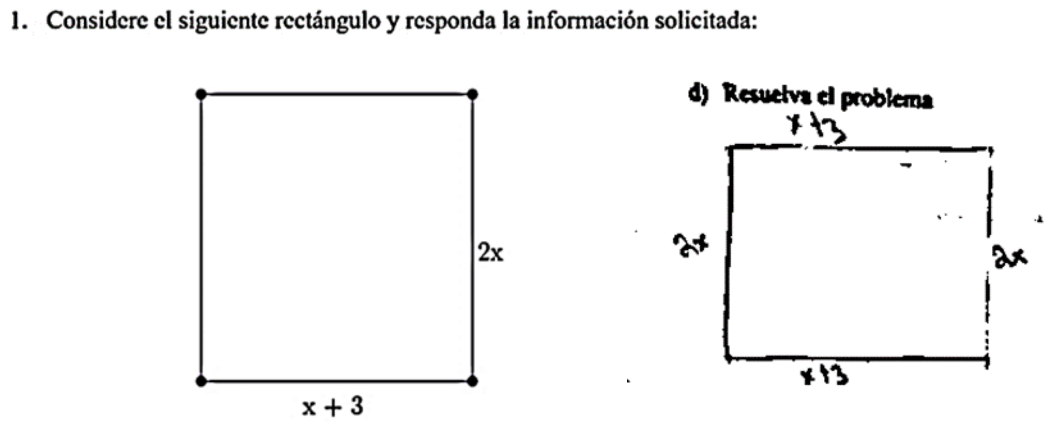


Figura 6. Retos de ejecución identificados. Fuente: con base a los procedimientos presentados por los estudiantes

Un reto común identificado en los estudiantes participantes en el estudio es el que se muestra en la figura 6. En ella se ve la solución propuesta por otra pareja de estudiantes la cual muestra el rectángulo con la información faltante, pero sin ningún proceso de ejecución escrito. Es evidente darse cuenta que los estudiantes tenían una idea para resolver el problema la cual no pudieron llevar a cabo por falta de conocimiento.

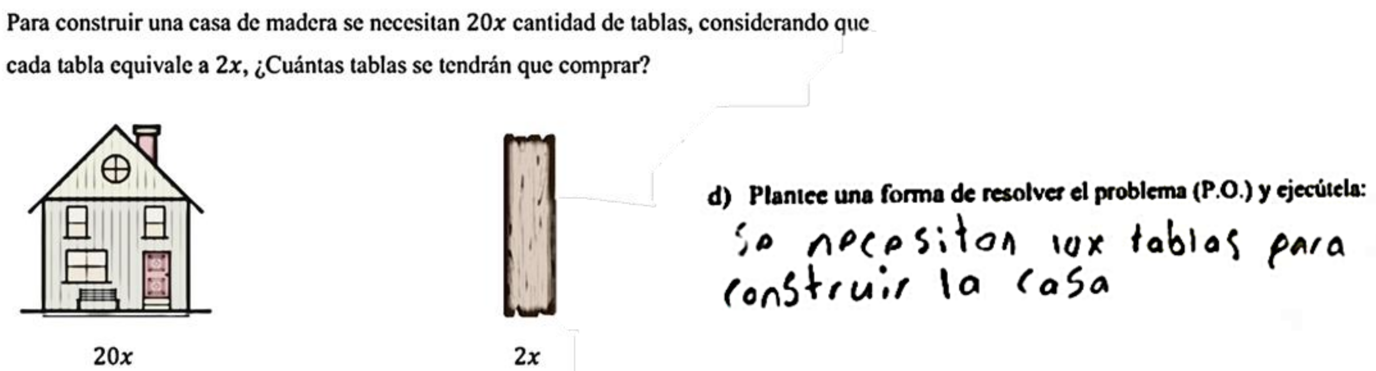


Figura 7. Retos de ejecución detectados. Fuente: con base a las respuestas de los estudiantes

En la figura 7, se muestra la respuesta de una pareja de estudiantes a la pregunta d) del ejercicio 2 de la primera sesión de trabajo en la cual solo se escribe la respuesta del problema obviando el procedimiento, en este caso es claro que el estudiante tiene dificultades para explicar la idea empleada al momento de resolver el problema o, por el contrario, no conoce los procedimientos que lo llevaron a obtener esa respuesta.

Retos de verificación

Según se ha mencionado en la tabla 2, un 78.5% de los estudiantes presentaron retos de verificación, los errores más comunes eran problemas al realizar los cálculos matemáticos

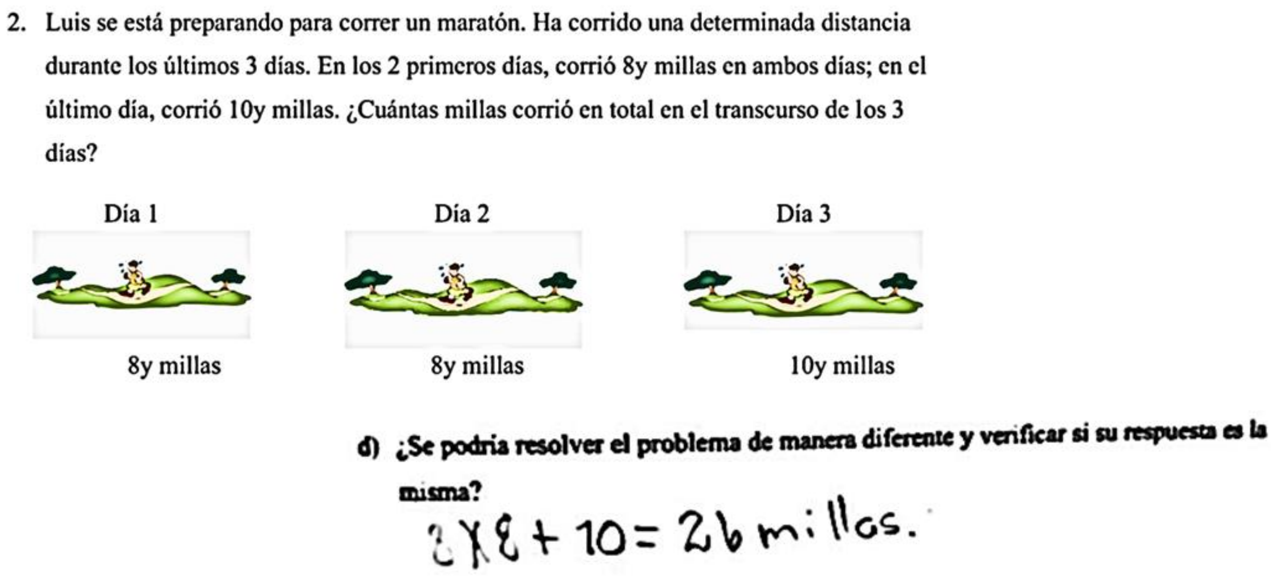


Figura 8. Retos de verificación detectados. Fuentes: con base a las respuestas de los estudiantes

Primeramente, en la figura 8 se observa una solución presentada por una pareja de estudiantes, como es de observarse, los estudiantes resolvieron correctamente el problema debido a que la respuesta es $26y$ millas. Sin embargo, al momento de hacer una comprobación, el propone resolver la operación $8 \times 8 + 10$ para obtener como resultado $26y$ millas, pero si resolvemos esa operación obtendríamos $74y$ millas por lo que los estudiantes no pudieron identificar que su respuesta es la correcta

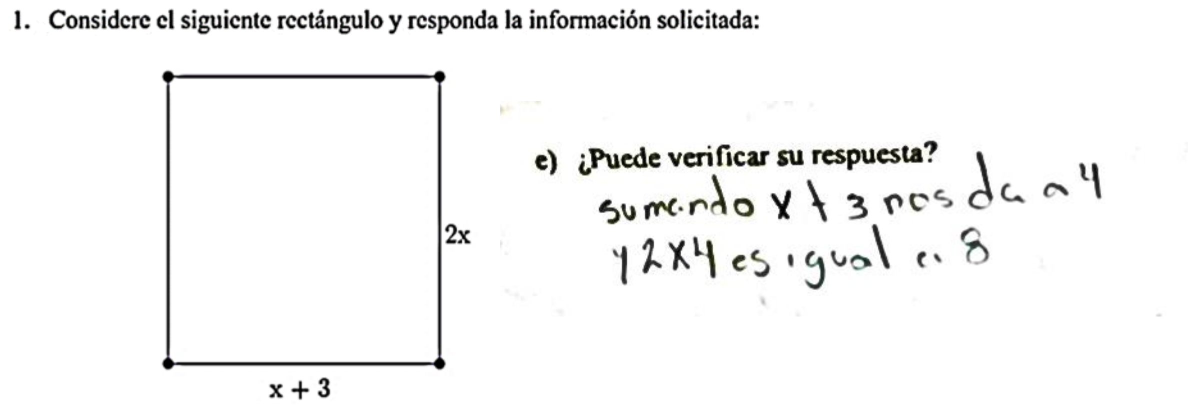


Figura 9. Retos de verificación expuestos por los estudiantes. Fuente: en base a las respuestas de los estudiantes

En la figura 9 se muestra la respuesta de una pareja de estudiantes en la última sesión de trabajo en donde se puede observar un reto de verificación, en términos generales la respuesta obtenida por estos estudiantes es 8 la cual es una respuesta incorrecta para el perímetro de el rectángulo presentado. No obstante, los estudiantes los estudiantes hacen una verificación para una respuesta incorrecta lo cual lo convierte en un reto de verificación desde que el estudiante presentó dificultades en los cálculos matemáticos en la fase de ejecución del plan.

CONCLUSIONES

Para empezar, se diseñaron sesiones de trabajo para analizar los retos matemáticos que evidencian los estudiantes y que están vinculados al tema de suma de polinomio. De igual manera, se implementaron las cuatro fases en la resolución de problemas propuesta por Pólya (1945). En las sesiones de trabajo se tomaron en cuenta suma de dos polinomios, identificación de elementos de un polinomio, proporcionalidad involucrando polinomios, perímetro de figuras involucrando polinomios. Asimismo, los problemas estaban diseñados bajo los lineamientos planteados por Pólya (1945).

Con este propósito, en las sesiones de trabajo se analizaron las habilidades de los estudiantes para comprender, plantear, ejecutar y verificar un problema. Finalmente, a partir de los resultados de la investigación y del análisis anterior, se puede afirmar que existen 4 retos matemáticos recurrentes presentes en los estudiantes al momento de resolver sumas de polinomios. Estos retos son los retos de comprensión (85.6%), retos de planeación (71.3%), retos de ejecución (100%) y retos de verificación (71.4%). El mayor porcentaje en donde se encontraron retos es en los retos de ejecución.

Los retos se producen principalmente porque los alumnos cometen errores referentes a los cálculos matemáticos o no han sido capaces de convertir las preguntas en alguna estrategia matemática o, por otro lado, los alumnos no eligen la estrategia matemática adecuada para resolver el problema.

AGRADECIMIENTOS

Nuestro más profundo agradecimiento al Msc. Marlon Jesús Oliva Romero quien ha estado orientándonos con su conocimiento y humildad en todo momento de la investigación; se le agradece profundamente por creer en nuestro trabajo. De igual forma, a la Lic. Lurdes Yadira Fuentes Córdova directora del Centro de Educación Básica Manuel Bonilla por apoyarnos poniendo a nuestra disposición su centro educativo y finalmente a los estudiantes que han participado en este estudio

REFERENCIAS

Canales-López, C. J., Euceda-Hernández, K. M., & González-Ponce, L. D. (2021). La ansiedad hacia la enseñanza de las matemáticas en estudiantes universitarios. *Revista Electrónica de Conocimientos, Saberes y Prácticas*, 4(1), 86-101.

Gómez, Y. P. (2011). ¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo? Algunas consideraciones preliminares. *EduSol*, 11(34), 74-89.

Gómez, Y. P., Betancourt, C. M. M., & Torres, R. C. C. (2015). Sugerencias metodológicas para el tratamiento a la solución de problemas. *EduSol*, 15(50), 101-109.

Hernández, R. V. (2016). Errores matemáticos en el conocimiento procedimental al resolver problemas de superficies cuadráticas. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 8(1), 67-76.

Hernández, R. F. (2018). Metodología de la investigación. 6ta Edición Sampieri. Soriano, RR (1991). McGraw-Hill Interamericana.

Liljedahl, P. (2021). Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning. Corwin Press.

Schoenfeld, A. H. (1979). Explicit heuristic training as a variable in problem-solving performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(3), 173-187.

Secretaría de Educación (SE). (2014). Informe nacional de rendimiento académico. Tegucigalpa: La Gaceta.

Secretaría de Educación (SE). (2015). Informe nacional de rendimiento académico. Tegucigalpa: La Gaceta.

Secretaria de Educación (SE). (2016). Informe nacional de rendimiento acádemico. Tegucigalpa: La Gaceta.

Polya, G. (1945). How to solve it; a new aspect of mathematical method. Princeton University Press.

Tamayo, M. (2007). Metodología de la Investigación. Editorial Lamus, SRL. Caracas,Venezuela.

Manuel Aguilera
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras
ammartinezag@e.upnfm.edu.hn

Victoria Valdez
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras
vyvaldezf@e.upnfm.edu.hn

Arnaldo Osorto
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras
ajosortoe@e.upnfm.edu.hn

Keilin Hernández
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras
kfhernandezg@e.upnfm.edu.hn

ANEXOS

Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

UPNFM

SESION DE TRABAJO N°1

OCTAVO GRADO

Nombre:_________________________________**Fecha:**____________________

Instrucciones: A continuación, se le presentan una serie de ejercicios y preguntas, las cuales deben intentar resolver utilizando los métodos y procedimientos que ya conocen. También se le solicita que si no logra resolver algún ejercicio al menos inténtelo sin borrar el procedimiento que usted consideró correcto.

1. Considere el siguiente polinomio:

$$126x^7 - 127x^6 + 1$$

a) Escriba el grado del polinomio, y explique con sus propias palabras por qué afirma que esa es la respuesta correcta.
b) Identifique el coeficiente de cada término y la cantidad de términos que tiene.
c) Escriba las partes del polinomio.

2. Considere el siguiente problema:
   Para construir una casa de madera se necesitan $20x$ cantidad de tablas, considerando que cada tabla equivale a $2x$, ¿Cuántas tablas se tendrán que comprar?

$20x$

$2x$

a) ¿Cuáles son las palabras claves del problema?
b) Identifique los datos del problema:
c) Plantee una forma de resolver el problema (P.O.) y ejecútela:

Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

UPNFM

SESIÓN DE TRABAJO Nº2

OCTAVO GRADO

Nombre:____________________________________Fecha:_______________________

Instrucciones: A continuación, se le presentan una serie de ejercicios y preguntas, las cuales deben intentar resolver utilizando los métodos y procedimientos que ya conocen. También se le solicita que si no logra resolver algún ejercicio al menos inténtelo sin borrar el procedimiento que usted consideró correcto.

1. Dado el siguiente polinomio, $4b + 8b^3 - 9 - 2b^2$:
   a) Ordénelo de manera descendente
   b) ¿Cuál es la idea que tuvo para ordenar el polinomio?

2. Luis se está preparando para correr un maratón. Ha corrido una determinada distancia durante los últimos 3 días. En los 2 primeros días, corrió 8y millas en ambos días; en el último día, corrió 10y millas. ¿Cuántas millas corrió en total en el transcurso de los 3 días?

Día 1

8y millas

Día 2

Día 3

10y

millas

a) ¿Cuáles son los datos del problema?
b) ¿Qué operaciones básicas se pueden utilizar para resolver el problema?
c) Escriba el planteamiento operativo del problema (P.O.) y resuélvalo
d) ¿Se podría resolver el problema de manera diferente y verificar si su respuesta es la misma?

Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

UPNFM

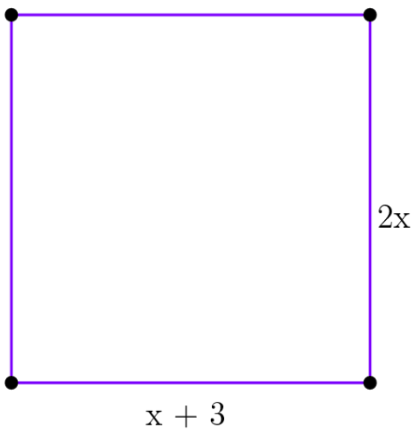
SESIÓN DE TRABAJO N°3

OCTAVO GRADO

Nombre:___________________________________Fecha:______________________

Instrucciones: A continuación, se le presentan una serie de ejercicios y preguntas, las cuales deben intentar resolver utilizando los métodos y procedimientos que ya conocen. También se le solicita que si no logra resolver algún ejercicio al menos inténtelo sin borrar el procedimiento que usted consideró correcto.

1. Exprese una forma de encontrar el perímetro del siguiente rectángulo, utilizando los datos proporcionados:



a) ¿Cuáles son los datos del problema?
b) ¿Qué le está pidiendo el problema?
c) Escriba el planteamiento operativo (P.O.)
d) Resuelva el problema
e) ¿Puede verificar su respuesta?

2. Cuatro impresoras pueden imprimir x páginas en 12 minutos. ¿Cuántos minutos se necesitan para imprimir 4x páginas?

a) ¿Cuáles son los elementos claves del problema?
b) ¿Cuál es la incógnita en el problema
c) Escriba el planteamiento operativo del problema (P.O) y resuélvalo.
d) ¿Cuántas x páginas se van a imprimir en 96 minutos?

3. Sea $A = 3x + 6$ y $B = 9x - 3$, determine: $A + B$
a) Explique con sus propias palabras la estrategia que utilizó

Rangel-Arzola, J. E. y Ortiz-Buitrago, J. (2022). Modelización matemática, programación lineal y videos instruccionales en la formación de ingenieros. *Matemáticas, Educación y Sociedad, 5*(3), 40-59

ISSN: 2603-9982

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA, PROGRAMACIÓN LINEAL Y VIDEOS EN LA FORMACIÓN DE INGENIEROS

José E. Rangel-Arzola, Universidad Central de Venezuela, Campus Cagua, Venezuela

José Ortiz-Buitrago, Universidad de Carabobo, Campus La Morita, Venezuela

Resumen

Este estudio se llevó a cabo, utilizando el paradigma de investigación basado en diseño, abordando desde las etapas de desarrollo e implementación, un experimento de enseñanza con actividades de modelización matemática, utilizando Programación Lineal. Los participantes fueron estudiantes del sexto semestre de la carrera de Ingeniería de Procesos Industriales de la Universidad Central de Venezuela. El experimento de enseñanza se realizó utilizando la modalidad a distancia y aprovechando las bondades del aprendizaje móvil, entre otros, durante un período de seis semanas, con el apoyo de videos de contenido teórico-práctico a fin de fomentar el aprendizaje cooperativo y significativo. Los resultados del estudio demostraron que, en condiciones de no presencialidad, los estudiantes desarrollaron competencias de modelización matemática en la resolución de problemas contextuales con sentido crítico en el manejo y gestión de recursos limitados y uso de tecnología.

Palabras clave: *modelización, programación lineal, videos.*

Mathematical modeling, linear programming and videos in the training of engineers

Abstract

This study was made under the research paradigm based on design, approaching from the development and implementation stages, a teaching experiment with mathematical modeling activities, using Linear Programming. The participants were students of the sixth semester of the Industrial Process Engineering career at the Central University of Venezuela. The teaching experiment was carried out using the distance modality and taking advantage of the benefits of mobile learning, among others, during a period of six weeks, with the support of videos with theoretical-practical content in order to promote cooperative and meaningful learning. The results of the study showed that in non-attendance conditions, students developed mathematical modeling skills in solving contextual problems with a critical sense in the handling and management of limited resources and use of technology.

Keywords: *Mathematical Modeling, Linear Programming, Videos.*

Recibido: 03/08/2022; Aceptado:19/12/2022

INTRODUCCIÓN

Actualmente los cambios que imperan a nivel mundial en materia sanitaria (Cucinotta & Vanelli, 2020), han influido considerablemente en la dinámica educativa, motivo por el cual estos factores han afectado de manera importante la presencialidad del desarrollo de las actividades cotidianas en las instituciones educativas de todos los niveles. En ese sentido, el ámbito universitario no escapa a esta situación, lo que ha obligado a generar cambios en los métodos de enseñanza que comúnmente se venían utilizando. Con base en lo anterior, y durante el desarrollo del semestre intensivo 2020 llevado a cabo por la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, en el Núcleo Cagua, donde hace vida la carrera de Ingeniería de Procesos Industriales, se tomó la iniciativa, de llevar a cabo este periodo bajo la modalidad a distancia, apoyado por el Campus Virtual Moodle de dicha Facultad, conjuntamente con otras plataformas tecnológicas (Zoom, Google Meet, Classroom, entre otros), a fin de mantener el proceso académico y tratar de acoplar sus necesidades pedagógicas y formativas al contexto actual. Agregando a lo anterior, el enfoque de Ingeniería de Procesos Industriales es el de la enseñanza-aprendizaje por competencias, el cual se sustenta en 5 (cinco) saberes esenciales: Conocimientos, Habilidades, Actitudes acordes con el entorno, Aspectos motivacionales y Capacidad personal y agrado de receptividad del medio, a su vez cada uno de los cursos que conforman el programa de la carrera pertenecen a uno de los 4 (cuatro) módulos conceptuales sobre el cual se encuentran fundamentados curricularmente. Los módulos se denominan de la manera siguiente: (a) Empresas y Negocios, (b) Aseguramiento de la calidad, (c) Productividad y logística en procesos industriales, y (d) Administración, evaluación y control de procesos de mantenimiento. Estos módulos a su vez contienen una serie de indicadores que permiten tomar como evidencia el desarrollo y la adquisición de competencias por parte del estudiante.

Uno de los cursos más importantes que conforman el currículo de Ingeniería de Procesos Industriales es el de Programación Lineal, el cual se dicta en el sexto semestre de la carrera y cuyo contenido principal es la construcción y el análisis de modelos matemáticos y, además, se encuentra fundamentado en los módulos (c) y (d). Sin embargo, a pesar de que la Programación Lineal sigue mostrando su utilidad en la formación de ingenieros, los estudiantes siguen presentando dificultades en la comprensión y construcción de esos modelos, tal como lo señalan Stevens & Palocsay (2004).

De esta manera y a pesar de la estructura curricular que Ingeniería de Procesos Industriales posee, surgió la necesidad y la inquietud de analizar la manera de proporcionar a los participantes, herramientas didácticas e instruccionales idóneas para fomentar el desarrollo de competencias en función del proceso de modelización matemática, fuera del aula de clases y en otros contextos ajenos a lo tradicional, debido a la no presencialidad de las actividades. Asimismo, surgen propuestas, a través de tareas y estrategias didácticas, para facilitar el acceso al conocimiento en situaciones adversas. Además, se destaca que, debido a la situación coyuntural, al momento de iniciar el semestre intensivo, no se contó con la capacitación docente necesaria para tratar la problemática de manera eficiente en relación con el abordaje del complejo proceso de enseñanza y aprendizaje, en el diseño de materiales instruccionales que permitieran proseguir con el enfoque por competencias de la carrera ni mucho menos su evaluación. Por lo que surgió la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo pueden desarrollar los estudiantes de ingeniería el proceso de modelización matemática con el apoyo de videos instruccionales para la resolución de problemas de Programación Lineal?

En este sentido, el propósito de la investigación es analizar el proceso de desarrollo de competencias de modelización matemática por parte de los estudiantes de ingeniería en la resolución de problemas de Programación Lineal con el apoyo de videos instruccionales.

MARCO TEÓRICO

En la ingeniería, la utilización de modelos matemáticos reviste una importancia sensible que muchas veces se deja a un lado en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las instituciones educativas. La utilización de la modelización para la solución de problemas reales, en el aula de clases, no puede dejarse a un lado (Cruz, 2010), puesto que el ingeniero en el real campo de trabajo, muchas veces, hace uso del amplio compendio de herramientas matemáticas, que esta ciencia puede ofrecer, para la solución de problemas de diversa índole y naturaleza.

Aunado a lo anterior, un modelo matemático, posee una concepción epistemológica de tres características importantes para conocer. Hestenes (2013) establece la primera de ellas como la teórica, donde los modelos son considerados como unidades básicas de conocimiento estructurado, a partir de la cual se pueden realizar inferencias lógicas, predicciones, explicaciones, planes y diseños, es decir, son estructuras abstractas manipulables. La segunda es la empírica, la cual establece que los modelos pueden ser comparados con elementos del mundo físico o cosas físicas que se sitúan en contextos, también con procesos de diversa índole. La tercera es la cognitiva, donde los modelos son compaginados con la intuición física funcionando como entendimiento físico. Una vez definido el concepto de modelo matemático a partir de las tres perspectivas mencionadas, es conveniente, entonces, establecer al proceso de modelización, como una serie de etapas, donde se identifica y se comparan estos elementos físicos (mundo real) con estructuras matemáticas (abstractas), de tal manera que se pueda generar un conocimiento (estructura mental) para estudiar determinados fenómenos y emitir respuestas a diferentes interrogantes utilizando representaciones simbólicas (matemáticas) de dichas situaciones.

Con base en lo anterior, la competencia matemática para modelizar, no es más que la disposición perspicaz (percepción de detalles físicos en determinado contexto) e intuitiva (conocimiento, comprensión y percepción del contexto) para manejar todas las partes antes descritas y utilizarlas en una determinada situación (Jensen, 2007). En Programación Lineal, el proceso de modelización matemática se lleva a cabo cuando se analizan elementos que se encuentran en el mundo físico, que pueden ser susceptibles a modelarse utilizando este método. Los contextos suelen ser amplios y variados y el tipo de problema a analizar también. Sin embargo, muchos estudiantes encuentran dificultad para trasladar la descripción verbal de un problema en un modelo matemático válido (Kenney et al., 2019).

De modo que como lo definen Risa & Arreola (2003), entre los problemas que más suelen modelarse, destacan los siguientes: producción (de diversos artículos, bienes, servicios, etc), financieros (involucran la selección de medios para financiar proyectos en una empresa), mercadotecnia (distribución de un presupuesto fijo entre varios medios publicitarios), ventas (optimización de ventas o utilidades en una compañía), producción (establecimientos de programas de producción al menor costo o de utilidad máxima para varios productos en diferentes periodos de tiempo), mezcla (utilización de dos o más recursos para producir uno o más artículos), transporte (selección de las mejores rutas de distribución entre orígenes y destinos), asignación (establecimiento de personas con diferentes capacidades a diferentes trabajos), entre otros.

Por consiguiente, una vez que se estructura la situación real objeto de estudio a través de un conjunto de símbolos, diferenciados y clasificados, de acuerdo con Bazaraa, Jarvis, & Sherali (2010) se define en primer lugar un conjunto de variables de decisión, que deben determinarse y una función objetivo (función lineal) que se puede maximizar para aumentar ganancias o minimizar para disminuir gastos o costos; este proceso es lo que se conoce como la traducción del problema real al problema matemático (Thie & Keough, 2008). Agregando a lo anterior, la función objetivo estará sujeta a un conjunto de limitantes o restricciones, como lo expresa Vanderbei (2014), las cuales pueden ser igualdades o desigualdades asociadas a una combinación lineal entre las variables de decisión. De modo que, tanto la función objetivo como las restricciones, poseen significado propio dentro de las partes de la situación a estudiar y, en consecuencia, el problema se traspasa del mundo real al mundo matemático, siendo aquí donde se procede a analizarlo, resolverlo y hallar un resultado. Vale la pena resaltar que los supuestos de un modelo de programación lineal pueden no ser siempre realistas, pero es la primera aproximación para comprender un problema del mundo real (Hu & Kahng, 2016).

Por lo tanto, para la etapa de resolución, se utilizan diversos métodos algorítmicos y procedimentales, con la ayuda y apoyo también de software especializado, que simplifican este amplio proceso al permitir concentrarse en la fase de modelización propiamente dicha (Rangel, 2015). Por ende, los recursos empleados, van a permitir encontrar una solución denominada óptima (la mejor), para luego volver, al problema físico inicial y abordar un proceso de toma de decisiones donde se aportan respuestas al problema de estudio.

En esta perspectiva, es necesario considerar también que durante el proceso de modelización matemática, intervienen otros elementos que son identificables para ser estudiados a mayor detalle, específicamente en la rama de los saberes, donde actúan las competencias (Mendible & Ortiz, 2007), tales como conocimientos, habilidades y actitudes acordes con el entorno, aspectos motivacionales y la capacidad de adaptarse al medio (Universidad Central de Venezuela, 2005a, 2005b, 2005c, 2005d, 2005e), los cuales se interrelacionan con los aspectos antes mencionados, teórico, empírico y cognitivo.

Todo lo anterior se resume en la Figura 1, donde el futuro ingeniero, una vez situado en un contexto real (mundo real), identifica un problema que pueda modelarse con Programación Lineal, ya sea en algunos de los tipos mencionados en el párrafo anterior o no; luego se pasa a la etapa de traducción que es donde se matematizan los elementos de la realidad y compaginan con números, variables, letras, parámetros y coeficientes que representarán dicha situación de estudio, es decir, se comparan ambos espacios (característica empírica). Esta primera etapa involucra un estudio detallado del contexto a estudiar y se recolectan datos necesarios para ser analizados (Bazaraa, Jarvis, & Sherali, 2010). Además, intervienen competencias que se refieren a la creatividad y conocimientos técnicos (para realizar tareas), basándose en el reconocimiento de la estructura matemática de determinado problema, donde se clasifica la información disponible, se desarrollan diversas descripciones y representaciones, se formula el problema, siguiendo los pasos sugeridos por Stevens & Palocsay (2004).

En la siguiente etapa, una vez formulado y refinado el modelo, se procede a abordarlo ya sea matemáticamente, a través de procedimientos algorítmicos propios de la Programación Lineal, tales como el método gráfico, simplex, entre otros, con el propósito de encontrar una solución óptima o en otro caso, paquetes de Software destinados para tal fin (característica teórica); durante esta etapa se evidencia la intervención de competencias relacionadas con habilidades técnicas para realizar diversas tareas, entre las que se encuentran la descripción de procesos, clasificación de varios tipos de información, secuencialidad de pasos para lograr resultados, descripción de los resultados logrados ya sean parciales o totales, entre otros.

Dentro de las competencias del saber hacer existen también elementos relacionados con habilidades sociales y cognitivas, el primer grupo se basa en la socialización del individuo con los demás en función del problema de interés y la segunda en el procesamiento de la información que se obtiene, cómo se analiza y posteriormente se toman decisiones. En la etapa anterior intervienen habilidades y destrezas, ya sean numéricas o tecnológicas, lo siguiente es que una vez obtenida y analizada la solución, esta se socializa para determinar una decisión, donde intervienen aspectos motivacionales propios de la competencia querer hacer, tales como el esfuerzo de visión futura en el logro de la calidad y ver si se satisfacen las necesidades del contexto.

Por último, y si la solución es la adecuada, se implementa, se vuelve a la realidad, se agregan cambios y mejoras, siguiendo las recomendaciones del proceso (característica cognitiva), conjuntamente con la interacción de competencias del poder hacer en lo relacionado con la capacidad personal y adecuación al grado de receptividad del medio; en donde se evidencian iniciativas en la participación en los cambios tecnológicos, conciencia de la problemática nacional en el campo del desarrollo industrial, investigación y desarrollo de nuevas tecnologías, además de la generación de beneficios en el ámbito tecnológico y social. Todo lo antes mencionado se mantiene en un equilibro de actitudes acordes con el medio, en donde se ponen en práctica elementos de ética en la ingeniería, responsabilidad profesional, conciencia ambiental, búsqueda de la verdad, calidad de vida y solución de problemas con pertinencia social.

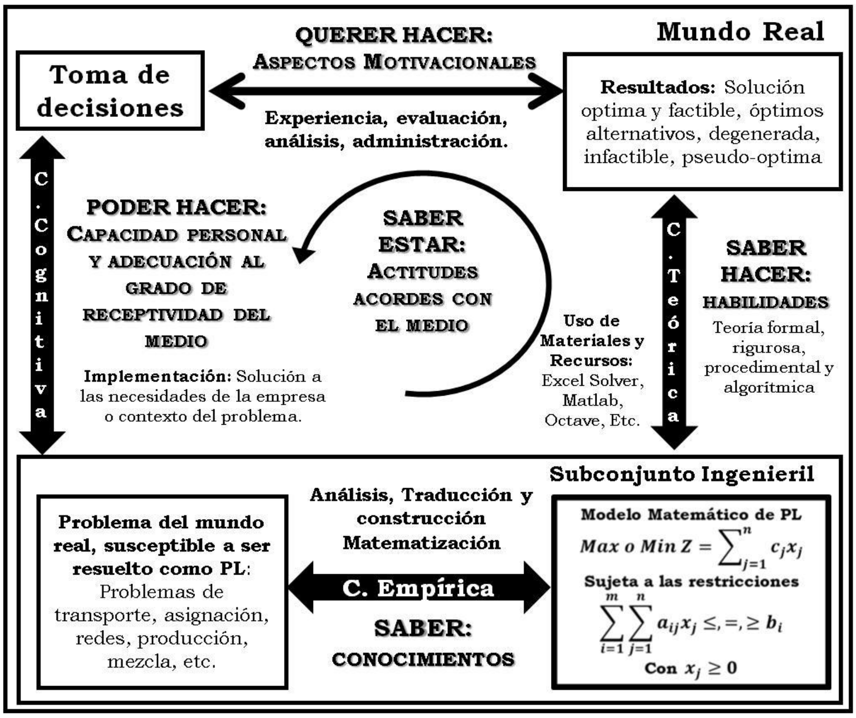


Figura 1. Proceso de modelaje matemático en Programación Lineal bajo un enfoque por Competencias (Fuente: Rangel, 2015).

MARCO METODOLÓGICO

Esta investigación se llevó a cabo utilizando el paradigma de la investigación basada en diseño, la cual posee una naturaleza principalmente cualitativa teniendo por objetivo, tal como lo define Molina, Castro, Molina, & Castro (2011):

> Analizar el aprendizaje en contexto mediante el diseño y estudio sistemático de formas particulares de aprendizaje, estrategias y herramientas de enseñanza, de una forma sensible a la naturaleza sistémica del aprendizaje, la enseñanza y la evaluación. Todo ello la convierte en un paradigma metodológico potente en la investigación del aprendizaje y la enseñanza (p. 76)

El tipo de estudio dentro del cual se enmarca esta investigación son los experimentos de enseñanza, los cuales forman parte de la investigación de diseño, y que tiene como propósito comprender y mejorar los procesos educativos, definiéndose como una secuencia de episodios de enseñanza, los cuales son temporalizados y contextualizados (Molina, Castro, Molina, & Castro, 2011) con el uso de material instruccional didáctico de forma situada es decir en los contextos de la vida real (Molina, Castro, & Castro, 2006) donde surgen situaciones que permiten acercar al estudiante a la matemática práctica, aplicada o utilitaria.

El experimento de enseñanza de esta investigación se desarrolló durante 3(tres) fases (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer, & Schauble, 2003) en el período del Semestre Intensivo 2020, del Núcleo Cagua de la Universidad Central de Venezuela:

Fase 1: Preparación del experimento

Se establecieron los objetivos tanto de la investigación como los instruccionales, se definió la temporalización, se diseñó el material didáctico a utilizar, tales como la grabación de videos instruccionales (Lbt426, 2019a, 2019b, 2019c, 2019d, 2019e, 2019f, 2019g, 2019h, 2019i, 2019j, 2020a, 2020b, 2020c, 2020d, 2020e, 2020f, 2020g, 2020h, 2020i, 2020j, 2020k, 2020l, 2020m, 2020n), por parte del docente, en donde se abordan teórica, práctica y tecnológicamente, todos los temas y sub-temas propios del curso de Programación Lineal, tales como la construcción y resolución de los modelos de Programación Lineal utilizando Excel Solver (Rangel, 2018), Análisis de Sensibilidad, Dualidad y Modelos de transporte, haciendo hincapié en las actividades relacionadas con la modelización matemática.

Es importante tomar en cuenta, que varios de los videos instruccionales utilizados, fueron grabados en el año 2019, y reposan en el canal "Programación Lineal paso a paso" (Rangel, s. f). Este material didáctico, en la actualidad, ha tenido gran cantidad de reproducciones así como una favorable receptividad por parte de los usuarios de distintos países de habla hispana, tal es el caso del video "Método Dual Simplex" (Lbt426, 2019), el cual ha sido reproducido veintiséis mil (26k) veces, con comentarios como: "Excelente video, muy bien explicado" (García, 2020), o "Gracias muy buen video, excelente explicación…" (Villera, 2020). Otro caso es el video "Ejemplo de cómo utilizar el análisis de sensibilidad en Excel Solver" (Lbt426, 2019), el cual ha sido reproducido veintitrés mil (23k) veces, con comentarios como: "Los 20 minutos mejores explicados, gran trabajo!" (Torres, 2021), o "Esto es lo que buscaba, sinceramente a mi profesor no le entendía muy bien sus interpretaciones, pero aquí me aclaraste la duda, gracias" (Killer, 2020), entre otros.

Como complemento, se parte de la idea de que en la actualidad el uso de videos instruccionales se ha incrementado por parte de los estudiantes (Soto & Liern, 2020) al fomentar el aprendizaje significativo, autónomo, colaborativo y constructivo, además de su alto sentido utilitario y carácter asíncrono, en consecuencia, se genera un aprovechamiento de las bondades del Mobile Learning (aprendizaje móvil) al permitir el acceso a la información en cualquier lugar y en cualquier momento, de manera que el proceso de enseñanza y aprendizaje sea mucho más flexible fuera del salón de clases (Márquez, 2020). Los videos se grabaron utilizando la aplicación Libre Office Impress en el sistema operativo Linux Ubuntu, utilizando la aplicación Simple Screen Recorder de licencia libre. La técnica de producción utilizada fue la de voz en off (se grabó la voz sin que el investigador apareciera en cámara), plasmando todos los procedimientos en las diapositivas de forma secuenciada para luego proceder a grabar el escritorio de Ubuntu. En la Figura 2 se muestra una captura de pantalla para el video de modelado para la mezcla de producción.

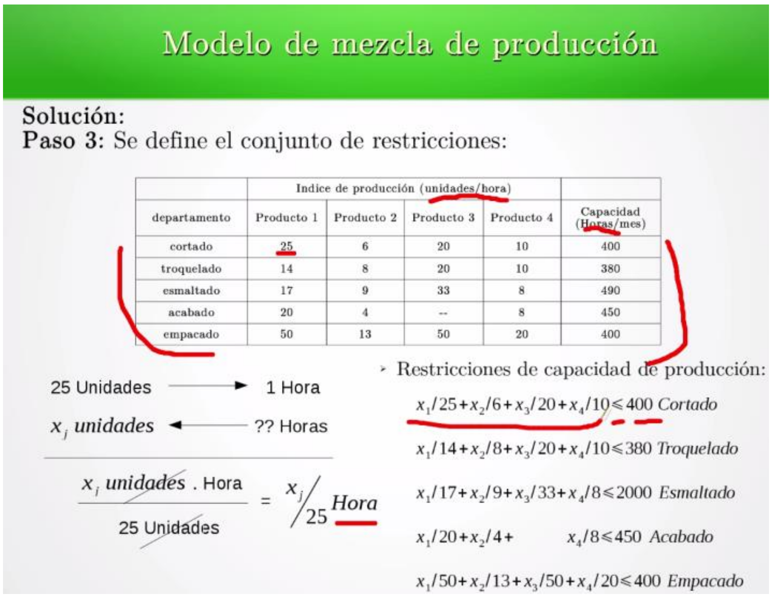


Figura 2. Captura de pantalla del video instruccional (Fuente: Datos del estudio, 2020).

En la Tabla 1 se muestra la temporalización del experimento, el cual se abordó durante 6 (seis) sesiones de una semana de duración, para un total de 6 (seis) semanas de desarrollo ya que se implementó a distancia y de manera virtual, utilizando recursos como la Plataforma Moodle de la Universidad Central de Venezuela, la plataforma de videos Youtube, mensajería de Correo Electrónico y mensajería de WhatsApp. En el mismo orden de ideas, se le suministró a cada participante, tanto vía Correo Electrónico como de Mensajería WhatsApp, una serie de guías de trabajo contentivas de una serie de instrucciones, los enlaces correspondientes tanto a los videos como a guías didácticas en formato PDF, y el conjunto de tareas y actividades para cada semana. Los talleres abiertos realizados, contaron con un máximo de participación de dos (02) estudiantes.

Tabla 1. *Distribución de los contenidos por sesión*

Sesión	Tema	Contenidos
1	Modelos de Programación Lineal	El proceso de modelado matemático en Programación Lineal, Obtención de los parámetros del modelo, a partir de problemas reales.
		Práctica: Taller abierto a distancia.

		Recogida de datos: -Hojas de trabajo de los estudiantes. -Notas del Investigador-Docente.
2	Resolución de modelos de Programación lineal	Conjuntos convexos, Método gráfico, algebraico y simplex (Caso Maximización).
		Práctica: Taller abierto a distancia. **Recogida de datos:** -Hojas de trabajo de los participantes. -Notas del Investigador-Docente.
3	Resolución de modelos de Programación lineal Parte II	Método simplex (caso minimización), Casos especiales del método simplex y problema dual.
		Práctica: Taller abierto a distancia. **Recogida de datos:** -Hojas de trabajo de los participantes. -Notas del Investigador-Docente.
4	Resolución de modelos de Programación lineal Parte III	Método simplex dual, Interpretación económica de la dualidad, Resolución de modelos de Programación Lineal utilizando Excel Solver, Análisis de Sensibilidad utilizando Excel Solver.
		Práctica: Taller abierto a distancia. **Recogida de datos:** -Hojas de trabajo de los participantes. -Notas del Investigador-Docente.
5	Modelos de Transporte Parte I	Construcción de los modelos de transporte, Métodos para la obtención de la Solución Básica inicial. Solución utilizando Excel Solver.
		Práctica: Taller abierto a distancia. **Recogida de datos:** -Hojas de trabajo de los participantes. -Notas del Investigador-Docente.
6	Modelos de Transporte Parte II	Construcción de los modelos de transporte, Métodos para la obtención de la Solución Básica Factible inicial. Modelos de asignación, Solución utilizando Excel Solver.
		Práctica: Video-Exposición. **Recogida de datos:** -Grabación de videos por parte de los participantes.

	-Hojas de trabajo de los participantes. -Notas del Investigador-Docente.

En cuanto a los materiales y recursos empleados, el docente contó con dos computadores de sobremesa con los sistemas operativos Linux Ubuntu versión 18.04 (con conexión a internet Cantv ABA) y Windows versión 11, ambos fueron utilizados para la estructuración (elaboración de los guiones para los videos) y grabación de los videos instruccionales, así como también con dispositivos portátiles como un teléfono móvil y una Tablet modelo Canaima. Mientras que los participantes utilizaron teléfonos móviles con conexión a internet y computadores de sobre mesa individuales con el sistema operativo Windows 11. Por otra parte, cada actividad estuvo diseñada con el propósito de evidenciar en el participante la adquisición y potenciación de alguna de las competencias matemáticas en Programación Lineal (Figura 3), las cuales fueron elaboradas siguiendo la estructura por competencias del análisis funcional (OIT/CINTERFOR, 2021).

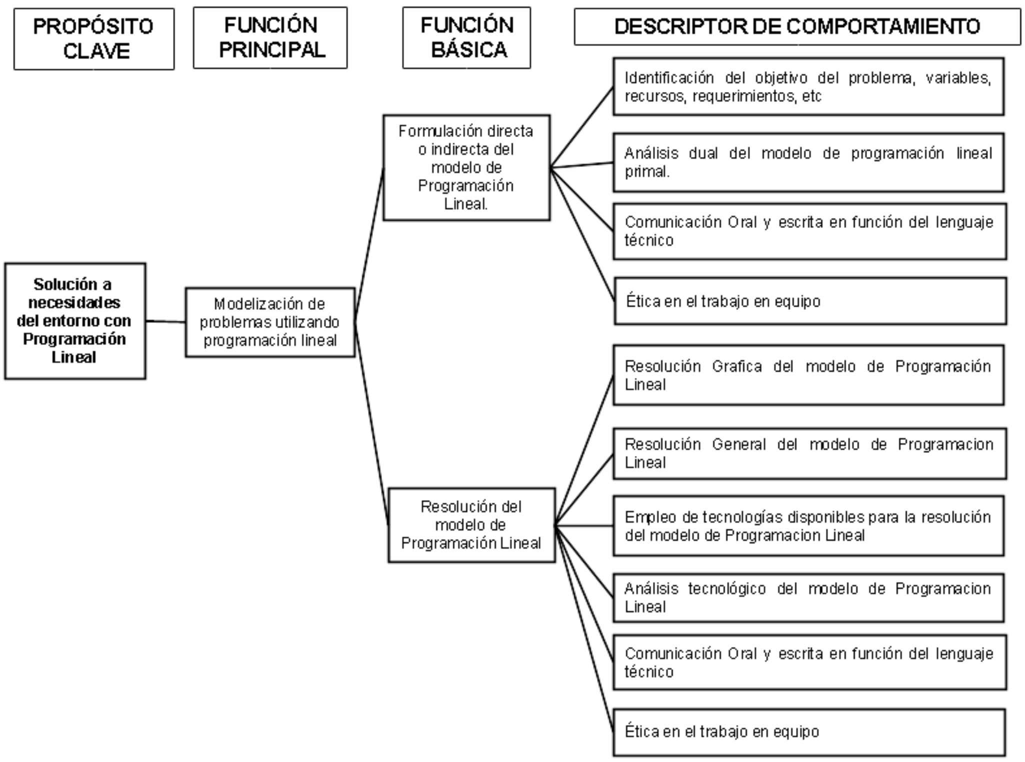


Figura 3. Competencias Matemáticas en Programación Lineal

La evaluación de las competencias se realizó utilizando el método SCID (desarrollo sistemático e instruccional de un Curriculum) (Irigoin & Vargas, 2002) a través de una escala de medición adaptada que señala niveles progresivos de dominio que van desde el ítem A hasta el F de la siguiente manera: A (Profesional), B (Desarrollándose), C (Estándar), D (Capacitándose), E (Entrante) y F (Ausente). La Tabla 2 contiene las competencias por saberes y sus descriptores de comportamiento.

Tabla 2. *Competencias y descriptores de comportamiento*

Competencias	**Descriptor de comportamiento**
Saber: Conocimientos	**CPL1:** Identificar el objetivo del problema, variables, recursos y requerimientos. **CPL4:** Interpretar el modelo de programación lineal en función de la dualidad:
Saber Hacer: Habilidades	**CPL2:** Resolver Gráficamente el modelo de Programación Lineal. **CPL3:** Resolución General de modelos de Programación Lineal **CPL5:** Emplear recursos tecnológicos en la resolución de modelos de Programación Lineal.
Sabe Estar: Actitudes acordes con el entorno	**CPL8:** Practicar la ética en el trabajo en equipo.
Querer Hacer: Aspectos Motivacionales	**CPL6:** Analizar tecnológicamente el modelo de programación lineal.
Poder Hacer: Capacidad personal y adecuación al grado de receptividad del medio	**CPL7:** Emplear comunicación oral y escrita en función del lenguaje técnico.
Leyenda: **CPL:** Competencia de Programación Lineal	

La Tabla 3, contiene los descriptores de comportamiento, así como los elementos de competencia que lo conforman, estos últimos se encargan de describir con más detalle en qué consiste el descriptor de comportamiento asociado.

Tabla 3. *Descriptores de Comportamiento y Elementos de Competencia*

Descriptor de comportamiento	**Elementos de Competencia**
CPL1: Identificar el objetivo del problema, variables, recursos y requerimientos.	1) Matematiza los elementos de interés de una situación problema en el contexto social, industrial o laboral en un modelo abstracto de Programación Lineal. 2) Define el significado de la función objetivos, las variables de decisión y el conjunto de restricciones.
CPL2: Resolver Gráficamente el modelo de Programación Lineal.	1) Aplica el método gráfico para la resolución de modelos de programación lineal 2) Identifica el tipo de solución obtenida mediante el método gráfico.
CPL3: Resolución General de modelos de Programación Lineal	1) Aplica el Método Simplex para la resolución de modelos de Programación Lineal

	2) Identifica el tipo de solución obtenida con el Método Simplex
CPL4: Interpretar el modelo de programación lineal en función de la dualidad:	1) Construye el modelo de programación lineal dual a partir del modelo primal. 2) Interpreta el significado de las variables y restricciones duales en los términos del problema de asignación de recursos.
CPL5: Emplear recursos tecnológicos en la resolución de modelos de Programación Lineal.	1) Utiliza herramientas computacionales para resolver problemas de Programación Lineal. 2) Identifica errores y fallas en el uso de herramientas computacionales para la resolución de problemas de Programación Lineal.
CPL6: Analizar tecnológicamente el modelo de programación lineal.	1) Efectúa cambios en los parámetros del modelo de programación lineal en el proceso de toma de decisiones utilizando medios tecnológicos.
CPL7: Emplear comunicación oral y escrita en función del lenguaje técnico.	1) Argumenta los cambios efectuados en el modelo de programación lineal en función del proceso de toma de decisiones. 2) Utiliza el lenguaje técnico y formal en función de las operaciones de la Programación Lineal.
CPL8: Practicar la ética en el trabajo en equipo.	1) Interactúa en el medio con elementos de responsabilidad y sensibilidad social, empatía, solidaridad, respeto y proacción en el sentido de la ética profesional.

Leyenda:

CPL: Competencia de Programación Lineal

Fase 2: Experimentación o desarrollo

En esta fase, se llevó a cabo la implementación y puesta en marcha del conjunto de tareas diseñadas en la fase anterior, durante la puesta en marcha de esta etapa y debido a que se llevó a cabo netamente bajo la modalidad a distancia y el apoyo del aprendizaje móvil, se mantuvo un canal de comunicación abierto con cada participante y de forma personalizada a través de mensajería WhatsApp, llamadas telefónicas y mensajes de texto, a fin de aclarar las diferentes dudas, consultas e inquietudes presentadas durante el proceso.

Fase 3: Análisis retrospectivo

Se analizaron las producciones de los participantes a través de documentos en formato PDF, Word, Excel y los archivos de las video-exposiciones. En el análisis se tuvo en cuenta si los estudiantes visualizaron los videos instruccionales proporcionados en los guiones de actividades semanales, la forma en que representaron y estructuraron los diversos modelos de Programación Lineal, el uso de la tecnología, el lenguaje técnico utilizado, atributos éticos y las competencias matemáticas evidenciadas.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para el análisis de las producciones de los estudiantes del sexto semestre de ingeniería, se seleccionó la video-exposición elaborada por dos de los participantes (P1 y P2 respectivamente) de un total de seis (6) que integraban el curso de Programación Lineal, de la sexta sesión del experimento. Se abordó de esta manera, con la finalidad de particularizar el análisis, debido al gran volumen de información que se genera, y porque en la sexta sesión ya los participantes han estado familiarizados con la metodología y con los contenidos del programa de estudio, en función de las actividades realizadas. La última sesión consistió en grabar una video-exposición y alojarla en la plataforma YouTube, identificando un problema del entorno, como una situación problema propia de la cotidianidad del hogar, comunidad, ciudad, área de trabajo o contexto laboral, etc. que fuera susceptible de ser modelada como un modelo matemático de programación lineal para luego ser resuelto con la Hoja de Cálculo Electrónica, respondiendo preguntas del interés en torno al Análisis de Sensibilidad, explicando la necesidad o motivación de abordar tal problema y su beneficio al entorno.

En el mismo orden de ideas, para la sexta sesión, los logros que debían alcanzar los participantes estaban plasmados en los descriptores de comportamiento descritos en la Tabla 2, específicamente los siguientes: CPL1, CPL5, CPL7 y CPL8, mientras que los elementos de competencia asociados a estos descriptores fueron los descritos en la Tabla 3, respectivamente.

El video grabado por estos participantes fue realizado utilizando el software Bandicam y con voz en off, en donde solo se mostraban las acciones que iban realizando en la hoja de cálculo electrónica sin vista de los expositores. Las competencias matemáticas evidenciadas por P1 y P2 fueron las siguientes:

CPL1: Identificar el objetivo del problema, variables, recursos y requerimientos

En el video, el estudiante P1 describe correcta y claramente el problema a resolver, el cual consiste en un negocio de emprendimiento, extraído de una situación real de su entorno, como se muestra en la Figura 4. Utiliza un lenguaje sencillo y preciso, describiendo las cantidades de materia prima a utilizar, los requerimientos de cada uno, el objetivo del problema, etc. Plantea correctamente el modelo de Programación Lineal y, además, añade una tabla con la representación alternativa de los ingredientes al formular el modelo. Ubicándose en la escala de evaluación A (Profesional). Aquí se evidencia la comprensión del problema de Programación Lineal, con miras a la aplicación de las herramientas matemáticas para resolver adecuadamente el problema planteado del mundo real, tal como lo señalan Kenney et al. (2019).

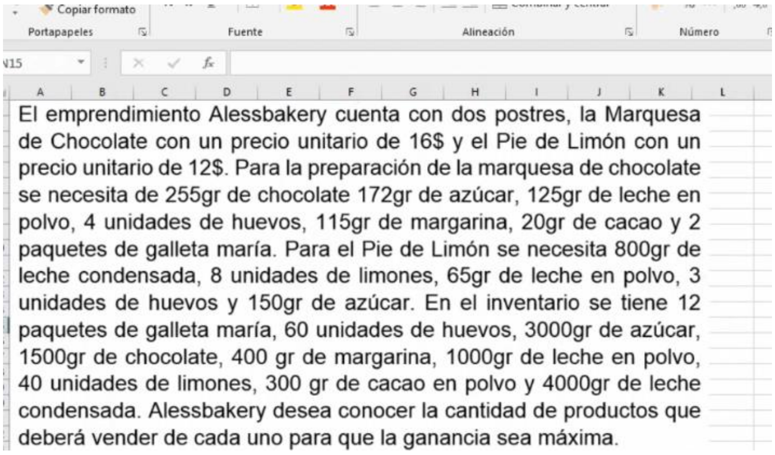


Figura 4. Enunciado del problema seleccionado para P1 y P2

En la Figura 5 se muestra el modelo matemático realizado conjuntamente con la representación de los datos en otra tabla.

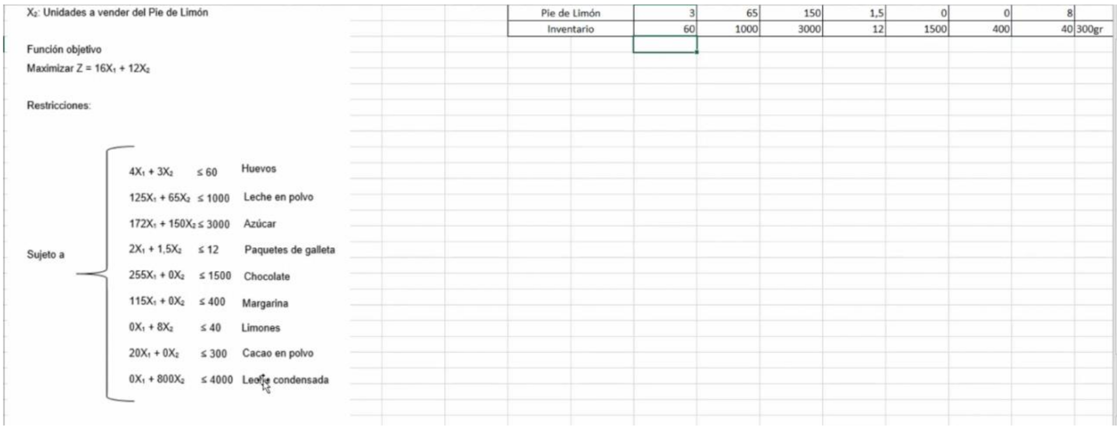


Figura 5. Modelo de Programación elaborado por P1 y P2

CPL5: Emplear recursos tecnológicos en la resolución de modelos de Programación Lineal.

Se denota una correcta utilización de la hoja de cálculo electrónica, en el vaciado de los datos, la estructuración de las fórmulas y la resolución con el Solver de Excel. Se obtuvo la solución óptima de manera correcta, lo que evidencia un dominio y manejo de los recursos tecnológicos, como se muestra en la Figura 6. El desempeño los ubica en la escala A (profesional). Estos dominios están en consonancia con lo propuesto por Munisamy (2009), Rangel (2015, 2018) y Fernández & Fernández (2015).

Tipos de postre	Marquesa de chocolate	Pie de Limón				
Cantidades a producir	3,5	3,36	Ganancias			
Ingreso unitario	16	12	96			
Restricciones			H	Signo	LD	Holgura
Huevos	4	3	24	≤	60	36
Leche en polvo	125	65	653,3333	≤	1000	347
Azúcar	172	150	1102,609	≤	3000	1897
Paquetes de galleta maría	2	1,5	12	≤	12	0
Chocolate	255	0	886,9565	≤	1500	613
Margarina	115	0	400	≤	400	0
Limones	0	8	26,89855	≤	40	13
Cacao en polvo	20	0	69,56522	≤	300	230
Leche condensada	0	800	2689,855	≤	4000	1310

Figura 6. Plantilla de datos en Excel conjuntamente con la solución óptima

CPL7: Emplear comunicación oral y escrita en función del lenguaje técnico

El lenguaje utilizado por ambos participantes fue claro, preciso, argumentativo y ameno, explicando pausadamente cada detalle a medida que iba avanzando el video. Se evidencia una capacidad oral nutrida, además plantea argumentaciones y comparaciones, una acotación de importancia es cuando expresa lo siguiente “cabe destacar que en estas restricciones se deben manejar las mismas unidades del lado izquierdo y en el lado derecho, es decir, en el lado izquierdo y en el lado derecho se deben manejar las mismas unidades, en este caso para los huevos serían las unidades, leche en polvo esta todo en gramos, igualmente para la azúcar, el paquete de galleta maría esta dado en unidades…” (Gregory Giovanardi, 2020,5m01s), haciendo hincapié en la importancia de mantener las restricciones de forma homogénea, para evitar errores. También realizó una argumentación en torno al estado de los recursos. En cuanto a la pregunta sobre la motivación e interés de elegir dicho problema, el participante P2 expone lo siguiente:

Este problema se obtuvo gracias a la oportunidad de poder resolver la maximización de utilidades, basada en el apoyo de un emprendimiento familiar que consiste en la venta de postres como marquesa de chocolate y Pie de limón y dar inicio al despegue del negocio, dado aproximadamente que se tiene un mes de inicio, no se tiene un plan previsto que pueda proyectar las ganancias a largo plazo, por lo que resulta perfecto convertirlo en un modelo de programación lineal y que así ayude a dar una idea sobre cómo?, qué? recursos deberían tomarse, cuánto de ellos y de qué forma, según los antecedentes de ventas que se tengan. (Gregory Giovanardi, 2020, 14m11s).

Por lo que se ubica en la escala de evaluación A.

CPL8: Practicar la ética en el trabajo en equipo

Esta competencia se refiere a elementos como el desarrollo en el trabajo en equipo durante la consecución de diferentes actividades fuera del aula de clases, tales como pruebas, talleres, exposiciones, respaldado por la responsabilidad y sensibilidad social, respeto, empatía, solidaridad y la búsqueda de nuevas soluciones. También se evidencia en diferentes niveles de proactividad, la comunicación efectiva y liderazgo. En el caso de P1 y P2, casi la totalidad de la video-exposición fue interactuada por P1, percibiendo claramente un desequilibrio de la participación de P2 en las partes más exigentes, por lo que la escala donde se ubica es la E (Entrante), la cual se refiere a un trabajo en equipo poco efectivo.

A efecto de visualizar el desempeño, de los participantes en el estudio, en la Tabla 4, se muestran los niveles de competencias alcanzados. Allí se percibe la homogeneidad en el logro por parte de los futuros ingenieros, que participaron en la experiencia. Quedan abiertas las posibilidades de realizar más estudios que pudieran confirmar la presencia de un ambiente de trabajo que involucra una cultura de estudio de la investigación de operaciones desde una perspectiva prometedora para su enseñanza y aprendizaje, en el sentido señalado por Munisamy (2009).

Tabla 4. *Niveles de competencia alcanzados por todos los participantes*

Participantes	**CPL1**	**CPL5**	**CPL7**	**CPL8**
P1	A	A	A	E
P2	A	A	A	E
P3	A	A	A	C
P4	A	A	A	C
P5	A	A	A	C
P6	A	A	A	C

CONCLUSIONES

El experimento de enseñanza se llevó a cabo satisfactoriamente y acorde con los lineamientos establecidos. Fue necesario realizar una inversión de tiempo considerable en el desarrollo del material instruccional requerido para abordar el proceso de enseñanza-aprendizaje a distancia. Los videos elaborados, se almacenaron tanto en el Campus Virtual de la Universidad Central de Venezuela, así como en la plataforma de videos YouTube, y atendieron todos los requerimientos temáticos del curso. Cada video contó con audio y video de alta calidad, atendiendo al estándar de alta definición (1080p HD) que se utiliza actualmente y donde la duración de los videos oscilaba en un promedio de 18 minutos.

Por su parte, el proceso de evaluación por competencias utilizando la modalidad a distancia suele ser muy complejo y en donde intervienen varios factores a tener en cuenta, puesto que se requiere cuidado, habilidad, creatividad e innovación, al momento de diseñar las actividades que le permitan al estudiante adquirir diferentes destrezas conforme a los niveles de logro esperados. Es por ello que se tomó la iniciativa de que los participantes crearan una video-exposición, en donde tuvieran la libertad, iniciativa y motivación de construir y resolver mediante la Programación Lineal y el uso de tecnología, un problema real de su entorno, así como llevar a cabo otras actividades haciendo uso también de Software.

Además, elementos como la presentación del modelo matemático y el diseño, son esenciales en la ingeniería y, es allí, donde entran en juego las competencias. En ese sentido, en este estudio, de un total de seis (06) participantes, cuatro (04) se ubicaron en un nivel global de competencia alcanzado y acorde con el modelo abordado de B (Desarrollándose), mientras que uno (01) obtuvo A (Profesional) y otro obtuvo C (Estándar), siendo estos resultados favorables, teniendo en cuenta las etapas llevadas a cabo en el experimento de enseñanza. En relación con las implicaciones anteriores, todos los participantes del curso manifestaron haber revisado las guías didácticas suministradas, y reproducido los videos instruccionales, puestos a su disposición. Esto se evidenció en las producciones de los mismos a través de cada una de las actividades propuestas, en los guiones entregados en formato PDF y en periodos de tiempo semanales.

En efecto, los modelos de Programación Lineal presentados por los participantes en las video-exposiciones fueron referidos a situaciones contextuales reales, mostrando un interés social por mejorar problemáticas de transporte (Distribución de gas doméstico en una comunidad) y emprendimiento (Pequeñas empresas familiares), observando de esta manera la necesidad de proporcionar algún beneficio al entorno que los rodea. Así mismo, los videos instruccionales proporcionados a los participantes en la plataforma Youtube, les fueron de gran ayuda técnica, utilidad, suficiencia y aplicabilidad, al momento de abordar las diferentes actividades de forma teórica y tecnológica en la resolución de problemas.

Por otra parte, es necesario resaltar que los participantes fueron resilientes y proactivos durante el desarrollo del experimento de enseñanza, destacando el trabajo cooperativo y efectivo en la resolución de conflictos como experiencia de tipo social y también académica, en situaciones adversas y fuera del aula de clases. También se evidenció el interés, por parte de los participantes, al conocer la aplicabilidad de la Programación Lineal en determinados contextos, como una herramienta para el manejo y gestión de recursos limitados y su aporte significativo a la formación profesional. Es importante resaltar, la importancia que los participantes le atribuyeron a la utilización de la modalidad a distancia y al uso de videos como alternativa a la presencialidad y como recomendación para su mejoramiento continuo. De esta manera, se concluye que, a pesar de este esfuerzo, es necesario seguir investigando acerca del proceso de adquisición y desarrollo de las competencias cognitivas y actitudinales utilizando la modalidad en línea, estableciendo nuevos niveles e indicadores que se adapten a tal fin y fundamentado en los requisitos propios de la carrera de Ingeniería de Procesos Industriales.

En atención a la experiencia realizada, esta modalidad representa un punto de partida para futuras investigaciones en el ámbito educativo-ingenieril que puedan generar otras formas innovadoras, que resulten beneficiosas para todos los actores intervinientes en este proceso dentro del ámbito universitario de formación de ingenieros.

REFERENCIAS

Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J., & Sherali, H. D. (2010). *Linear Programming and Network Flows.* New Jersey: John Wiley & Sons.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research . *Educational Researcher, 32(1),* 9-13.

Cruz, C. (2010). La enseñanza de la modelación matemática en ingeniería. *Revista de la Facultad de Ingenieria U.C.V , 25(3),* 39-46. Disponible: http://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev_fiucv/search/authors/view?givenName=Cipriano&familyName=Cruz&affiliation=Universidad%20Central%20de%20Venezuela%20%2F%20Universidad%20Metropolitana.%20Caracas.&country=VE&authorName=Cruz%2C%20Cipriano

Cucinotta, D., & Vanelli, M. (2020). WHO declares COVID-19a Pandemic. *Acta Bio Medica: Atenei Parmensis, 91 (1)* , 157-160.

Fernández, J., & Fernández, P. (2015). Introducing Web 2.0 Tools For Teaching Linear Programming. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 191*, 1392 – 1396

García, J. B. (2020). Excelente video, muy bien explicado [Comentario en el video Método Dual Simplex]. Youtube. https://youtu.be/Sa0z3H_zRuw

Gregory Giovanardi. (11 de Septiembre de 2020). *Ejercicio de Programación Lineal con Solver de Excel* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/X-S2svN0epg

Hestenes, D. (2013). Modeling Theory for Math and Science Education. En R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Competencies* (pp. 13-41). New York: Springer.

Hozak, K. (2020). Online software using randomization and automatedgrading to help teach linear programming with Excel and Solver in business courses, *Journal of Education for Business*, DOI: 10.1080/08832323.2020.1821345

Hu, T., & Kahng, A. B. (2016). *Linear and integerr Programming Made Easy.* Suiza: Springer.

Irigoin, M., & Vargas, F. (2002). Competencia Laboral: Manual de conceptos, métodos y procedimientos en el sector salud. Montevideo, Uruguay: Organización Internacional del Trabajo.

Jensen, T. H. (2007). Assesing Mathematical Modelling Competency. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA12) Education, Engineering and Economics,* (pp.141-148). Chichester, UK: Horwood Publishing.

Kenney, R., An, T., Kim, SH., Uhan, N., Yi, JS. & Shamsul, A. (2019). Linear Programming Models: Identifying Common Errors in Engineering Students' Work with Complex Word Problems. *International Journal of Science and Mathematics Education 18***,** 635–655. https://doi.org/10.1007/s10763-019-09980-5

Killer, T. (2020). Esto es lo que busca, sinceramente mi profesor no le entendía muy bien sus interpretaciones, pero aqui me aclaraste [Comentario del video Ejemplo de como utilizar el análisis de sensibilidad en Excel Solver].Youtube. https://youtu.be/hDOlzLvtREs

Lbt426. (4 de Noviembre de 2019). *Método dual simplex* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/Sa0z3H_zRuw

Lbt426. (1 de Marzo de 2019). *Ejemplo de como utilizar el análisis de sensibilidad en Excel Solver* [Archivo de Video].Youtube. https://youtu.be/hDOlzLvtREs

Lbt426. (13 de Agosto de 2019). *Modelo de asignación de productos a máquinas* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/qPkMRXhEQHI

Lbt426. (26 de Agosto de 2019). *Modelo de mezcla de producción* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/oiwC_trKEN8

Lbt426. (26 de Agosto de 2019). *Modelo del problema de la dieta* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/6NWwwKxRqWA

Lbt426. (9 de Noviembre de 2019). *Modelos de asignación* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/a8hLem02mcU

Lbt426. (17 de Julio de 2019). *Red de proyectos como programación lineal* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/UEvjZRync34

Lbt426. (2 de Marzo de 2019). *Resolución de modelos de transporte utilizando Excel Solver* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/uho0skHMmCw

Lbt426. (4 de Febrero de 2019). *Resolución de problemas de Programación Lineal usando Solver parte I* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/wCCLd9sWyv4

Lbt426. (12 de Febrero de 2019). *Resolución de problemas de Programación Lineal usando Solver parte II* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/SDxK5H9nN7w

Lbt426. (31 de Julio de 2020). *Casos Especiales del Método Simplex* [Archivo de Video].Youtube.https://youtu.be/QbbGsQneFZE

Lbt426. (30 de Agosto de 2020). *Conjuntos convexos* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/-HpJI7RVC6w

Lbt426. (11 de Septiembre de 2020). *Interpretación económica de la dualidad* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/rgnKQOfQJUg

Lbt426. (18 de Julio de 2020). *Método Algebraico en Programación Lineal* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/LZ4ZWGqBC-k

Lbt426. (10 de Septiembre de 2020). *Método de aproximación de Vogel* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/trnSHdAy-jU

Lbt426. (10 de Septiembre de 2020). *Método de la esquina nor-oeste* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/ydy5JVSuULU

Lbt426. (10 de Septiembre de 2020). *Método del Costo Mínimo* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/TJ8HLrxO2uU

Lbt426. (18 de Julio de 2020). *Método Gráfico* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/cbLEGOq_qu0

Lbt426. (30 de Julio de 2020). *Método Simplex Caso Maximización* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/-r9MmZqKbQg

Lbt426. (30 de Julio de 2020). *Método Simplex Caso Minimización* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/p5aUD3xN8E4

Lbt426. (25 de Agosto de 2020). *Modelo de finanzas* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/2cL8_fRpArQ

Lbt426. (25 de Agosto de 2020). *Modelos de programación lineal* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/ZBeBIYIoYIs.

Lbt426. (11 de Septiembre de 2020). *Modelos de Transporte* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/O7uo6lDoF1A

Lbt426. (31 de Julio de 2020). *Problema Dual* [Archivo de Video]. Youtube. https://youtu.be/-rRP-E02IIY

Márquez, J. E. (2020). Tecnologías emergentes aplicadas en la enseñanza de las matemáticas . *Didáctica. innovación y multimedia* , *38*. 1-10. Disponible: https://raco.cat/index.php/DIM/article/view/371576/465211

Mendible, A., & Ortiz, J. (2007). Modelización matemática en la formación de ingenieros. La importancia del contexto. *Enseñanza de la matemática* , *12*, 133-150. Disponible: https://core.ac.uk/download/pdf/287746187.pdf

Molina, M., Castro, E., & Castro, E. (2006). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Seminario Metodologías de Investigación de Trabajos en Curso.* Granada: Universidad de Granada.

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias , 29(1)*, 75-88.

Munisamy, S. (2009). A Spreadsheet-Based Approach for Operations Research Teaching. *International Education Studies, 2(3),* 82-88.

OIT/CINTERFOR. (2021). *Organización Internacional del Trabajo -Centro Iberoamericano para el Desarrollo del Conocimiento en la Formación Profesional.* Recuperado el 30 de Junio de 2021, de https://bit.ly/3hqgsHo

Rangel, J. (04 de Mayo de 2018). La hoja de cálculo en modelación matemática: Perspectivas y Limitaciones. En L. Sánchez Tovar (Dirección). *Seminario Permanente de Investigación de la Unidad de Investigación del Ciclo Básico de FACES*-UC. Conferencia llevada a cabo en La Morita, Venezuela.

Rangel, J. (2015). *Programacion lineal aplicada a la ingeniería de procesos industriales en un ambiente tecnológicamente mediado.* Maracay: [Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Experimental Libertador].

Rangel, J. (s. f). Programación Lineal Paso a Paso [Canal de Youtube]. Youtube. https://www.youtube.com/channel/UCA0c63nXzC8m_nVvnfYReQ.

Risa, J. A., & Arreola, A. (2003). Programación Lineal: Una introduccion a la toma de decisiones cuantitativa. México: Thomson.

Soto, C. M., & Liern, V. (2020). Modos de enseñanza en los videotutoriales de matemáticas: equilibrio entre eficacia puntual y utilidad formativa. *Bolema: **Boletim de Educação Matemática***, *34(68)*, 1125-1143. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n68a14

Stevens, S., & Palocsay, S. (2004). A Translation Approach To Teaching Linear Program Formulation. *INFORMS Transactions on Education 4(3)*, 38-54. http://dx.doi.org/10.1287/ited.4.3.38

Thie, P. R., & Keough, G. E. (2008). *An Introduction to Linear Programming and Game Theory.* New Jersey: Wiley.

Torres, J. (2021). Los 20 minutos mejores explicados, gran trabajo! [Comentario del video Ejemplo de como utilizar el análisis de sensibilidad en Excel Solver].Youtube. https://youtu.be/hDOlzLvtREs.

Universidad Central de Venezuela (2005a). *Módulo 1 Empresas y Negocios.* Caracas: Universidad Central de Venezuela.

Universidad Central de Venezuela (2005b). *Módulo 2 Aseguramiento de la calidad.* Caracas: Universidad Central de Venezuela.

Universidad Central de Venezuela (2005c). *Módulo 3 Productividad y logística en procesos industriales.* Caracas: Universidad Central de Venezuela.

Universidad Central de Venezuela (2005d). *Módulo 4 Administración, Evaluación y Control de Procesos de Mantenimiento* . Caracas: Universidad Central de Venezuela.

Universidad Central de Venezuela (2005e). *Módulo 5 Ambiente, Seguridad e Higiene.* Caracas: Universidad Central de Venezuela.

Vanderbei, R. J. (2014). *Linear Programming Foundations and Extensions.* New York: Springer.

Villera, L. (2020). Gracias muy buen video, excelente explicación… [Comentario en el video Método Dual Simplex]. Youtube. https://youtu.be/Sa0z3H_zRuw.

José E. Rangel-Arzola
Universidad Central de Venezuela, Campus Cagua, Venezuela
jose.e.rangel@ucv.ve

José Ortiz-Buitrago
Universidad Central de Carabobo, Campus La Morita, Venezuela
ortizbuitrago@gmail.com

MES

El equipo editorial de MES agradece la colaboración como referees durante el año 20212en el volumen número cinco a:

Alexander Maz Machado

Dagoberto Salgado Horta

María de los Ángeles Hidalgo Méndez

José Ortiz

Ana Elisa Esteves Santiago

Orlando Arencibia Montero

Marina Arnal Ferrándiz

Bibiana Muñoz-Ñungo

María José Madrid Martín

Cristina Pedrosa-Jesús

Oneida Muñoz Ñungo

Valeria Hernández García

José García Suárez

Gabriela Civeira

Silvia Bernardis

Danellys Vega-Castro

MES