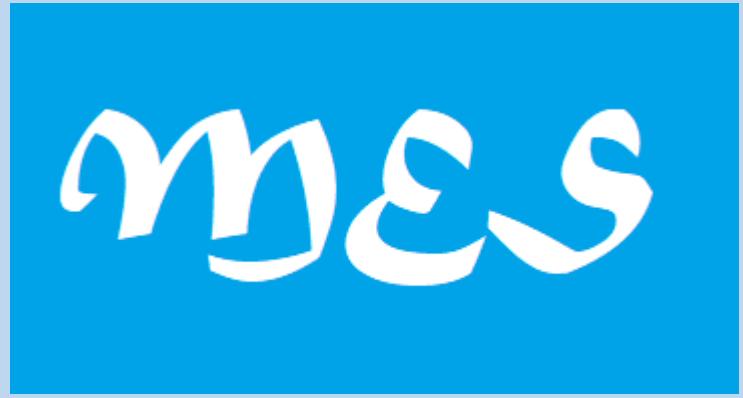


Matemáticas, Educación y Sociedad

ISSN: 2603-9982

Matemáticas, Educación y Sociedad

<http://mesjournal.es/>
editor@mesjournal.es



Vol 8 No 2 (2025) Matemáticas, Educación y Sociedad

Probabilidad en Educación Infantil: un itinerario de enseñanza-aprendizaje fundamentado en el EIEM

Claudia Vásquez y Ángel Alsina

1-27

Desarrollo de habilidades estadísticas en estudiantes universitarios mediante una estrategia didáctica contextualizada

Issac Aviña Camacho

28-42

Enseñanza de funciones reales en ingeniería utilizando modelación matemática y GeoGebra

María Bejarano-Arias y José Ortiz-Buitrago

43-65

PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN INFANTIL: UN ITINERARIO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE FUNDAMENTADO EN EL EIEM

Claudia Vásquez, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile

Ángel Alsina, Universidad de Girona, España

Resumen

El objetivo de este artículo es aportar estrategias, recursos y actividades para la enseñanza de la probabilidad en educación infantil (3-6 años). Para ello, se proponen cinco ideas clave para guiar una progresión de aprendizajes en torno al azar, la posibilidad y la incertidumbre. A partir del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), se diseñan itinerarios que integran contextos auténticos, enfatizando el rol mediador del profesorado. Se concluye que los itinerarios de enseñanza planteados constituyen una herramienta valiosa para fortalecer el desarrollo del razonamiento probabilístico, progresivo y significativo desde las primeras edades, y al mismo tiempo ofrecen una base sólida para el desarrollo de futuras propuestas didácticas en este ámbito.

Palabras clave: probabilidad, itinerarios de enseñanza, razonamiento probabilístico.

Probability in Early Childhood Education: A Didactic Teaching Itinerary

Abstract

The aim of this article is to provide strategies, resources, and activities for teaching probability in early childhood education (ages 3–6). To this end, five key ideas are proposed to guide a progression of learning related to chance, possibility, and uncertainty. Based on the Mathematics Teaching Itineraries Approach, teaching sequences are designed to incorporate authentic contexts, highlighting the mediating role of the teacher. The proposed teaching itineraries are considered a valuable tool to strengthen the development of probabilistic reasoning in a progressive and meaningful way from an early age, while also offering a solid foundation for the development of future didactic proposals in this area.

Keywords: probability, teaching itineraries, probabilistic reasoning.

INTRODUCCIÓN

El interés por introducir el estudio del azar y la probabilidad desde la etapa de educación infantil es reciente. Por un lado, diversos autores (Alsina, 2012, 2017, 2021, 2022; Batanero et al., 2021; HodnikČadež y Škrbec, 2011; Kafoussi, 2004; Vásquez y Alsina, 2019) han señalado que, en esta etapa, el alumnado ya puede empezar a distinguir situaciones deterministas de situaciones que dependen del azar de manera intuitiva, distinguiendo entre eventos seguros, probables e imposibles, junto con comparar y expresar la posibilidad de ocurrencia de los hechos inciertos usando lenguaje probabilístico elemental; por otro lado, algunos currículos de educación infantil han empezado a incorporar la probabilidad (Vásquez y Alsina, 2022; Vásquez y Cabrera, 2022), a medida que se han ido dando cuenta de la necesidad de empezar a desarrollar progresivamente los primeros conocimientos probabilísticos desde las primeras edades, para aprender a tomar decisiones informadas de manera progresiva en situaciones de incertidumbre. A nivel internacional, este fenómeno se produce con el inicio del S. XXI, cuando en *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (NCTM, 2003) se indican estándares de contenido de “Análisis de datos y Probabilidad” a partir de los 3 años. Sin embargo, tal como indica Alsina (2021), debe tenerse presente que la presencia de contenidos de probabilidad en algunos currículos de matemáticas de los primeros niveles no garantiza que su enseñanza en el aula sea óptima. Adicionalmente, hay que considerar también que la omisión de la probabilidad en los currículos de los primeros niveles no implica necesariamente que no se enseñe en la escuela, de manera que cada vez con mayor frecuencia se publican estudios que ponen de manifiesto que el profesorado de estos niveles aborda estos conocimientos en sus prácticas de enseñanza desde la etapa de infantil (Alsina et al., 2021; Alsina y Salgado, 2019; Beltrán-Pellicer, 2017; Vásquez y Alsina, 2019).

Considerando estos antecedentes, y con el propósito de impulsar la enseñanza de la probabilidad desde los primeros niveles, Alsina (2021) considera tres dimensiones interrelacionadas: 1) las finalidades de la enseñanza de la probabilidad en educación infantil (¿para qué se enseña? y ¿por qué se enseña?), para argumentar la importancia de promover la alfabetización probabilística, que se refiere a la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real (Gal, 2005); 2) la organización de la enseñanza de la probabilidad en educación infantil (¿qué se enseña? y ¿cuándo se enseña?), para ofrecer una propuesta de distribución de contenidos de probabilidad por edades, de 3 a 6 años, con base en las aportaciones que provienen de la investigación sobre probabilidad en edades tempranas (Alsina, 2021, 2022; Alsina y Vásquez, 2017, 2024; Batanero et al., 2021; HodnikČadež y Škrbec, 2011; Kafoussi, 2004; Vásquez y Alsina, 2019); y 3) las prácticas de enseñanza de la probabilidad en educación infantil (¿cómo se enseña?), para ofrecer un amplio abanico de estrategias y recursos de enseñanza de la probabilidad a partir de secuencias de enseñanza intencionada desde lo concreto a lo abstracto, considerando los planteamientos teórico-metodológicos del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), propuesto por Alsina (2020).

Desde esta perspectiva, el objetivo de este artículo es ofrecer estrategias y recursos para diseñar itinerarios de enseñanza de la probabilidad en educación infantil que promuevan un aprendizaje eficaz y fundamentado en las necesidades reales de las niñas y los niños para empezar a desarrollar la alfabetización probabilística. Para ello, en la primera parte del artículo se describen las grandes ideas de probabilidad en infantil que surgen a partir

de la revisión de literatura, junto con los planteamientos del EIEM; y en la segunda parte, se presenta un ejemplo de itinerario de enseñanza de la probabilidad para la educación infantil que incluye una secuencia de seis tareas intencionadas a partir de un contexto real, un material manipulativo, un juego, un recurso literario, un recurso tecnológico y un recurso gráfico, para mostrar la progresión desde lo situacional a lo formal. Para cada tarea, se describen los objetivos, los materiales, el desarrollo de la propuesta y criterios para la evaluación.

LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN INFANTIL: CINCO IDEAS CLAVE

En la actualidad, existe un consenso creciente en torno a la necesidad de incluir la enseñanza de la probabilidad en educación infantil, no como una anticipación formal a contenidos escolares posteriores, sino como una oportunidad para desarrollar en los niños y las niñas formas tempranas de razonamiento probabilístico que les permitan interactuar con fenómenos marcados por la incertidumbre. Lejos de limitarse al aprendizaje de procedimientos o cálculos, en esta etapa el trabajo con la probabilidad debe orientarse a favorecer la exploración, la predicción y la argumentación en contextos significativos, especialmente a través del juego, la experimentación y la manipulación (Alsina, 2017; NCTM, 2003; NAEYC y NCTM, 2013).

Diversas investigaciones han demostrado que el alumnado, desde pequeños, poseen intuiciones incipientes sobre el azar, la variabilidad de los resultados y la posibilidad de ocurrencia de ciertos eventos, las cuales pueden potenciarse mediante experiencias adecuadamente diseñadas (Fischbein, 1975; Paparistodemou et al., 2008; Nikiforidou, 2018; Vásquez y Alsina, 2019). En consecuencia, se plantea la importancia de introducir desde edades tempranas ideas fundamentales que, sin requerir formalización matemática, permitan construir una base intuitiva sólida para aprendizajes futuros. En este marco, se identifican cinco grandes ideas clave para orientar la enseñanza de la probabilidad en la educación infantil (Figura 1). Estas ideas, que se detallan a continuación, emergen de un cuerpo robusto de literatura y ofrecen una hoja de ruta coherente para el diseño de itinerarios de enseñanza en esta etapa.

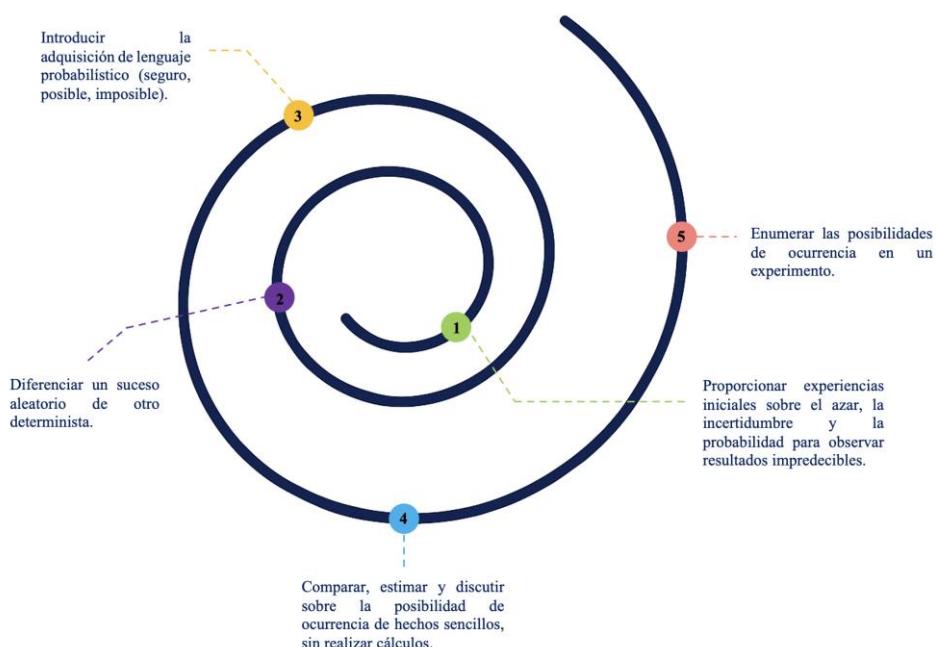


Figura 1. Ideas clave para orientar la enseñanza de la probabilidad en educación infantil. Fuente: elaboración propia.

Idea clave 1: Proporcionar experiencias iniciales sobre el azar, la incertidumbre y la probabilidad para observar resultados impredecibles.

El primer paso para introducir la probabilidad en educación infantil consiste en ofrecer al alumnado situaciones en las que experimenten directamente la imprevisibilidad de ciertos resultados. Este tipo de experiencias es fundamental para que comiencen a construir una noción intuitiva del azar, es decir, del hecho de que algunos fenómenos no se pueden anticipar con certeza, incluso cuando las condiciones iniciales parecen iguales. A través de la manipulación, la observación repetida y el juego, los niños y las niñas pueden empezar a percibir que ciertos eventos son inherentemente inciertos, y que esta incertidumbre no obedece necesariamente a un error o a una falta de información, sino a la naturaleza del propio fenómeno.

A este respecto, algunas investigaciones han mostrado que esta comprensión no requiere una instrucción formal ni el uso de lenguaje técnico. Por ejemplo, estudios como los de Metz (1998a) y Nikiforidou (2018) han documentado cómo el alumnado de las primeras edades, al enfrentarse a juegos de azar simples (como sacar bolas de una bolsa o girar una ruleta), comienzan a reconocer que los resultados cambian en cada repetición y que no pueden controlar ni anticipar con exactitud lo que sucederá. Esta experiencia repetida con la variabilidad, combinada con la reflexión guiada, permite a los niños y las niñas formar expectativas más realistas sobre lo que puede ocurrir, incluso si aún no son capaces de expresarlo en términos probabilísticos. Asimismo, Paparistodemou et al. (2008) señalan que los entornos digitales pueden reforzar esta comprensión cuando permiten la observación de múltiples repeticiones rápidas de un mismo experimento, facilitando la percepción de patrones o la ausencia de ellos. En la misma línea, Alsina y Vásquez (2017) argumentan que estas experiencias deben situarse en contextos cercanos a la vida cotidiana del alumnado, como el tiempo, los juegos de mesa o las sorpresas, donde el componente de incertidumbre esté naturalmente presente.

En términos didácticos, estas actividades no requieren sofisticación técnica, pero sí una mediación cuidadosa por parte del docente, que ayude a los niños y las niñas a notar la variación, a anticipar posibilidades y a comparar lo esperado con lo observado. Se trata, en definitiva, de crear las condiciones para que emerja una disposición a pensar en términos probabilísticos, basada en la vivencia del azar y no en su explicación abstracta. Esta construcción inicial constituye un fundamento esencial para desarrollar posteriormente una comprensión más formal de la probabilidad.

Idea clave 2: Diferenciar un suceso aleatorio de otro determinista.

Una noción fundamental para avanzar en el desarrollo del razonamiento probabilístico infantil es la capacidad de distinguir entre situaciones cuyo resultado puede preverse con certeza y aquellas en las que interviene el azar. Esta diferenciación no es inmediata ni evidente para los niños y las niñas pequeños, pero puede construirse progresivamente a través de experiencias que les permitan observar regularidad en unos casos y variabilidad en otros. Comprender que existen eventos cuyos resultados son inciertos, a pesar de que las condiciones se repitan, representa un paso clave hacia la construcción de la aleatoriedad como concepto.

Desde una perspectiva histórica, Piaget e Inhelder (1951) consideraron que la noción de azar no se comprende hasta bien entrada la adolescencia, debido a la dificultad de concebir un evento sin una causa clara. Sin embargo, estudios posteriores han cuestionado esta visión. Por ejemplo, Fay y Klahr (1996) demostraron que, a partir de los cuatro años,

se puede reconocer que ciertos dispositivos o juegos producen resultados previsibles (como un mecanismo visible que siempre deja caer una pelota en el mismo sitio), mientras que otros generan resultados impredecibles, como una rampa inclinada con obstáculos ocultos. Esta distinción emerge con mayor claridad cuando los niños y las niñas tienen la oportunidad de experimentar y observar repetidamente el comportamiento de ambos tipos de situaciones.

En la misma línea, la investigación de Kuzmak y Gelman (1986) mostró que el alumnado de los primeros niveles es sensible a la presencia o ausencia de información visible en una tarea, y que utilizan esta pista para inferir si un evento es determinista o aleatorio. Si pueden ver el recorrido de un objeto, tienden a predecir con mayor seguridad el resultado, mientras que, si no tienen acceso visual al proceso, reconocen que el desenlace es incierto. Este tipo de inferencias, aunque incipientes, indican que no solo perciben la variabilidad, sino que también comienzan a atribuirle una causa estructural.

Desde una perspectiva didáctica, esta diferenciación puede abordarse mediante actividades que permitan a los niños y a las niñas contrastar situaciones deterministas, aquellas en las que, dadas ciertas condiciones iniciales, el resultado es siempre el mismo, con situaciones aleatorias, en las que, bajo las mismas condiciones, el resultado puede variar entre varios posibles. De este modo, a través de la anticipación, la repetición y la comparación de resultados, comienzan a reconocer que no todos los fenómenos se comportan de forma predecible, lo que constituye una base fundamental para el desarrollo del razonamiento probabilístico. Por ejemplo, se puede proponer lanzar una pelota por un tobogán sin obstáculos (resultado constante) y luego por otro con trayectorias ocultas (resultado variable). Al observar que en el primer caso siempre ocurre lo mismo y en el segundo no, empiezan a construir una noción elemental de determinismo y aleatoriedad. Esta comprensión temprana les permitirá, más adelante, formular hipótesis fundamentadas y asumir la incertidumbre como parte natural de algunos fenómenos.

Idea clave 3: Introducir la adquisición de lenguaje probabilístico (seguro, posible, imposible).

Una dimensión clave en la iniciación al razonamiento probabilístico es el desarrollo de lenguaje específico que permita al alumnado expresar verbalmente sus anticipaciones, juicios y explicaciones sobre eventos inciertos (Vásquez y Alsina, 2019). Términos como *seguro*, *posible* e *imposible* funcionan como herramientas cognitivas y comunicativas que favorecen la construcción progresiva de significados en torno a la probabilidad. Incorporar este lenguaje en situaciones reales y significativas no solo mejora la comprensión de los conceptos implicados, sino que también contribuye al desarrollo del lenguaje matemático y al razonamiento lógico.

Diversas investigaciones han mostrado que los niños y las niñas, desde edades tempranas, utilizan expresiones que denotan certeza, posibilidad o imposibilidad, aunque inicialmente su significado puede estar influido por aspectos afectivos o deseos personales. Por ejemplo, Hodnik-Čadež y Škrbec (2011) identificaron que, en las edades de 5 y 6 años, se usan términos como “seguro” o “me va a tocar” para expresar deseos, pero que, mediante situaciones estructuradas, se puede progresar hacia usos más ajustados al contexto probabilístico. Estos hallazgos coinciden con los de Nikiforidou (2018), quien evidenció que en estas primeras edades se puede desarrollar una comprensión funcional del vocabulario probabilístico cuando los niños y las niñas participan en actividades lúdicas que requieren tomar decisiones basadas en posibles resultados.

En tal dirección, Alsina y Vásquez (2017) argumentan que el uso intencionado y reiterado de estos términos en contextos variados favorece su apropiación progresiva. Es decir, no basta con enseñar las palabras de forma aislada; es necesario que se utilicen en conversaciones matemáticas auténticas, vinculadas a experiencias concretas, como predecir el clima, anticipar qué carta saldrá en un juego o decidir si una situación es o no probable. En este sentido, el lenguaje no se introduce como un contenido externo, sino como un medio para organizar la experiencia y comunicar ideas matemáticamente relevantes, teniendo en cuenta que es una herramienta fundamental para estructurar el pensamiento (Vygotsky, 1978).

Kazak y Leavy (2018), por su parte, mostraron que incluso en edades tempranas es posible trabajar con escalas visuales que representen distintos grados de posibilidad, lo cual refuerza el uso del lenguaje probabilístico y lo conecta con representaciones icónicas. Estas escalas, cuando se utilizan en conjunto con actividades de predicción, permiten que los niños y las niñas diferencien gradualmente entre situaciones que son completamente ciertas (seguro), aquellas que podrían suceder (posible) y las que claramente no pueden ocurrir (imposible).

En suma, la adquisición del lenguaje probabilístico en educación infantil debe entenderse como un proceso progresivo, que requiere múltiples oportunidades de uso en contextos cotidianos y lúdicos. Este vocabulario constituye una herramienta poderosa para expresar intuiciones, elaborar argumentos y desarrollar una mirada más reflexiva sobre la incertidumbre y la variabilidad de los fenómenos.

Idea clave 4: Comparar, estimar y discutir sobre la posibilidad de ocurrencia de hechos sencillos, sin realizar cálculos.

Una competencia central en el desarrollo del razonamiento probabilístico infantil es la capacidad de comparar la probabilidad relativa de distintos eventos, formular estimaciones cualitativas sobre cuál es más probable y justificar esas elecciones con argumentos personales (Batanero et al., 2021). Aunque estas acciones aún no implican el uso de porcentajes, fracciones o cálculos, sí demandan formas incipientes de razonamiento proporcional, de análisis comparativo y de toma de decisiones fundamentadas. En consecuencia, su desarrollo temprano resulta clave para establecer los cimientos de una alfabetización probabilística significativa.

Diversos estudios han evidenciado que los niños y las niñas, incluso antes de desarrollar un lenguaje formal o de comprender el razonamiento numérico, son capaces de realizar comparaciones intuitivas entre eventos con distinta probabilidad de ocurrencia. Por ejemplo, Davies (1965) y Vásquez y Alsina (2019) muestran que el alumnado de infantil tiende a elegir, con mayor frecuencia, conjuntos que contienen un mayor número de casos favorables en situaciones de extracción, lo que indica una comprensión incipiente de la relación entre cantidad y posibilidad. En la misma línea, Falk et al. (1980) observaron que, aunque aún no aplican criterios sistemáticos, suelen preferir opciones que visualmente contienen más elementos favorables. Esta capacidad se ve especialmente favorecida cuando las proporciones son perceptibles con claridad y las tareas se presentan en contextos lúdicos y significativos para ellos. Más recientemente, Kazak y Leavy (2018) han mostrado que, en las edades de 6 a 8 años, es posible promover la construcción de argumentos para comparar la probabilidad de ocurrencia de eventos, utilizando recursos como tablas de doble entrada, gráficos simples o simulaciones digitales. Aun cuando el lenguaje verbal puede ser limitado, son capaces de reconocer cuál de dos

eventos es más probable y explicar sus decisiones apelando a la cantidad de elementos o a la frecuencia observada en repeticiones previas.

Desde una perspectiva didáctica, Alsina (2017) y Alsina y Vásquez (2024) subrayan la importancia de diseñar actividades que propicien la exploración de casos favorables frente al total de posibilidades, no para introducir fracciones, sino para estimular el juicio comparativo.

En este sentido, comparar y estimar probabilidades no debe considerarse como una tarea meramente cognitiva, sino también como una oportunidad para desarrollar formas tempranas de comunicación matemática y pensamiento crítico.

Idea clave 5: Enumerar las posibilidades de ocurrencia en un experimento.

Una habilidad que contribuye al desarrollo de la comprensión probabilística en la infancia es la capacidad de identificar las distintas formas en que puede ocurrir un evento dentro de un contexto experimental (Batanero et al, 2021). Este tipo de razonamiento implica comenzar a construir una idea de espacio muestral, aunque de manera incipiente y cualitativa. Reconocer y enumerar las posibilidades de un experimento, por ejemplo, al lanzar un dado, combinar prendas de vestir o extraer elementos de una bolsa, permite que los niños exploren la variedad de resultados posibles y comparan sus frecuencias relativas.

Desde el enfoque piagetiano clásico, se consideraba que esta capacidad requería operaciones mentales complejas que no estarían disponibles antes de los 11 o 12 años (Piaget e Inhelder, 1951). No obstante, estudios más recientes han puesto en evidencia que en las primeras edades, con apoyo adecuado y en contextos bien estructurados, pueden comenzar a identificar combinaciones posibles desde los cinco o seis años, especialmente si se utilizan materiales concretos o representaciones visuales (Fischbein, 1975; Kafoussi, 2004). Por ejemplo, Zapata-Cardona (2018) reporta que niños y niñas de primer ciclo de primaria fueron capaces de anticipar y organizar combinaciones posibles de dos atributos (como colores y formas) cuando se les ofrecieron recursos manipulativos y consignas abiertas. En lugar de solicitar una enumeración exhaustiva, las tareas se centraron en explorar todas las “formas distintas” de obtener un resultado, lo que les permitió acercarse intuitivamente a ideas de exhaustividad y orden.

Del mismo modo, Kazak y Leavy (2018) mostraron que representaciones visuales, como diagramas de árbol, tablas o pictogramas, facilitan la exploración de posibilidades en contextos combinatorios simples. Cuando se les pide a los niños y las niñas construir o completar dichas representaciones, pueden visualizar y contar los resultados posibles, lo que sienta las bases para una comprensión más estructurada del azar en etapas posteriores.

Desde la didáctica, Alsina (2017) recomienda trabajar esta idea mediante situaciones abiertas, que permitan explorar distintas maneras de ordenar objetos. Estas tareas invitan a razonar de forma organizada, a reconocer patrones y a pensar en términos de todas las opciones posibles, sin necesidad de formalizar el conteo ni introducir fórmulas combinatorias.

En síntesis, reconocer y enumerar las posibilidades de ocurrencia en un experimento permite a los niños y las niñas construir una noción intuitiva de espacio muestral, explorar relaciones entre cantidad y probabilidad, y desarrollar estrategias cognitivas fundamentales para avanzar en la comprensión de la aleatoriedad y la incertidumbre.

EL EIEM: UN ENFOQUE PARA ABORDAR LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN INFANTIL

El EIEM pretende ser una herramienta de capacitación para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades (Alsina, 2020), desde una triple perspectiva: estudiantes, docentes y familia (Figura 2). Esta herramienta se fundamenta teórico-metodológicamente en tres perspectivas: 1) la Perspectiva Sociocultural del Aprendizaje Humano (Vygotsky, 1978), de cuya perspectiva interesa que la educación se concibe como un fenómeno social y cultural que se basa en el lenguaje y en la interacción como herramientas fundamentales para promover el desarrollo de procesos psicológicos superiores, junto con la idea de que el pensamiento intelectual depende de la construcción autorregulada del conocimiento, que va de un proceso interpsicológico a un proceso intrapsicológico a través de procesos de internalización; 2) el Modelo Realista de Formación del Profesorado (Tigchelaar et al., 2010), de cuyo modelo interesa que, a través de la reflexión sistemática, se impulsa la integración de las experiencias personales, los conocimientos y las propias representaciones sobre lo que es enseñar y aprender, razón por la cual se usa el término “realista-reflexivo”. Desde esta visión, se asume que el profesorado debería conocer muchas maneras de actuar y ejercitárlas en la práctica, es decir, debería disponer de criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es conveniente y reflexionar sobre ello sistemáticamente (Korthagen, 2001); 3) la Educación Matemática Realista (EMR) de Freudenthal (1991), que impulsa el uso de situaciones de la vida cotidiana o problemas contextualizados como punto de partida para aprender matemáticas. Progresivamente, estas situaciones son matematizadas a través de modelos, mediadores entre lo abstracto y lo concreto, para formar relaciones más formales y estructuras abstractas. Además, se apoya en la interacción en el aula, junto con la idea de que al alumnado se le debería dar la oportunidad de reinventar las matemáticas bajo la guía de un docente en lugar de intentar transmitir una matemática preconstruida.



Figura 2. Principales finalidades del EIEM. Fuente: Alsina (2021)

El EIEM tiene su origen en la Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010), que trataba de comunicar de una manera sencilla y visual los distintos contextos y recursos para enseñar matemáticas y su frecuencia de uso más recomendable, en función de la posición que ocupa cada recurso: de más o menos frecuencia desde la base hacia la cúspide (Figura 3). En este diagrama piramidal no se descartaba ningún recurso, sino que solo se pretendía informar sobre la conveniencia de restringir algunos de ellos a un uso

ocasional y, por esto, se consideró que podía ser una herramienta útil para el profesorado preocupado por hacer de su metodología una garantía de educación matemática.



Figura 3. Pirámide de la Educación Matemática. Fuente: Alsina (2010)

En la base se situaban los contextos que necesitan todos los niños y las niñas y que, por lo tanto, se podrían y deberían “consumir” diariamente para aprender matemáticas: las situaciones reales y los retos que surgen en la vida cotidiana de cada día, la observación y el análisis de los elementos matemáticos del entorno, la manipulación con materiales diversos y los juegos, entendidos como la resolución de situaciones problemáticas. Después seguían los que deben “tomarse” alternativamente varias veces a la semana, como los recursos literarios y los recursos tecnológicos. Y, por último, en la cúspide, se ubicaban los recursos que deberían usarse de forma ocasional, concretamente los libros de texto, por las razones que ya se han expuesto en la introducción.

Con los años, este planteamiento ha evolucionado hacia el EIEM ya que, por un lado, se pretende reforzar la idea de que es recomendable planificar la enseñanza a partir de una variedad de recursos, desde lo concreto a lo abstracto; y, por otro, se considera imprescindible hacer mayor hincapié en las estrategias didácticas implicadas y la demanda cognitiva asociada a cada recurso (Figura 4).

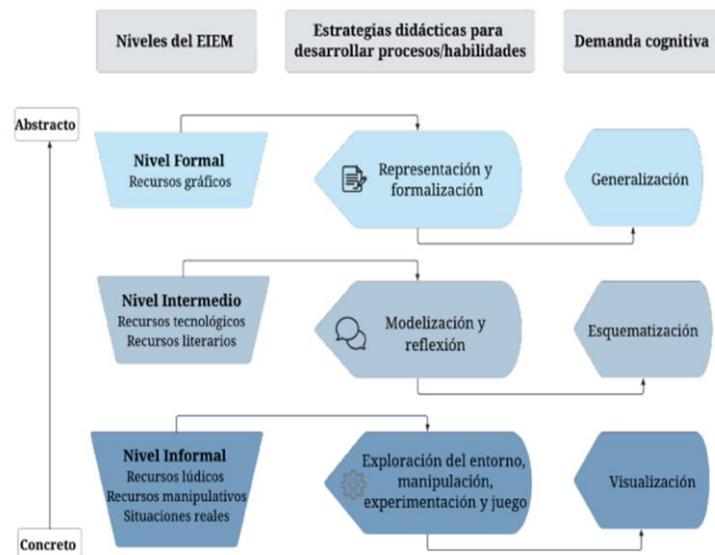


Figura 4. Recursos del EIEM: estrategias didácticas y demanda cognitiva. Fuente: Alsina (2020, 2022).

Como se observa en la Figura 4, el EIEM considera recursos organizados en tres niveles: contextos informales: se parte de situaciones reales o cercanas a los niños, apoyadas en la experiencia, el sentido común, materiales manipulativos y juegos; contextos intermedios: se utilizan recursos literarios y tecnológicos que actúan como puente, promoviendo la modelización y la esquematización progresiva del conocimiento; contextos formales: se llega a representaciones gráficas y simbólicas (fichas, libros de texto), donde se formaliza el conocimiento mediante notaciones y procedimientos convencionales.

El EIEM, pues, se aleja de una visión de la enseñanza de las matemáticas basada en la repetición y la práctica de ejercicios que presentan los cuadernos de actividades como principales estrategias para “aprender” matemáticas en Educación Infantil, y en su lugar, plantea que es necesario fomentar la comprensión más que la mera memorización, la actividad heurística más que la pura ejercitación, o el pensamiento matemático crítico más que la simple repetición.

Alsina y Vásquez (2025) proponen seis tipos de prácticas aplicadas al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades, incluyendo la probabilidad: 1) prácticas competenciales, que se sustenten en los procesos matemáticos para promover una enseñanza que implique pensar y hacer, más que memorizar definiciones y procedimientos; 2) prácticas articuladas, que combinen el aprendizaje por indagación con la instrucción directa para dar protagonismo tanto al alumnado como al profesorado; 3) prácticas progresivas, que consideren itinerarios de enseñanza desde lo concreto a lo abstracto, para garantizar la visualización, la manipulación, la simbolización y la abstracción; 4) prácticas selectivas, que tengan en cuenta criterios objetivos, para seleccionar de manera eficaz la gran diversidad de recursos de enseñanza; 5) prácticas inclusivas, que tengan en cuenta la diversidad del alumnado en todas sus dimensiones (cognitiva, cultural, de género, motriz, sensorial, etc.), para avanzar hacia la equidad; y, finalmente, 6) prácticas sostenibles, que tengan en cuenta contextos de sostenibilidad, para hacer frente a las grandes crisis social, económica y medioambiental y, de este modo, contribuir a la construcción de un futuro más resiliente para las personas y el planeta. Estas seis prácticas son transversales a los diferentes recursos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que propone el EIEM, como se muestra en la Figura 5.

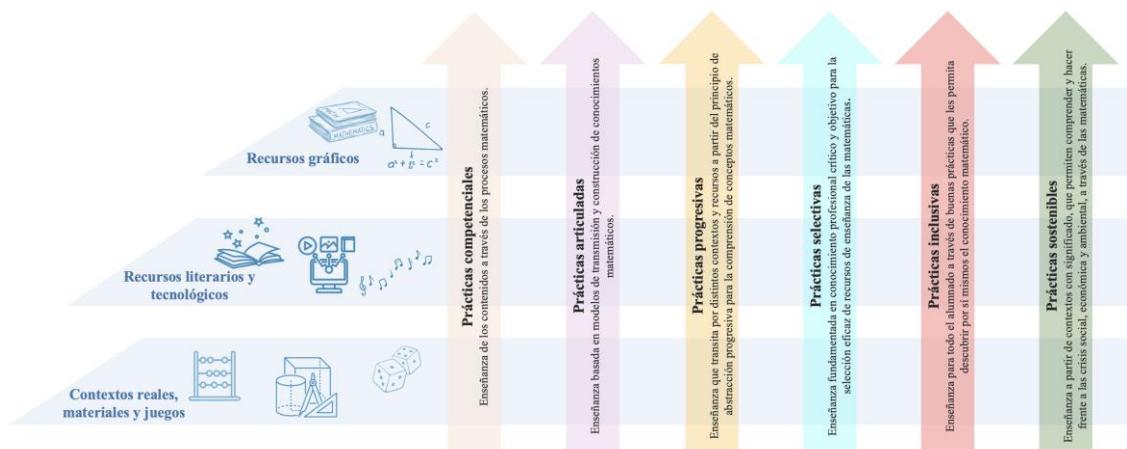


Figura 5. Prácticas de enseñanza de las matemáticas. Fuente: Alsina y Vásquez (2025)

ITINERARIO DE ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN INFANTIL (3-6 AÑOS)

Se presenta un itinerario con seis tareas, desde lo concreto hasta la formal: contexto real, material manipulativo, juego, recurso literario (cuento), recurso tecnológico y recurso gráfico.

Contexto real: “Mochila viajera”

Objetivo

- Introducir la adquisición de lenguaje probabilístico: seguro, posible, imposible.

Material

- Tarjetas con imágenes de objetos (ej.: gafas de sol, paraguas, esquíes, etc.).
- Hoja de trabajo o pizarra para registrar las decisiones.

Desarrollo

El uso de situaciones cotidianas permite introducir a los niños y las niñas en el uso de lenguaje probabilístico (seguro, posible, imposible), que es el primer paso hacia el uso de términos más formales y cuantitativos (como porcentajes o probabilidades numéricas) en etapas posteriores del aprendizaje. Por tanto, la comprensión del lenguaje probabilístico es un aspecto importante en el desarrollo de la alfabetización probabilística.

Para lograr el objetivo indicado, la maestra introduce un contexto relacionado con las vacaciones de Pablo, quien está preparando su mochila para ir de vacaciones a la playa: “¿Qué debería llevar Pablo? Ayudémosle a decidir qué cosas son seguras, posibles o imposibles que necesite”.

Para ello, la maestra presenta tarjetas con imágenes de distintos objetos (Figura 6), de manera que el alumnado pueda discutir, en grupo, qué tipos de objetos debería incluir Pablo en su mochila y por qué.



Figura 6. Imágenes que presenta la maestra. Fuente: elaboración propia.

Luego cada grupo clasifica los objetos a partir del uso de lenguaje probabilístico:

- **Seguro:** Cosas que Pablo definitivamente usará en la playa.
- **Possible:** Cosas que Pablo podría usar dependiendo de las circunstancias.
- **Imposible:** Cosas que Pablo nunca usará en la playa.

Cada grupo comparte y argumenta sus decisiones con el resto de la clase. Asimismo, la maestra puede fomentar la reflexión respecto a las condiciones y factores que influyen en la asignación cualitativa de la probabilidad de ocurrencia de un determinado evento planteando preguntas tales como: ¿por qué piensan que es seguro que Pablo necesite gafas de sol?, ¿qué situaciones podrían hacer que Pablo necesite el paraguas?, ¿por qué sería imposible que Pablo use esquies en la playa?

Así al reconocer que es “seguro” que Pablo necesitará un traje de baño en la playa o que es “imposible” que use esquies lleva a reflexionar sobre cómo los contextos influyen en la asignación de probabilidades.

Un punto importante es propiciar que argumenten sus elecciones y evalúen si estas cambiarían o no si se contara con información adicional (por ejemplo, si se conociera el pronóstico del tiempo para el viaje de Pablo). Es importante que la maestra guíe dicha reflexión, introduciendo la idea de que el uso práctico del lenguaje probabilístico se relaciona con la toma de decisiones en situaciones reales.

Indicadores de evaluación

En la Tabla 1 se presentan algunos indicadores de evaluación asociados a la tarea “Mochila viajera” que permiten valorar si el alumnado clasifica correctamente eventos como seguros, posibles o imposibles, utilizando adecuadamente el lenguaje probabilístico y justificando sus decisiones según el contexto.

Indicador de evaluación	Descripción del indicador	Estrategia de observación
Clasifica correctamente los objetos en seguro, posible o imposible, justificando sus decisiones con base en el contexto de la playa.	Identifica correctamente la probabilidad cualitativa de ocurrencia de un evento en un contexto dado, diferenciando entre lo seguro, lo posible y lo imposible.	Observación directa durante la actividad en grupos y revisión de la clasificación realizada por el estudiante. Se pueden utilizar listas de cotejo para verificar la correcta asignación de los términos.
Utiliza los términos seguro, posible e imposible de manera pertinente al argumentar sus elecciones.	Incorpora el lenguaje probabilístico de forma correcta y coherente en su argumentación, al justificar la clasificación de los objetos.	Registro de observación del desempeño oral de los estudiantes en la puesta en común. Se pueden tomar notas sobre la precisión en el uso del vocabulario y la claridad en la argumentación.
Analiza cómo la información adicional (ej.: pronóstico del tiempo) puede modificar su clasificación de los eventos.	Reflexiona sobre cómo el contexto y la nueva información pueden modificar la asignación de probabilidad cualitativa de un evento.	Registro de observación de la participación del estudiante en la discusión grupal. Se pueden formular preguntas adicionales para evaluar su capacidad de reconsiderar respuestas a partir de nueva información.

Tabla 1. *Indicadores de evaluación actividad “Mochila viajera”*

Material manipulativo: “Jugando con dados”

Objetivo

- Diferenciar un suceso aleatorio de otro determinista.

Material

- Dos dados como los de la Figura 7 o similares.

Desarrollo de la propuesta

Para una adecuada comprensión de la probabilidad, es necesario que los niños y las niñas sean capaces de diferenciar entre sucesos aleatorios y deterministas, es decir, de apreciar algunas características básicas de la aleatoriedad (Batanero, 2013). La actividad que se presenta busca contribuir a dicho propósito. Para ello, la maestra entrega dos dados como los de la Figura 7. En una primera etapa de exploración se pueden plantear preguntas que permitan iniciar el razonamiento de los estudiantes sobre la variabilidad o constancia de los resultados: ¿cómo son estos dados? ¿sus caras son iguales o diferentes? ¿qué creen que pasará si tiramos cada dado? ¿cómo son los resultados? ¿será igual el resultado cada vez?



Figura 7. Dados para hacer lanzamientos. Fuente: elaboración propia.

Luego, se recomienda plantear a los niños y a las niñas los siguientes experimentos:

- Experimento 1: lanzar el dado y anotar el color de la cara resultante. Al repetir el lanzamiento varias veces, se les cuestiona si el resultado es siempre el mismo y por qué ocurre esto. Este experimento sirve para introducir la idea de suceso determinista, destacando que el resultado no varía porque las condiciones del experimento aseguran un único resultado posible, siendo posible predecir el resultado de cada lanzamiento.
- Experimento 2: lanzar el dado y anotar la cantidad de puntos de la cara resultante. Al repetir el lanzamiento varias veces, se les pregunta si el resultado es siempre igual o no y por qué. A través de este experimento es posible introducir la idea de suceso aleatorio, explicando que el resultado cambia en cada lanzamiento debido a la naturaleza impredecible del experimento, es decir, corresponde a cualquier procedimiento o situación que produce resultados que no son predecibles de antemano, ya que depende del azar.

En el cierre de la actividad, es importante guiar la reflexión sobre cómo el dado numerado produce resultados variables (impredecibles) en cada lanzamiento, mientras que el dado con caras iguales siempre muestra el mismo resultado (predecible), comprendiendo así, a grandes rasgos, la diferencia entre un suceso aleatorio y uno determinista.

Indicadores de evaluación

En la Tabla 2 se presentan algunos indicadores de evaluación asociados a la tarea “Jugando con dados”, que permiten valorar si los niños y las niñas distinguen entre sucesos aleatorios y deterministas, reconociendo la variabilidad de los resultados, clasificando adecuadamente los eventos y explicando con sus propias palabras las diferencias entre ambos tipos de sucesos.

Indicador de evaluación	Descripción del indicador	Estrategia de observación
Identifica la variabilidad en los resultados de un experimento.	Observa y describe si los resultados de un experimento cambian o permanecen constantes tras varios intentos.	Observación directa durante la ejecución de los experimentos. Se pueden utilizar listas de cotejo para registrar si el estudiante identifica correctamente la variabilidad de los resultados.
Clasifica sucesos en aleatorios o deterministas.	Clasifica adecuadamente un suceso como aleatorio (cuando el resultado cambia) o determinista (cuando el resultado es siempre el mismo).	Registro de observación basado en la discusión grupal. Se pueden formular preguntas como: “¿por qué el lanzamiento del dado numerado es un suceso aleatorio?” o “¿por qué el dado con caras iguales genera un suceso determinista?”.
Explica el concepto de aleatoriedad y determinismo.	Expresa con sus propias palabras la diferencia entre sucesos aleatorios y deterministas, demostrando comprensión conceptual.	Evaluación oral o escrita de la explicación del estudiante. Se pueden pedir ejemplos adicionales para verificar la comprensión.

Tabla 2. *Indicadores de evaluación actividad “Jugando con dados”*

Juego: “La máquina de sorpresas”

Objetivo

- Proporcionar experiencias iniciales sobre el azar, la incertidumbre y la probabilidad que permitan observar resultados impredecibles.
- Enumerar las posibilidades de ocurrencia en un experimento

Material

- Un panel decorado como una máquina tragaperras con tres ventanas o ranuras.
- Tres niños o niñas que se introduzcan en el panel para actuar a modo de rodillo giratorio
- Frutas, animales, formas geométricas o tarjetas con colores.
- Tabla de registro visual para marcar qué combinaciones aparecen con más o menos frecuencia.
- Premios o sorpresas

Desarrollo

La percepción y comprensión del azar es un componente esencial en el desarrollo del pensamiento probabilístico en las primeras edades (Batanero et al., 2021). Por tanto, es

necesario proporcionar experiencias que permitan experimentar sucesos que no se pueden controlar ni predecir completamente, generando una intuición inicial sobre la incertidumbre.

Esta tarea se basa en la simulación de una máquina tragaperras adaptada al contexto educativo. La maestra presenta la “máquina de sorpresas”, explicando que cada vez que la hacemos girar, aparecerán tres frutas en sus ventanas (naranja, fresa, manzana). Se gana un premio cuando las tres frutas son iguales, un pequeño premio cuando solo hay dos frutas iguales y una pegatina cuando las frutas son diferentes. En este sentido, la “máquina de sorpresas” permite observar que cada giro genera combinaciones impredecibles (Figura 8). Se pueden plantear algunas preguntas para indagar en la percepción del azar, tales como: ¿podemos saber qué frutas saldrán antes de hacer girar la máquina? Este tipo de preguntas es fundamental para llevar a los niños y las niñas a reflexionar sobre la incertidumbre y la naturaleza del azar.

Una vez ya claro el funcionamiento se sitúa un niño o una niña en cada ventana del panel y se les entregan 3 frutas (naranja, fresa y manzana) a cada uno: giran sus brazos simulando el movimiento de los rodillos de la máquina tragaperras y seleccionan una fruta sin mirar la que ha seleccionado el compañero de la ventana contigua (Figura 8).



Figura 8. Máquina de las sorpresas. Fuente: elaboración propia.

Con el propósito de analizar los resultados del juego, se lleva un registro en una tabla sencilla donde se anotan las combinaciones obtenidas en cada giro de la máquina (Tabla 3). Después de varias rondas de juego, se observa cuántas veces aparecieron tres frutas iguales, cuantas veces dos iguales y una diferente, y cuántas veces las tres fueron diferentes. A partir de estos datos, se fomenta la discusión y reflexión a partir de preguntas como: ¿siempre obtuvimos el mismo resultado? ¿por qué crees que pasó eso? ¿es fácil que salgan tres frutas iguales? ¿por qué? ¿podemos adivinar (predecir) qué va a salir en el próximo giro? Esto permite reflexionar sobre la frecuencia de los resultados, observando que algunos resultados son más comunes que otros, aunque cada giro siga siendo impredecible y empezar a comprender, de manera intuitiva, que algunos sucesos son más probables que otros, reforzando así la noción de azar e incertidumbre en un contexto lúdico.

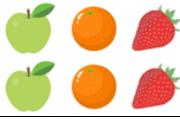
Intento	Tres frutas iguales	Dos frutas iguales y una diferente	Tres frutas diferentes
1			
2			
3			
4			

Tabla 3. Tabla con las combinaciones. Fuente: elaboración propia.

Finalmente, se les anima a formular argumentos con preguntas tales como: ¿crees que podríamos predecir lo que pasará si jugamos otra vez? o ¿qué pasaría si jugamos muchas veces más? De este modo, los niños y las niñas comienzan a notar que, aunque no puedan anticipar cada resultado exacto, pueden identificar ciertos patrones en el juego, iniciando así una comprensión intuitiva del azar y la probabilidad.

Asimismo, se puede enfocar la actividad hacia la enumeración de las posibilidades de ocurrencia e integrar el razonamiento combinatorio en el desarrollo de la actividad. En un inicio, han experimentado el azar de forma intuitiva, notando que algunos resultados aparecen más frecuentemente que otros. Sin embargo, aún no se han empleado estrategias de enumeración, solo el registro de las observaciones sobre lo que ocurre en el juego.

Para introducir la idea de enumeración de combinaciones posibles mediante el juego, se pueden plantear algunas preguntas como: si tenemos tres opciones de frutas en la máquina (, , ) ¿cuántas combinaciones diferentes podemos obtener?

Se hace una primera lista de combinaciones sugeridas. Luego, se puede introducir una tabla de combinaciones posibles con imágenes, giran nuevamente la máquina intentando comparar los resultados con las combinaciones registradas, observando si ha obtenido un patrón ya visto o uno nuevo. Otra opción es presentar el diagrama en árbol de manera sencilla, por ejemplo, fijando una fruta  y mostrando cómo puede combinarse con las demás, ayudando a visualizar las posibles variaciones.

Durante el juego, se lleva un registro de cuántas veces aparece cada combinación y se fomenta la reflexión con preguntas como: si ya salió , , , ¿qué otra combinación podríamos ver?, si cambiamos solo una imagen, ¿qué pasa? o ¿podemos poner todas las combinaciones posibles en esta tabla?

A medida que juegan, los niños y las niñas comienzan a tomar conciencia de que hay múltiples combinaciones y no solo las que han observado en sus propios giros; aunque la mayoría aún usa el tanteo y la selección al azar, empiezan a reconocer patrones básicos. Se les invita a organizar combinaciones manualmente, por ejemplo, con láminas de imágenes, lo que permite observar si aplican estrategias más estructuradas, como mantener un símbolo fijo y variar los demás (English, 1991).

Para finalizar, se les plantea preguntas como: si jugamos muchas veces más, ¿qué crees que pasará? o ¿será posible que siempre salga lo mismo?, esperando que formulen sus primeras explicaciones sobre la variabilidad de los resultados y comiencen a intuir el concepto de espacio muestral. Como resultado, descubren que algunas combinaciones aparecen con mayor frecuencia que otras y empiezan a verbalizar patrones; además, algunos comienzan a desarrollar estrategias organizadas, aunque todavía con apoyo de la maestra, marcando una transición del tanteo hacia un pensamiento más estructurado sobre la combinatoria.

Indicadores de evaluación

En la Tabla 4 se presentan algunos indicadores de evaluación asociados a la tarea “La máquina de sorpresas”, que permiten valorar si los niños y las niñas reconocen la imprevisibilidad de los resultados, identifican distintas combinaciones posibles y comienzan a utilizar estrategias básicas de organización, iniciando así una comprensión intuitiva del azar, la incertidumbre y la enumeración de posibilidades.

Indicador de evaluación	Descripción del indicador	Estrategia de observación
Expresa verbalmente que los resultados de la máquina no pueden predecirse antes de girar.	Reconoce que no es posible saber qué frutas aparecerán antes de hacer girar la máquina.	Se observa si menciona frases como "No sé qué va a salir", "Es una sorpresa" o "Cada vez sale algo distinto".
Reconoce que algunos resultados pueden repetirse, pero sin seguir un orden fijo.	Menciona que a veces salen combinaciones iguales, pero no en el mismo orden ni siempre.	Se pregunta: "¿siempre salen las mismas frutas?" y se observa si el niño responde "a veces sí, a veces no".
Relaciona la experiencia del juego con situaciones cotidianas donde hay incertidumbre.	Hace conexiones con experiencias fuera del juego, como lanzar un dado, ver qué juguete le tocará en una sorpresa, o el clima del día.	Se pregunta: "¿dónde más pasan cosas que no podemos saber antes de que ocurran?" y se evalúa si el niño menciona situaciones de incertidumbre.
Identifica y menciona diferentes combinaciones posibles antes o después de jugar.	Reconoce que hay múltiples formas en que pueden combinarse las frutas y menciona algunas de ellas.	Se le pregunta: "¿de cuántas formas diferentes pueden salir?" y se observa si responde mencionando varias combinaciones o intenta hacer una lista.
Usa una estrategia básica para organizar combinaciones, como fijar una fruta y variar los demás.	Comienza a reconocer un patrón sistemático para organizar combinaciones, como cambiar solo una fruta a la vez.	Se observa si dice: "voy a ver todas las combinaciones que tienen  primero" o "voy a cambiar solo la última fruta y ver qué pasa".

Tabla 4. *Indicadores de evaluación actividad “La máquina de sorpresas”*

Recurso literario: “Descubriendo el azar y la probabilidad con el gato Odds”

Objetivo

- Comparar, estimar y discutir sobre la posibilidad de ocurrencia de hechos sencillos, sin realizar cálculos utilizando, por ejemplo, la escala cualitativa de posibilidades.

Material

- Bolsas opacas con fichas de distintos colores.
- Carteles con las palabras seguro, posible e imposible, acompañadas de imágenes ilustrativas.

Desarrollo

Esta tarea utiliza como recurso el libro “A Very Improbable Story” (Einhorn, 2008). En el cuento, un niño llamado Ethan se despierta una mañana y encuentra al gato Odds

pegado a su cabeza, un gato que solo lo deja continuar su día si gana ciertos juegos relacionados con la probabilidad.

En esta tarea, el alumnado interactúa con la historia resolviendo retos aleatorios mientras ayudan a Ethan y al gato. Para empezar, se recomienda leer en voz alta el cuento, enfatizando la idea de eventos improbables (o imposibles) y posibles. Para ello, durante la lectura, se plantean preguntas como ¿qué crees que significa que algo sea improbable o imposible? o ¿podría pasarnos algo como lo que le ha sucedido a Ethan en la vida real?, fomentando la reflexión y la participación.

Luego, se exploran ejemplos del cuento para clasificarlos según la escala cualitativa de posibilidades con las categorías seguro, posible e imposible: por ejemplo, ¿es posible que mañana te despiertes con un gato en la cabeza como en el cuento?

Se lleva a cabo una lectura interactiva basada en el episodio donde Ethan explica cómo organiza las canicas para jugar con Odds. Durante la lectura, se formulan preguntas como: ¿qué pensáis que hará Ethan con las canicas?, ¿por qué pensáis que Odds dice que algunos juegos son fáciles o difíciles? o ¿qué significa que algo sea poco probable o muy probable? Se sugiere destacar algunas frases clave como “That would make a great probability game, wouldn’t it?” para introducir la noción de probabilidad sin cálculos. Además, se puede guiar la discusión invitando a reflexionar sobre lo que están haciendo Ethan, Cindy y Odds en la escena. Una vez contextualizados, se les pide que colaboren con Ethan para clasificar los eventos según su posibilidad de ocurrencia: seguro, posible o imposible.

Posteriormente, inspirado en el cuento, se puede plantear el juego de las canicas mágicas, con tres bolsas de fichas que simulan las canicas de Ethan. Cada niño, sin mirar, saca una ficha de cada bolsa, mientras el grupo reflexiona y discute previamente preguntas como: ¿pensáis que es seguro, posible o imposible sacar una ficha roja de esta bolsa? o ¿qué color pensáis que es más probable que salga? Despues de sacar una ficha, se clasifica el evento en la escala cualitativa de posibilidades (seguro, posible o imposible), colocando una imagen representativa en el cartel correspondiente.

Para enriquecer la actividad, se retoman situaciones del cuento para comparar, formulando preguntas como: en el cuento, Ethan dijo que tenía una oportunidad entre cuatro de sacar una ficha blanca, ¿qué significa eso? o ¿qué piensan que diría Odds sobre las fichas de nuestra bolsa?

Finalmente, durante el cierre, el alumnado comparte lo que han aprendido sobre las probabilidades de los sucesos, retomando las ilustraciones del cuento y reflexionando sobre preguntas como: ¿qué aprendimos con Odds y Ethan sobre las cosas que pueden pasar?

Indicadores para la evaluación

En la Tabla 5 se presentan algunos indicadores de evaluación asociados a la tarea “Descubriendo el azar y la probabilidad con el gato Odds”, que permiten valorar si los estudiantes clasifican adecuadamente eventos según su posibilidad de ocurrencia, justifican sus decisiones con argumentos simples y son capaces de anticipar resultados utilizando una escala cualitativa de posibilidades.

Indicador de evaluación	Descripción del indicador	Estrategia de observación
Clasifica correctamente eventos en la escala cualitativa de posibilidades (seguro, posible o imposible).	Identifica eventos de la historia y del juego de las canicas mágicas y los clasifica en la categoría correcta según su posibilidad de ocurrencia.	Se observa si coloca correctamente las tarjetas en los carteles de seguro, posible o imposible y si justifica su elección verbalmente.
Explica con sus propias palabras por qué un evento es seguro, posible o imposible.	Justifica sus respuestas usando términos cualitativos y ejemplos de su vida cotidiana.	Se pregunta: ¿por qué crees que este suceso es imposible? o ¿puedes pensar en algo que sea seguro en la vida real? y se evalúa si responde con lógica.
Predice y discute sobre la posibilidad de obtener ciertos colores en el juego de las canicas mágicas.	Antes de sacar una ficha, anticipa si un color es más probable, menos probable o imposible.	Se observa si menciona frases como: seguro sale roja porque hay muchas, podría salir azul, pero es difícil o no puede salir azul de esta bolsa porque no hay.

Tabla 5. Indicadores de evaluación actividad “Descubriendo el azar y la probabilidad con el gato Odds”

Recurso tecnológico: “Ayudando al osito Bobbie”

Objetivo

- Enumerar las posibilidades de ocurrencia en un experimento.

Material

- Acceso al recurso interactivo de Bobbie Bear (<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Bobbie-Bear/>).
- Tablas sencillas para registrar las combinaciones exploradas.

Desarrollo

En esta tarea se enumeran las posibilidades de ocurrencia de un experimento combinatorio sencillo, utilizando el recurso interactivo Bobbie Bear (Figura 9). En una primera instancia la maestra presenta al osito Bobbie y explica que necesita ayuda para elegir qué ropa ponerse: tiene varias camisetas y pantalones de diferentes colores, y deben ayudarlo a encontrar todas las combinaciones posibles.

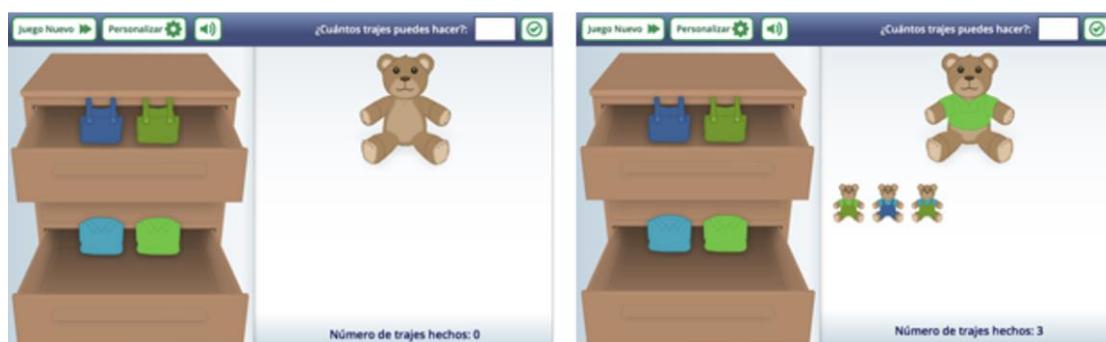


Figura 9. Bobby Bear. Fuente: Illuminations.

Luego plantea algunas preguntas tales como: ¿crees que Bobbie puede ponerse diferentes combinaciones de camisetas y pantalones? ¿cuántas combinaciones diferentes crees que puede usar?

De este modo, se introduce la idea de que las elecciones pueden organizarse en un conjunto limitado de opciones, estableciendo las bases del concepto de espacio muestral. Esta etapa es clave porque permite comprender que las posibilidades no son infinitas y que pueden identificarse y organizarse, lo que resulta esencial para futuros razonamientos probabilísticos. Cada vez que visten a Bobbie, registran la combinación en una tabla o se coloca una marca visual en una hoja de trabajo. Al respecto es importante plantear preguntas como: ¿ya habíamos usado antes esta camiseta con este pantalón? ¿qué podemos hacer para asegurarnos de que no repetimos combinaciones? De esta manera se introduce el concepto de enumeración sistemática, que ayuda a evitar repeticiones y fomenta un pensamiento más estructurado. Esto es fundamental para la comprensión de la probabilidad porque demuestra que cada combinación es única.

Una vez exploradas y enumeradas las posibilidades de ocurrencia, es necesario conectar, de manera intuitiva y acorde a la edad, la enumeración con la noción de espacio muestral, preguntando ¿cuántas combinaciones diferentes encontramos? Ello contribuye a reforzar la idea de que la probabilidad de un evento se vincula con las combinaciones posibles. Asimismo, se puede inducir al alumnado a reflexionar sobre ¿qué pasa si Bobbie tiene una camiseta más? ¿cuántas combinaciones nuevas podríamos encontrar?

De este modo, al observar cómo aumenta el número de combinaciones al incorporar un nuevo elemento, se promueve que los niños y las niñas entiendan que el número de posibilidades depende de la cantidad de opciones disponibles para cada elemento, introduciendo de manera implícita la idea de razonamiento multiplicativo. Este aspecto es crucial para los niveles superiores y conecta directamente la enumeración con la fórmula para calcular probabilidades en experimentos más complejos, sentando una base sólida para el aprendizaje probabilístico futuro.

Indicadores de evaluación

En la Tabla 6 se presentan algunos indicadores de evaluación asociados a la tarea “Ayudando al osito Bobbie”, que permiten valorar si identifican y organizan combinaciones posibles, emplean estrategias sistemáticas de enumeración y comienzan a razonar sobre cómo cambian las posibilidades al modificar los elementos del experimento.

Indicador de evaluación	Descripción del indicador	Estrategia de observación
Identifica y organiza combinaciones únicas de camisetas y pantalones.	Reconoce que cada combinación es única y evita repetir opciones al vestir a Bobbie Bear.	Se observa si utiliza la tabla de registro para comprobar combinaciones anteriores y responde a preguntas como: ¿ya habíamos usado esta combinación antes?
Completa sistemáticamente todas las combinaciones posibles.	Enumera todas las combinaciones de camisetas y pantalones manteniendo un elemento fijo y variando los demás (por ejemplo, el color de la camiseta).	Se evalúa si utiliza estrategias básicas como fijar una camiseta y cambiar los pantalones para encontrar todas las combinaciones posibles.

Predice cómo cambiaría el número de combinaciones al agregar un nuevo elemento.	Anticipa que agregar una camiseta o pantalón aumenta las combinaciones posibles y reflexiona sobre el impacto del cambio.	Se registra si responde preguntas como: ¿qué pasaría si agregamos una camiseta más? ¿cuántas combinaciones nuevas podríamos encontrar? y si verbaliza que el número de posibilidades aumenta.
---	---	---

Tabla 6. *Indicadores de evaluación actividad “Ayudando al osito Bobbie”*

Recurso gráfico: “¿Qué frasco elegir?”

Objetivo

- Comparar, estimar y discutir sobre la posibilidad de ocurrencia de hechos sencillos.

Material

- Ficha con imágenes de los frascos con caramelos.

Desarrollo

Una maestra quiere felicitar a su alumnado por el buen comportamiento y les da un caramelo sin azúcar a cada uno. Para que todos tengan la misma oportunidad, tienen que sacar un caramelo de un frasco sin mirar (Figura 10). A una de las niñas de la clase le encantan los caramelos de fresa (color rojo), pero como no puede mirar, se plantea la siguiente pregunta: ¿qué tan fácil o difícil es para Belén sacar un caramelo de fresa?

En primera instancia, el alumnado observa los frascos que se presentan en la Figura 10, y responden intuitivamente preguntas como: ¿en qué frasco creen que es más fácil sacar un caramelo de fresa? ¿en qué frasco creen que será más difícil sacar un caramelo de fresa?

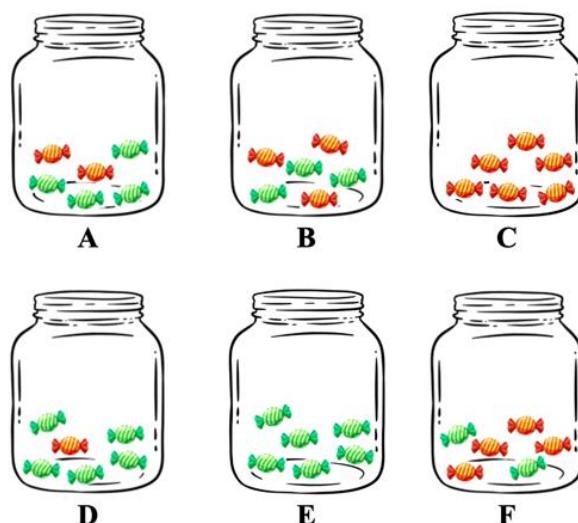


Figura 10. Fichas con diferentes frascos de caramelos. Fuente: elaboración propia.

Posteriormente, con el apoyo de la maestra, los niños y las niñas interactúan directamente con la ficha (Figura 11): ¿qué tan posible es sacar un caramelo de fresa en cada uno de los frascos? Seguidamente, realizan diversas acciones concatenadas: identificar los casos favorables y desfavorables; contar su número en cada experimento; comprender que la

probabilidad es mayor si, teniendo el mismo número de casos favorables, el número de casos desfavorables es menor.

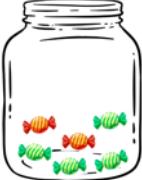
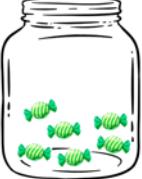
Frascos con caramelos	¿Qué tan posible es que Belén saque un caramelo de fresa?			¿Cuántos caramelos hay de cada tipo?	
	Seguro	Possible	Imposible	Nº de caramelos fresa	Nº de caramelos menta
					
					
					
					
					

Figura 11. Ficha para el alumnado. Fuente: elaboración propia.

Por último, se propicia la reflexión respecto a la comparación y estimación de las posibilidades de sacar un caramelo de fresa de cada uno de los frascos. Se revisan las hipótesis iniciales, discutiendo si las predicciones coincidieron con los resultados. Preguntas como ¿qué aprendimos sobre cómo elegir un frasco si queremos un caramelo de fresa? refuerzan la comprensión de que un mayor número de casos favorables aumenta la probabilidad de un evento.

Indicadores de evaluación

En la Tabla 7 se presentan algunos indicadores de evaluación asociados a la actividad “¿Cuál frasco elegir?”, que permiten valorar si los niños y las niñas identifican, comparan y discuten cualitativamente la probabilidad de ocurrencia de eventos, reconociendo la relación entre casos favorables y desfavorables, y justificando sus decisiones con base en la observación y el conteo.

Indicador de evaluación	Descripción del indicador	Estrategia de observación
Identifica y clasifica las posibilidades cualitativas de los eventos en los frascos (seguro, posible, imposible).	Clasifica correctamente la probabilidad de sacar un caramelo de fresa en cada frasco utilizando la escala cualitativa y justifica su decisión.	Se observa si responde preguntas como ¿en cuál frasco es seguro, posible o imposible sacar un caramelo de fresa? y si justifica su elección con base en la cantidad de caramelos.
Reconoce la relación entre el número de casos favorables y desfavorables y la probabilidad cualitativa de ocurrencia.	Identifica los caramelos de fresa como casos favorables y los de otros colores como desfavorables, comprendiendo que menos casos desfavorables aumentan la probabilidad de éxito.	Se evalúa si cuenta correctamente los casos favorables y desfavorables en cada frasco y relaciona este conteo con su respuesta sobre qué frasco elegir.
Compara y discute las posibilidades de ocurrencia en los frascos, reflexionando sobre las predicciones y resultados.	Analiza y explica si sus hipótesis iniciales sobre las posibilidades coincidieron con los resultados observados, reflexionando sobre qué frasco era la mejor opción para Belén.	Se registra si participa activamente en la discusión, mencionando frases como "había más caramelos de fresa en este frasco, por eso era más probable" o "el frasco con menos caramelos de otro color es mejor".

Tabla 7. Indicadores de evaluación actividad “¿Cuál frasco elegir?”

CONSIDERACIONES FINALES

La incorporación de la probabilidad en educación infantil se sustenta hoy en un cuerpo teórico y empírico robusto que respalda su pertinencia para el desarrollo integral del alumnado desde las primeras edades. Diversas investigaciones han mostrado que, incluso sin disponer aún de un lenguaje formalizado o de herramientas numéricas explícitas, los niños y las niñas manifiestan capacidades intuitivas para anticipar resultados, comparar eventos y razonar frente a situaciones inciertas (Davies, 1965; Falk et al., 1980; Vásquez y Alsina, 2019). Desde una perspectiva curricular y didáctica, enseñar probabilidad en infantil no se limita a preparar al alumnado para aprendizajes futuros; más bien, busca favorecer una comprensión crítica del entorno, estimular la toma de decisiones fundamentadas en evidencia y potenciar el pensamiento reflexivo ante fenómenos de incertidumbre (Alsina y Vásquez, 2024). Esto supone superar visiones reduccionistas centradas exclusivamente en el cálculo formal, reconociendo el sentido fenomenológico de la probabilidad y su potencial para conectar las matemáticas con situaciones reales y significativas (Beltrán-Pellicer, 2017).

A partir de la literatura existente es posible identificar una convergencia en torno a cinco grandes ideas clave para orientar la enseñanza de la probabilidad en estas edades: 1) proporcionar experiencias iniciales sobre el azar, la incertidumbre y la probabilidad que permitan a los niños observar resultados impredecibles; 2) diferenciar un suceso aleatorio de otro determinista; 3) introducir en la adquisición de lenguaje probabilístico (seguro, posible, imposible); 4) comparar, estimar y discutir sobre la posibilidad de ocurrencia de hechos sencillos, sin realizar cálculos utilizando, por ejemplo, la escala cualitativa de posibilidades; y 5) enumerar las posibilidades de ocurrencia en un experimento. Estas ideas, organizadas de manera progresiva, permiten diseñar itinerarios de enseñanza orientados al desarrollo del razonamiento probabilístico desde las primeras edades. Los

itinerarios propuestos en este artículo constituyen una hoja de ruta alineada con los principios del Enfoque de Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (Alsina, 2020). Esta propuesta articula finalidades formativas, contextos variados (reales, manipulativos, lúdicos, tecnológicos y gráficos) y estrategias didácticas adaptadas a las formas de aprender de los niños y niñas.

Así pues, las cinco ideas clave sistematizadas en este artículo se configuran como ejes vertebradores para orientar una enseñanza progresiva y significativa de la probabilidad en educación infantil. Estas ideas no constituyen unidades aisladas, sino que se articulan entre sí, permitiendo una construcción paulatina de significados sobre el azar, la posibilidad y la incertidumbre. A través de contextos relevantes y diversos, los niños y las niñas pueden transitar desde el uso cotidiano de expresiones informales hasta la comprensión de relaciones entre casos favorables y posibles.

En consecuencia, los itinerarios propuestos responden a la necesidad de ofrecer itinerarios de enseñanza que se ajusten a la forma en que los niños y las niñas aprenden y construyen sentido del mundo. Tal como señalan Alsina (2021) y otros autores, la enseñanza de la probabilidad debe enraizarse en contextos culturales y experiencias significativas, incorporando materiales que propicien la exploración activa, la anticipación y la argumentación. Por ello, estos itinerarios incluyen momentos de diálogo, juego, representación y análisis, configurando una aproximación gradual al razonamiento probabilístico.

Finalmente, distintas investigaciones advierten sobre la limitada presencia de la probabilidad en la formación docente inicial y continua, lo que genera inseguridades y barreras para su implementación en el aula (Beltrán-Pellicer, 2017). Frente a ello, se vuelve imperativo promover instancias de desarrollo profesional que integren conocimientos matemáticos y didácticos, así como una comprensión profunda de la probabilidad desde edades tempranas (Alsina, 2020; Vásquez y Batanero, en prensa).

REFERENCIAS

- Alsina, Á. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinarios, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25-48.
- Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>
- Alsina, Á. (2021). “Ça commence aujourd’hui”: alfabetización estadística y probabilística en la educación matemática infantil. *PNA*, 15(4), 243-266. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.21357>
- Alsina, Á. (2022). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3-6 años)*. Editorial Graó.
- Alsina, Á. y Salgado, M. (2019). Ampliando los conocimientos matemáticos en Educación Infantil: la incorporación de la probabilidad. *REXE- Revista de Estudios y*

- Experiencias en Educación, 18(36), 225-240.*
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2017). Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Didasc@lia: Didáctica y Educación, 8(4), 199-212.*
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2024). La probabilidad en educación infantil: finalidades, aplicaciones y prácticas de enseñanza. *REVISTA CIENTÍFICA ECOCIENCIA, 11(4), 45-70.* <https://doi.org/10.21855/ecociencia.114.961>
- Alsina, Á., Cornejo-Morales, C. y Salgado, M. (2021). ¿Cómo, para qué y sobre qué se argumenta en el marco de la probabilidad intuitiva? Un estudio de caso múltiple en Educación Infantil. *Revista Paradigma, 12(1), 285-312.* <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p285-312.id1026>
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2025). *Prácticas de enseñanza de las matemáticas.* Graó 0-6: Tu espacio de referencia en Educación Infantil. Editorial Graó.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho y F. Viseu (Eds.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 1-13). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C., Álvarez Arroyo, R., Hernández-Solís, L. A. y Gea, M. M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en educación infantil. *PNA, 15(4), 267-288.* <https://dx.doi.org/pna.v15i4.22349>
- Beltrán-Pellicer, P. (2017). Una propuesta sobre probabilidad en educación infantil con juegos de mesa. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 6(1), 53-61.*
- Davies, H. (1965). Development of the probability concept in children. *Child Development, 99, 29-39.*
- Einhorn, E. y Gustavson, A. (2008). *A very improbable story.* Charlesbridge Publishing.
- English, L. D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics, 22(5), 451-474.* <https://doi.org/10.1007/BF00367908>
- Falk, R., Falk, R. y Levin, I. (1980). A potential for learning probability in Young children. *Educational Studies in Mathematics, 11, 181-204.*
- Fay, A. L. y Klahr, D. (1996). Knowing about guessing and guessing about knowing: Preschoolers' understanding of indeterminacy. *Child Development, 67, 689-716.*
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children.* Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* Kluwer Academic Publishers.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Springer.
- HodnikČadež, T. y Škrbec, M. (2011). Understanding the concepts in probability of pre-school and early school children. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 7(4), 263–279.*
- Kafoussi, S. (2004). Can kindergarten children be successfully involved in probabilistic tasks? *Statistics Education Research Journal, 3(1), 29-39.* <https://doi.org/10.52041/serj.v3i1.540>
- Kafoussi, S. (2004). Can kindergarten children be successfully involved in probabilistic

- tasks? *Statistics Education Research Journal*, 3(1), 29-39.
- Kazak S. y Leavy A.M. (2018). Emergent reasoning about uncertainty in primary school children with a focus on subjective probability. En A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris y E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in early childhood and primary education*. (pp. 34-54). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1044-7_3
- Korthagen, F. A. (2001). *Linking practice and theory. The pedagogy of realistic teacher education*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kuzmak, S. D. y Gelman, R. (1986). Young children's understanding of random phenomena. *Child Development*, 57(3), 559-566.
- Metz, K. E. (1998). Emergent understanding and attribution of randomness: Comparative analysis of the reasoning of primary grade children and undergraduates. *Cognition and Instruction*, 16(3), 285-265.
- National Association for the Education of Young Children y National Council for Teachers of Mathematics. (2013). Matemáticas en la educación infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2(1), 1-23.
- NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. SAEM Thales.
- Nikiforidou, Z. (2018). Probabilistic thinking and young children: theory and pedagogy. En A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, y E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in early childhood and primary education* (pp. 21-34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1044-7_3
- Paparistodemou, E., Noss, R. y Pratt, D. (2008). The interplay between fairness and randomness in a spatial computer game. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(2), 89-110. <https://doi.org/10.1007/s10758-008-9132-8>
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). La genése de l'idée de hasard chez l'enfant. Presses Universitaires de France.
- Tigchelaar, A., Melief, K., Van Rijswijk, M., y Korthagen, K. (2010). Elementos de una posible estructura del aprendizaje realista en la formación inicial y permanente del profesorado. En O. Esteve, K. Melief, y Á. Alsina (Eds.), *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado* (pp. 39-64). Octaedro.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2019a). Intuitive ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Revista Acta Scientiae*, 21(3), 131-154. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss3id5215>
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de infantil y primaria: implicaciones para la formación del profesorado. En A. Salcedo y D. Díaz-Levicoy (Eds.), *Formación del Profesorado para Enseñar Estadística: Retos y Oportunidades* (pp. 189-214). Universidad Católica del Maule.
- Vásquez, C. y Batanero, C. (en prensa). Conocimiento didáctico-matemático de futuras maestras de educación infantil: el caso de la probabilidad. *Revista Avances de Investigación en Educación Matemática*.
- Vásquez, C. y Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Revista Educación Matemática*, 34(2), 245-274.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological functions*. Cambridge: MIT Press.

processes. Cambridge (Mass): Harward University Press.

Zapata-Cardona, L. (2018). Supporting young children to develop combinatorial reasoning. En A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, y E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in early childhood and primary education.* (pp. 257-272). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1044-7_15

Claudia Vásquez

Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile

cavasque@uc.cl

Ángel Alsina

Universidad de Girona, España

angel.alsina@udg.edu

DESARROLLO DE HABILIDADES ESTADÍSTICAS EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS MEDIANTE UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA CONTEXTUALIZADA

Issac Aviña Camacho, Universidad Autónoma de Baja California, México

Resumen

El presente documento aborda el desarrollo de tres habilidades estadísticas clave: alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico, mediante la implementación de una estrategia didáctica centrada en el análisis de hábitos personales en un curso de estadística. Este estudio, de carácter exploratorio con enfoque mixto, incluyó el diseño y aplicación de un instrumento validado para evaluar el nivel de adquisición de dichas habilidades en 19 estudiantes universitarios. Los resultados muestran avances significativos, particularmente en el pensamiento estadístico, así como una actitud más favorable hacia la estadística. Se concluye que la estrategia didáctica favorece el aprendizaje significativo, promueve la reflexión crítica y fortalece la vinculación entre la estadística y la vida personal del estudiante, contribuyendo al desarrollo de una competencia estadística integral.

Palabras clave: alfabetización estadística, razonamiento estadístico, pensamiento estadístico, educación superior, estrategia didáctica.

Developing university students' statistical skills through a context-based didactic strategy

Abstract

This paper addresses the development of three key statistical skills: literacy, reasoning, and statistical thinking, through the implementation of a teaching strategy focused on the analysis of personal habits in a statistics course. This exploratory study with a mixed approach included the design and application of a validated instrument to assess the level of acquisition of these skills in 19 university students. The results show significant progress, particularly in statistical thinking, as well as a more favorable attitude toward statistics. It is concluded that the teaching strategy promotes meaningful learning, encourages critical reflection, and strengthens the link between statistics and students' personal lives, contributing to the development of comprehensive statistical competence.

Keywords: statistical literacy, statistical reasoning, statistical thinking, higher education, didactic strategy.

INTRODUCCIÓN

En un mundo globalizado con un acceso cada vez mayor a la información a través del Internet, se requiere de ciudadanos capacitados en el análisis e interpretación de los datos que le son presentados en tablas, gráficos o términos estadísticos. Es decir, es necesario contar con una competencia estadística adecuada para valorar críticamente la información disponible y, de este modo, tomar decisiones basadas en datos. De acuerdo con Casals, et al. (2025), la competencia estadística permite desarrollar capacidades relacionadas con la toma de decisiones fundamentadas en evidencia, la alfabetización de datos y el pensamiento crítico.

Es importante resaltar que, desde la década de 1990, la educación estadística ha estado centrada en el desarrollo de tres habilidades: la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico (Chance, 2002; Gal, 2002; Garfield, 2002; Ben-Zvi y Gardfield, 2008), los cuales permiten describir y generalizar fenómenos observados en la vida cotidiana. Por lo tanto, su desarrollo es cada vez más relevante en un contexto donde las competencias en estadística y la cultura de datos están en auge (Engel, 2019; González-Lozano y Aravena-Domich, 2023).

En la actualidad, la estadística se ha consolidado como un elemento fundamental en la formación académica y profesional de las personas, logrando así una mayor presencia en los planes de estudio de diversos países y propiciando un aumento significativo en la producción científica y eventos dedicados a su enseñanza y aprendizaje (García-García, 2021).

Sin embargo, la estadística enseñada en las aulas universitarias continúa centrada en aspectos procedimentales (fórmulas), a través del uso de herramientas tecnológicas y paqueterías estadísticas, sin un reforzamiento profundo de conceptos teóricos que permiten la adquisición de las habilidades estadísticas (Brown y Kass, 2009; Azcárate y Cardeñoso, 2011). Incluso, Tu y Snyder (2017) expresan que los cursos de estadística presentan una carencia en la generación del razonamiento y el pensamiento estadístico en los estudiantes. Lo anterior evidencia que la estadística impartida en el salón de clase enfrenta el reto de generar espacios de aprendizaje más activos y colaborativos que resulten en una aplicación en la vida cotidiana de los estudiantes. De esta manera es posible demostrar que la estadística es significativa más allá del aula (León, 2020).

Para lograr esta significancia, León (2021) menciona que la enseñanza de la estadística debe enfocarse en la resolución de problemas contextualizados y en la implementación de metodologías activas como el aprendizaje basado en investigación y el aprendizaje basado en proyectos. Además, dado que la estadística surge como respuesta a las demandas culturales y a las necesidades inherentes del ser humano, su enseñanza no debe desvincularse de la experiencia y la condición humana (Zapata-Cardona, 2016).

A partir de lo anterior, el presente documento tiene como propósito evaluar el nivel de adquisición de la competencia estadística a través de las habilidades de alfabetización estadística (AE), razonamiento estadístico (RE) y pensamiento estadístico (PE) en un grupo de estudiantes universitarios, después de la implementación de una estrategia didáctica en una clase de Estadística Descriptiva a través de un instrumento de evaluación validado.

HABILIDADES ESTADÍSTICAS

Como bien se expresó con anterioridad, la educación estadística busca fomentar en los estudiantes la alfabetización estadística, el razonamiento estadístico y el pensamiento

estadístico. En esta sección, se presentan diversas definiciones de cada uno de estas habilidades, con la intención de ofrecer una mayor claridad sobre ellas.

Alfabetización estadística

La alfabetización estadística (AE) se define como la habilidad que tienen las personas para interpretar, valorar críticamente y comunicar mensajes o información estadística. Esta implica no solo el conocimiento factual y las habilidades tanto formales como informales, sino también las creencias y actitudes que mantienen hacia la estadística (Gal, 2002). Garfield et al. (2003) proponen otra definición que hace referencia a los conceptos básicos, vocabulario y simbología necesarios para discernir la información o resultados de una investigación.

De acuerdo con Martadiputra (2010), la AE incluye el razonamiento de datos, la comprensión de conceptos estadísticos básicos, la recolección y el procesamiento de datos en términos descriptivos, la capacidad básica para traducir datos y la habilidad de comunicar resultados. En pocas palabras, el estudiante debe identificar, describir, traducir, interpretar y leer estadística (delMas, 2002).

Para considerar que una persona posee una AE, esta debe contar con cinco elementos: conocimiento matemático, conocimiento estadístico, conocimiento del contexto, alfabetización general y actitud crítica (Gal, 2004). Para que la enseñanza de la estadística promueva eficazmente la AE en el salón de clase, se requiere de profesorado capacitado que, además de conocer el qué y cómo de los contenidos, reconozca la naturaleza estadística de lo que enseña (Alsina et al., 2020).

Según Casals, et al. (2025), sin una AE las personas son más susceptibles a ser manipuladas en distintos contextos, como el económico, mediático y social. Por ello, es necesario fomentarla en las aulas con el fin de formar ciudadanos más informados y menos propensos a los engaños. Estos mismos autores expresan que, promueve la AE, las consecuencias pueden reflejarse a nivel individual, colectivo y en el poder público.

Razonamiento estadístico

De acuerdo con Ben-Zvi y Garfield (2004), el razonamiento estadístico (RE) es la manera en que las personas razonan con ideas estadísticas, dándole sentido a los datos presentados. Implica interpretar información de manera lógica, comprender relaciones entre conceptos estadísticos (distribución, muestreo, incertidumbre, aleatoriedad), analizar patrones y combinar la idea de azar con la evidencia observada. Es decir, los estudiantes son capaces de deducir y explicar el porqué de la aplicación de la estadística.

Aunado a esto, Martínez-Borrayo y Mayoral-Gutiérrez (2025) expresan que el RE se relaciona con la habilidad de comprender las razones detrás de la generación de ciertos datos y de sustentar conclusiones a partir de ellos; en esencia, consiste en otorgar significado a los resultados estadísticos. En esta habilidad, la explicación y la justificación representan elementos fundamentales. Para ello, es primordial fomentar un entorno de investigación que permita al estudiante reflexionar sobre su propio aprendizaje y analizar la información estadística en colaboración con sus compañeros, promoviendo el pensamiento crítico y el diálogo constructivo (Verástegui et al., 2024).

Algunas estrategias que pueden implementarse en el aula para el fomento del RE, propuestas por Ben-Zvi (2011), son las siguientes:

- 1) Enfocar el aprendizaje en la comprensión profunda de conceptos estadísticos fundamentales, de manera que resulten motivadores y orienten el aprendizaje del estudiantado.

- 2) Utilizar datos reales y relevantes que involucren a los estudiantes en la formulación de conjeturas, realización de inferencias, la toma de decisiones y la evaluación de la información.
- 3) Implementar actividades colaborativas de investigación en el aula, promoviendo la interacción y el análisis conjunto de datos.
- 4) Integrar herramientas tecnológicas como computadoras, calculadoras gráficas, internet y software estadístico, para permitir una exploración interactiva de datos y la verificación de conjeturas.
- 5) Establecer normas de aula que favorezcan el discurso estadístico, fomentando el uso de argumentos basados en ideas significativas.
- 6) Aplicar métodos de evaluación alternativos, más allá de exámenes tradicionales, como proyectos, análisis de información y otras estrategias que permitan valorar el desarrollo del aprendizaje estadístico de forma más integral.

Pensamiento estadístico

El pensamiento estadístico (PE) se refiere cuando se comprende el porqué y el cómo de las investigaciones estadísticas; es decir, surge al cuestionar y criticar los modelos existentes con la intención de abordar de una mejor manera los problemas reales (Su y Marchant, 2021). Con un PE se generan preguntas, se recolectan datos y se seleccionan análisis adecuados para responderlas. Asimismo, se formulan juicios de valor y se evalúan resultados con el uso de técnicas y herramientas estadísticas. Todo ello fomenta una mayor reflexión y apropiación de la estadística, lo que permite alcanzar una comprensión integral de la investigación (Del Callejo et al, 2020).

El desarrollo de un PE requiere de cinco elementos fundamentales: 1) el reconocimiento de la necesidad de los datos, es decir, comprender que la toma de decisiones informada requiere de evidencia empírica, 2) la percepción de la variación, el cual implica identificar y valorar la diversidad que existe en los datos, 3) el razonamiento con modelos estadísticos, lo cual supone utilizar representaciones para explicar fenómenos y hacer predicciones, 4) la integración de lo estadístico y lo contextual, es decir, interpretar los datos considerando el entorno en el que se generan y finalmente 5) la transnumeración, siendo entendida como la habilidad para transformar, reorganizar y representar los datos de distintas manera para su análisis y comprensión (Pfannkuch y Wild, 2004).

De acuerdo con Martínez-Borrado y Mayoral-Gutiérrez (2025), el PE implica la habilidad de incorporar el contexto en el diseño de investigaciones y en la formulación de conclusiones, con el fin de comprender el proceso estadístico completo: desde la elaboración de preguntas hasta la validación de supuestos. Quien posee un PE debe ser capaz de analizar críticamente y evaluar los resultados de problemas o estudios que utilicen métodos estadísticos.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA

La estrategia didáctica propuesta integra datos personales y actividades vinculadas con la vida cotidiana de los estudiantes, con el propósito de generar una experiencia de aprendizaje relevante y enriquecedora. Esta propuesta está influenciada por el ciclo de investigación planteado por Wild y Pfannkuch (1999), conformado por cinco fases: Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones. En cada una de estas fases se reflejan las tres habilidades estadísticas de interés en este estudio. Por ejemplo, en la fase Plan, donde se diseña el procedimiento para la recolección de datos, la AE posibilita reconocer y utilizar de manera adecuada el vocabulario y los conceptos necesarios para expresar el

plan; el RE permite comprender y justificar la lógica de dichas elecciones; y el PE favorece la integración del contexto y la selección de métodos apropiados.

Como puede observarse, para el desarrollo de esta estrategia resulta fundamental el rol del profesorado, particularmente en lo referente a su formación en competencias estadísticas. De no contar con dicha preparación, la coherencia, profundidad y alineación de los contenidos impartidos podrían verse comprometidas. Esto limitaría el desarrollo integral de las habilidades de alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico en el estudiantado (Hernández et al, 2013).

La estrategia propuesta se desarrolla en cuatro momentos, dentro de las cuales se integran las cinco fases de Wild y Pfannkuch: selección del hábito personal (Problema y Plan), recolección de datos (Datos), análisis estadístico (Análisis) y reflexión-acción (Conclusiones). En cada una de estas etapas, tanto el profesorado como el estudiantado desarrolla distintas acciones, y se busca el fomento de las habilidades estadísticas (Figura 1).



Figura 1. Etapas de la propuesta didáctica (elaboración propia)

Mientras se lleva a cabo esta estrategia didáctica, el profesor imparte clases de manera regular, abordando los contenidos estadísticos establecidos en el programa de unidad de aprendizaje, los cuales constituyen el fundamento teórico y práctico contemplado en esta estrategia. A continuación, se detalla de manera general las acciones realizadas en los cuatro momentos:

- Selección del hábito personal: En las primeras semanas del curso, el docente proporciona un listado de hábitos personales entre los cuales los estudiantes deben elegir uno para registrar datos diariamente durante un periodo de entre 30 y 50 días. Algunas de las opciones incluyen horas de sueño, tiempo dedicado al estudio o al ejercicio, gasto de dinero o tiempo invertido en redes sociales. Además, se ofrece la posibilidad de que el estudiante proponga otro hábito distinto si ninguno de los sugeridos resulta de su interés. Lo importante es obtener datos cuantitativos con variabilidad.
- Recolección de datos: En esta etapa se proporciona a cada estudiante un formato específico para el registro manual de los datos relacionados con el hábito personal

elegido. El formato contempla un calendario con recuadros que abarcan el periodo establecido para la estrategia y un espacio destinado a las firmas semanales del docente, quien revisará el progreso una vez por semana. Asimismo, se subraya la importancia de actuar con integridad, haciendo énfasis en la necesidad de evitar la alteración de los datos recolectados, además de registrar conscientemente cada uno de ellos.

- Análisis estadístico: Al concluir el periodo de registro, los estudiantes organizan, analizan, procesan y presentan los datos aplicando los contenidos estadísticos abordados en clase. Como parte del cierre, cada estudiante elabora una infografía para mostrar sus resultados al grupo. Esta presentación da lugar a una reflexión colectiva en torno a los resultados e interpretaciones de los datos, las dificultades encontradas durante el registro, así como a los sentimientos y actitudes surgidos en el proceso. Posteriormente, se realiza una comparación entre los datos individuales y los de otros compañeros que eligieron el mismo hábito, lo cual permite identificar similitudes y diferencias, además de propiciar una discusión enriquecedora basada en las experiencias compartidas.

Finalmente, los estudiantes realizan una búsqueda de estadísticas y artículos científicos relacionados con su hábito personal. El propósito es identificar recomendaciones, causas o consecuencias asociadas al hábito elegido y contrastarlas con los propios resultados, para su evaluación y concientización.

- Reflexión-acción: Con base en el análisis estadístico previo, cada estudiante diseña un plan de acción para mejorar su hábito personal, expresando los resultados que espera alcanzar. Este plan se acompaña de una carta compromiso y de una reflexión en la que evalúa la utilidad de la estadística en su vida diaria y determina su nivel de adquisición de cada una de las habilidades estadísticas.

En resumen, con esta estrategia didáctica incorporada en la clase de Estadística Descriptiva, se busca que los estudiantes desarrollen estas tres habilidades estadísticas (AE, RE y PE). Fortalecerlas durante la etapa escolar permitirá que, en el futuro, los estudiantes estén mejor preparados para entender, interpretar, representar, aplicar y cuestionar información basada en datos estadísticos en cualquier contexto (Aguilar et al., 2021).

METODOLOGÍA E INSTRUMENTO

Esta investigación es un estudio exploratorio de enfoque mixto, ya que busca una primera aproximación al impacto de la estrategia didáctica planteada anteriormente en un grupo de estudiantes, al valorar el nivel de adquisición de las habilidades estadísticas: alfabetización estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico. Los participantes son universitarios que cursan la asignatura obligatoria de Estadística Descriptiva en el segundo semestre del tronco común de Pedagogía.

Una vez concluida la aplicación de la estrategia didáctica, se aplicó a los 19 estudiantes un instrumento a través de *Formularios de Google*. Este constaba de 23 ítems divididos entre dos secciones: la primera relacionada con las habilidades estadísticas y la segunda sobre opinión general de la estrategia didáctica. Del total de ítems, 19 fueron preguntas cerradas tipo Likert y el resto (4), preguntas abiertas. Previo a su llenado, se notificó al alumnado el objetivo del formulario y que los resultados serían utilizados solos confines de investigación educativa y mejora de la estrategia didáctica, garantizado en todo momento la confidencialidad.

El instrumento pretendía evaluar el nivel de adquisición de las tres habilidades estadísticas (AE, RE y PE). Para cada una de ellas se diseñaron cinco ítems con la siguiente escala: 1) No lo desarrollé o fue muy superficial, 2) Lo desarrollé parcialmente o con ayuda, 3) Lo desarrollé de forma autónoma y significativa y 4) Lo desarrollé profundamente, reflexioné y puedo aplicarlo en otros contextos. Además, se solicitó calificar del 1 al 10 (siendo 10 excelente) cada componente en cuanto a su nivel de adquisición al concluir la estrategia didáctica. A continuación, se presentan los ítems tipo Likert que evalúan las habilidades estadísticas (Tabla 1).

Tabla 1. *Ítems relacionados con las habilidades estadísticas*

Habilidad	Ítem
Alfabetización estadística (AE)	<p>Me permitió organizar adecuadamente mis datos personales en tablas o gráficos. (AE_1)</p> <p>Me permitió comprender conceptos estadísticos como media, moda, mediana, etc., al analizar mis hábitos. (AE_2)</p> <p>Me permitió interpretar gráficos estadísticos con claridad a partir de la información generada por mis registros. (AE_3)</p> <p>Me permitió utilizar términos y símbolos estadísticos al describir mis resultados. (AE_4)</p> <p>Me permitió mejorar mi actitud hacia la estadística al ver su utilidad en mi vida personal. (AE_5)</p> <p>A partir de lo contestado, ¿cómo calificas tu nivel de adquisición de una alfabetización estadística al concluir la estrategia didáctica? (donde 10 es excelente) (AE_6)</p>
Razonamiento estadístico (RE)	<p>Me permitió explicar claramente el proceso que seguí para recopilar y organizar mis datos. (RE_1)</p> <p>Me permitió interpretar patrones o tendencias en mis hábitos a partir de los datos. (RE_2)</p> <p>Me permitió justificar mis conclusiones con base en el análisis de mis datos. (RE_3)</p> <p>Me permitió detectar errores o inconsistencias al comparar distintos momentos de mi registro. (RE_4)</p> <p>Me permitió reflexionar sobre cómo los datos pueden dar sentido a situaciones personales. (RE_5)</p> <p>A partir de lo contestado, ¿cómo calificas tu nivel de adquisición del razonamiento estadístico al concluir la estrategia didáctica? (donde 10 es excelente) (RE_6)</p>
Pensamiento estadístico (PE)	<p>Me permitió comprender las etapas del proceso de investigación estadística (recopilar, organizar, describir, presentar e inferir) (PE_1)</p> <p>Me permitió darme cuenta de la importancia de recolectar datos confiables y consistentes. (PE_2)</p> <p>Me permitió reconocer la variabilidad en mis hábitos y entender cómo representarla estadísticamente. (PE_3)</p> <p>Me permitió explicar por qué es necesario utilizar datos para comprender conductas personales. (PE_4)</p> <p>Me permitió identificar cómo podría usar esta metodología para analizar otros aspectos de mi vida o entorno. (PE_5)</p> <p>A partir de lo contestado, ¿cómo calificas tu nivel de adquisición del pensamiento estadístico al concluir la estrategia didáctica? (donde 10 es excelente) (PE_6)</p>
Mejoramiento de las tres habilidades	¿Consideras que esta estrategia didáctica permitió mejorar tu alfabetización estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico?

Es importante señalar que el instrumento fue creado a partir de las definiciones y elementos relacionados con cada una de las tres habilidades estadísticas. Finalmente, en cuanto a los ítems de preguntas abiertas (4), se preguntó: ¿qué aprendiste de ti mismo a

través de esta estrategia didáctica?, ¿qué complicaciones tuviste al realizar la estrategia didáctica?, ¿qué mejorarías de esta estrategia didáctica? y comentarios adicionales.

Confiabilidad y análisis estadístico del instrumento

En este apartado se describen las dos pruebas de confiabilidad utilizadas en la investigación (Coeficiente de Alfa de Cronbach y Correlación ítem-total corregida), así como los resultados obtenidos de cada habilidad e ítem. Estos procedimientos permitieron evaluar la consistencia interna del instrumento y examinar la relación que existe cada ítem individual y el total de la escala, visualizando su contribución a la medición general. Finalmente, se presenta un análisis estadístico de cada ítem: media aritmética, desviación estándar y valores máximos y mínimos. Estos indicadores muestran las características estadísticas del instrumento de la primera sección del instrumento. Para ello, se utilizó el software *Statistical Packge for the Social Sciences* (SPSS 24) (Tabla 2).

Tabla 2. Características estadísticas de la primera sección del instrumento

Ítem	Promedio	Desv. Est.	Min	Max	r-ITC	Alfa de Cronbach
AE_1	3.16	0.83	1	4	0.57	0.70
AE_2	3.11	0.74	1	4	0.27	
AE_3	3.11	0.66	2	4	0.43	
AE_4	2.89	0.74	2	4	0.74	
AE_5	3.47	0.70	2	4	0.54	
AE_6	7.37	1.26	5	9	N/A	N/A
RE_1	3.21	0.63	2	4	0.73	0.82
RE_2	3.32	0.58	2	4	0.58	
RE_3	3.16	0.69	2	4	0.67	
RE_4	3.26	0.73	2	4	0.42	
RE_5	3.42	0.61	2	4	0.70	
RE_6	7.84	1.21	5	10	N/A	N/A
PE_1	3.37	0.68	2	4	0.84	0.90
PE_2	3.58	0.61	2	4	0.71	
PE_3	3.26	0.73	2	4	0.73	
PE_4	3.37	0.60	2	4	0.69	
PE_5	3.47	0.61	2	4	0.85	
PE_6	8.11	1.41	5	10	N/A	N/A
Global del instrumento						0.92

Con respecto a cada habilidad estadística, se observar que la AE tiene un coeficiente de Alfa de Cronbach de 0.70, lo cual indica una consistencia *aceptable*; el RE obtuvo 0.82, lo que refleja un nivel *bueno* de consistencia; y el PE alcanzó 0.90, mostrando una consistencia interna *excelente*. De manera general, los 15 ítems que evalúan las habilidades estadísticas de este instrumento presentan un valor de 0.92 en el coeficiente de Alfa de Cronbach, por lo que evidencian una consistencia *excelente* entre las tres habilidades estadísticas.

En cuanto a la correlación ítem-total corregida, de los 15 ítems, el 80% (12) tiene un valor superior a 0.50, lo que indica una *muy buena* discriminación; el 16.67% (2) se ubica entre 0.30 y 0.49, considerado *buenas* discriminación; y finalmente, el 8.33% (1) obtuvo un valor entre 0.20 y 0.29, lo que representa un nivel *aceptable* pero susceptible de mejora (AE_2). Este último ítem es candidato a revisar en cuanto a su claridad, pertinencia y posible reformulación.

A partir de estos resultados, se concluye que el instrumento muestra alta confiabilidad interna y buena discriminación ítem por ítem. Es, por tanto, una herramienta válida y confiable para evaluar competencias estadísticas en contextos educativos, con potencial de mejorar en algunos ítems puntuales.

RESULTADOS

Habilidades estadísticas

En esta sección se muestran los resultados obtenidos del instrumento aplicado a los 19 estudiantes que realizaron la estrategia didáctica. Estos se presentan en el orden de aparición del instrumento diseñado. La primera habilidad estadística a analizar es la AE, tomando en cuenta la escala Likert antes mencionada (Tabla 3).

Tabla 3. *Frecuencia y porcentaje de ítems de AE*

Ítem	Alfabetización estadística. La estrategia didáctica...			
	1	2	3	4
Me permitió organizar adecuadamente mis datos personales en tablas o gráficos	1(5.26%)	2(10.53%)	9(47.36%)	7(36.84%)
Me permitió comprender conceptos estadísticos como media, moda, mediana, etc., al analizar mis hábitos.	1(5.26%)	1(5.26%)	12(63.16%)	5(26.32%)
Me permitió interpretar gráficos estadísticos con claridad a partir de la información generada por mis registros.	0	3(15.79%)	11(57.89%)	5(26.32%)
Me permitió utilizar términos y símbolos estadísticos al describir mis resultados.	0	6(31.52%)	9(47.36%)	4(21.05%)
Me permitió mejorar mi actitud hacia la estadística al ver su utilidad en mi vida personal.	0	2(10.53%)	6(31.52%)	11(57.89%)

En cuatro de los cinco los ítems correspondientes a la AE, la mayoría de los estudiantes expresó haber desarrollado esta habilidad de forma autónoma y significativa. Uno de los puntos a resaltar de esta estrategia didáctica es que en poco más de la mitad de los estudiantes (57.89%) se observó un cambio de actitud hacia la estadística, al reconocer su utilidad en aspectos de la vida personal y no solo en el ámbito académico. En todos los ítems, gran parte del grupo se ubicó entre los niveles 3 y 4 de la escala Likert. También se identificó que la competencia para utilizar términos y símbolos estadísticos al describir sus propios resultados fue la que presentó mayores dificultades, ya que por lo menos una tercera parte del grupo requiere adicional para su fortalecimiento.

La segunda habilidad estadística a analizar es el RE, tomando en cuenta la escala Likert antes mencionada (Tabla 4).

Tabla 4. *Frecuencia y porcentaje de ítems de RE*

Ítem	Razonamiento estadístico. La estrategia didáctica...			
	1	2	3	4
Me permitió explicar claramente el proceso que seguí para recopilar y organizar mis datos.	0	2(10.5%)	11(57.9%)	6(31.60%)
Me permitió interpretar patrones o tendencias en mis hábitos a partir de los datos.	0	1(5.3%)	11(57.9%)	7(36.8%)
Me permitió justificar mis conclusiones con base en el análisis de mis datos.	0	3(15.8%)	10(52.6%)	6(31.60%)
Me permitió detectar errores o inconsistencias al comparar distintos momentos de mi registro.	0	3(15.8%)	8(42.1%)	8(42.1%)
Me permitió reflexionar sobre cómo los datos pueden dar sentido a situaciones personales.	0	1(5.3%)	9(47.4%)	9(47.4%)

En los tres primeros ítems de los cinco, la mayoría de los estudiantes manifestó haber desarrollado la habilidad de forma autónoma y significativa. Las competencias para detectar errores en sus registros, así como reflexionar sobre el sentido que tienen los datos, fueron desarrollados entre el 84% y 94% de los participantes de manera autónoma y significativa, e incluso profundamente, con posibilidad de aplicación en otros contextos. En esta habilidad estadística, ningún estudiante reportó un desarrollo nulo o muy superficial. Para la mayoría, la estrategia permitió observar patrones y tendencias en sus propios hábitos personales, así como explicar adecuadamente su proceso de recolección y organización de los datos.

Finalmente, la tercera habilidad estadística a analizar es el PE, tomando en cuenta la escala Likert mencionada en párrafos anteriores (Tabla 5).

Tabla 5. Frecuencia y porcentaje de ítems de PE

Ítem	Pensamiento estadístico. La estrategia didáctica...			
	1	2	3	4
Me permitió comprender las etapas del proceso de investigación estadística (recopilar, organizar, describir, presentar e inferir)	0	2(10.5%)	8(42.1%)	9(47.4%)
Me permitió darme cuenta de la importancia de recolectar datos confiables y consistentes.	0	1(5.3%)	6(31.6%)	12(63.2%)
Me permitió reconocer la variabilidad en mis hábitos y entender cómo representarla estadísticamente.	0	3(15.8%)	8(42.1%)	8(42.1%)
Me permitió explicar por qué es necesario utilizar datos para comprender conductas personales.	0	1(5.3%)	10(52.6%)	8(42.1%)
Me permitió identificar cómo podría usar esta metodología para analizar otros aspectos de mi vida o entorno.	0	1(5.3%)	8(42.1%)	10(52.6%)

Con respecto a esta habilidad, se puede expresar que en cuatro de los cinco ítems la mayoría de los estudiantes alcanzó un desarrollo profundo y con capacidad de aplicación en otros contextos. Ningún estudiante se ubicó en la escala de no desarrollo o desarrollo muy superficial. La competencia menos adquirida fue el reconocimiento de la variabilidad y su representación estadística, mientras que la más desarrollada fue la valoración de la recolección de datos confiables y consistentes.

Opiniones sobre la estrategia didáctica

El instrumento, también incluía una sección sobre la percepción de la estrategia didáctica. La primera pregunta fue: “*¿Qué aprendiste de ti mismo a través de esta estrategia didáctica?*”. La mayoría de las respuestas destacaron la conciencia y mejora de hábitos personales, como: “*Me di cuenta que duermo muy poco en la noche*” y “*Aprendí que debo regular mi uso en las redes sociales y no meterme a ellas si sé que serán una gran distracción*”. Otros comentarios se enfocaron en el desarrollo de habilidades estadísticas, entre los cuales se encuentran: “*Aprendí que no soy mala en estadística, aunque a veces confundo los números*”, “*A que a veces puedo ser buena en matemáticas*” y “*Puedo ser capaz de analizar, comprender y realizar las medidas estadísticas*”. También se mencionaron aspectos relacionados con el autoconocimiento, la organización, el seguimiento, la responsabilidad y el uso de herramientas estadísticas.

La segunda pregunta fue: “*A partir de los resultados obtenidos sobre tu hábito personal, ¿a qué te comprometes y qué acciones de mejora realizarás?*”. Todos los estudiantes reflexionaron sobre sus hábitos personales y plantearon acciones de mejora a corto y

mediano plazo en áreas como administración financiera, sueño y descanso, uso de redes sociales y actividad física. Ejemplos: “*Establecer un mejor horario de sueño y cuidarme a mí misma, tal vez en el futuro analizar más datos personales*” y “*Me comprometo a no seguir demasiado tiempo en redes sociales ya que me puede perjudicar muchas cosas incluyendo mi educación y reemplazarlo por leer, estudiar y hacer tareas*”.

La siguiente pregunta fue: “*¿Qué complicaciones tuviste al realizar esta estrategia didáctica?*”. La mayoría señaló dificultades con el manejo de datos y cálculos, siendo las medidas de dispersión las más complejas. Otros problemas fueron la inconsistencia en el registro de datos diarios (a veces se olvidaba registrar) y fallas en instrumentos de medición (cronómetros, marcapasos, etc.). Finalmente, se reportaron dificultades con la elaboración de gráficas en Excel y su interpretación.

La cuarta pregunta fue: “*¿Qué mejorarías de esta estrategia didáctica?*”. La mayoría de los alumnos propuso mejorar la recolección, constancia y organización de los datos, pues reconocieron que esta etapa es sumamente importante para un buen análisis estadístico. También sugirieron que el docente diseñara un cronograma general de la estrategia y realizará una prueba piloto que les permitiera practica previamente la toma de datos.

La penúltima pregunta fue: “*¿Consideras que esta estrategia didáctica permitió mejorar tu alfabetización estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico?*”. El 84.2% (16) estuvo de acuerdo o totalmente de acuerdo, lo que indica una percepción positiva respecto a la contribución de la estrategia a su desarrollo estadístico. Un 10.5% (2) mantuvo su postura neutral, lo que puede reflejar dudas o falta de claridad en los logros alcanzados. Finalmente, el 5.3% (1) manifestó estar totalmente en desacuerdo, lo cual sugiere la necesidad de ajustes o apoyos más personalizados en algunos casos.

CONCLUSIONES

La mayoría de los estudiantes reportó avances en las tres habilidades estadísticas; sin embargo, el pensamiento estadístico fue el mejor puntuado, seguido del razonamiento estadístico y, con menor puntaje, la alfabetización estadística. El resultado obtenido en este estudio es similar a lo reportado por Del Callejo et al. (2020), quienes identificaron que la AE fue la competencia menos desarrollada por sus estudiantes (20%), en comparación con el RE (32.5%) y el PE (40%).

Con la implementación de esta estrategia didáctica, un 89.41% (17) mejoró su actitud hacia la estadística al reconocer su utilidad en aspectos de la vida personal; el 94.8% (18) reflexionó sobre cómo los datos pueden dar sentido a situaciones personales, y el mismo porcentaje señaló que la estrategia les permitió comprender la importancia de recolectar datos confiables y consistentes para el desarrollo de la estadística.

En cuanto a la AE, los hallazgos muestran que, si bien la estrategia didáctica promovió una actitud positiva hacia la estadística en un sector importante del estudiantado, persisten áreas de mejora vinculadas con el uso del lenguaje y la simbología propia de la disciplina. Adquirir esta competencia requiere de tiempo, exposición prolongada y un proceso progresivo que también involucra actitudes, creencias y motivaciones (Gal, 2002; Garfield, 2002 y delMas, 2002). Por lo tanto, pocas horas en el semestre no son suficientes. Sin embargo, un profesorado con competencias estadísticas puede fomentar, al menos, un vocabulario básico entre los estudiantes mientras desarrolla la clase, así como despertar el interés hacia la estadística al mostrar su utilidad en contextos diversos.

Con respecto al RE, los resultados evidencian que se impulsó esta habilidad en la mayoría de los estudiantes, al facilitar la detección de errores, la reflexión sobre el significado de los datos y la identificación de patrones útiles en distintos contextos. No obstante, se

identificaron debilidades en la argumentación y justificación de conclusiones. Esto coincide con lo reportado por Orta y Sánchez (2018), quienes encontraron que casi una tercera parte de los estudiantes de su estudio se ubicaron en un nivel prestructural de razonamiento, es decir, no lograron presentar argumentos sólidos a partir de la información contenida en los datos, o lo hicieron mediante respuestas circulares o imprecisas. De ahí la necesidad de incluir actividades que promuevan la interpretación crítica y la comunicación efectiva de resultados dentro del aula.

En relación al PE, esta habilidad se consolidó en gran parte del grupo, particularmente en lo relativo a la valoración de la recolección confiable y consistente de datos. Sin embargo, persiste la dificultad de comprender y aplicar el concepto de variabilidad. Esta situación reafirma lo señalado por Orta y Sánchez (2018), ya que el concepto de variabilidad es resulta complejo para los estudiantes: en clase suele abordarse mediante fórmulas y números carentes de significado, mientras que la enseñanza tradicional privilegia las medidas de tendencia central y relega las de dispersión. Por ello, al implementar estrategias de este tipo, el profesorado debe enfatizar la importancia de la variabilidad como eje central del PE.

Una de las principales complicaciones expuestas por los estudiantes fue el uso de herramientas digitales como Excel para graficar y calcular. Es importante expresar que la mayoría no tenía conocimientos previos en esta herramienta, algo similar a lo encontrado en otros estudios (Alva y Rodríguez, 2022; Molotla, 2023). Además, el programa de la asignatura no establece que el docente deba capacitar al alumnado en su uso. A pesar de ello, Excel se utiliza como una herramienta estadística en el curso, lo que genera la expectativa de que los estudiantes fortalezcan tal conocimiento. Por tanto, surge la propuesta de crear un curso introductorio de Excel en un periodo intersemestral previo al segundo semestre.

En cuanto al instrumento, este alcanzó un coeficiente de Alfa de Cronbach de 0.92, lo que indica un nivel excelente de consistencia interna. Sin embargo, se detectaron tres ítems a través con valores inferiores a 0.50 en la correlación de ítem-total corregida, lo que sugiere la necesidad de revisar su redacción, pertinencia o reformulación. Para ello, sería recomendable someter el instrumento a un proceso de validación por expertos, con el fin de robustecer su contenido científico.

La estrategia didáctica implementada por un docente puede ser compartida con otros profesores de la misma asignatura para su adopción en la práctica docente, seguido de la aplicación del instrumento y análisis de resultados. A partir de ello, podrían organizarse grupos focales para mejorar la estrategia con base en la experiencia docente. Dado que el rol del profesorado es sumamente importante en el éxito de la estrategia, una limitante potencial es que quienes la apliquen no cuenten con competencias estadísticas (Hernández et al, 2013), lo que podría afectar los resultados.

Finalmente, una vez fortalecida, la estrategia y su instrumento de evaluación podrían aplicarse a una población mayor, que incluya otras carreras universitarias e incluso niveles educativos previos, con el fin de despertar el interés por la estadística y reconocer su utilidad en la vida diaria, al tiempo que se fomenta la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico.

REFERENCIAS

- Aguilar, E., Zamora, J. A. y Guillén, H. S. (2021). Alfabetización, razonamiento y pensamiento estadísticos: competencias específicas que requieren promoverse en el

- aula. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 12, e1118, 1–17. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1118
- Alsina, A., Vásquez, C., Muñiz-Rodríguez, L. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. *Épsilon-Revista de Educación Matemática*, (104), 99–128. https://thales.cica.es/epsilon_d9/sites/default/files/2023-02/epsilon104_7.pdf
- Alva, F. y Rodríguez, C. E. (2022). *Conocimiento del software Microsoft Excel en estudiantes de secundaria de la institución educativa N° 80517 de Taurija-Pataz, 2021*. [Tesis de licenciatura]. Universidad Católica de Trujillo Benedicto XVI. <https://repositorio.uct.edu.pe/server/api/core/bitstreams/b19bcf75-f548-48a1-bc67-430755409216/content>
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J. M. (2011). La enseñanza de la estadística a través de escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 24(40), 789–810. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5294>
- Ben-Zvi, D. (2011). Statistical reasoning learning environment. *EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 2(2), 1–13. <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2152>
- Ben-Zvi, D., y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3–15). Springer.
- Ben-Zvi, D., y Garfield, J. (2008). Introducing the emerging discipline of statistics education. *School Science and Mathematics*, 108(8), 355–361. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2008.tb17850.x>
- Brown, E. N., y Kass, R. E. (2009). What Is Statistics? *The American Statistician*, 63(2), 105–110. <https://doi.org/10.1198/tast.2009.0019>
- Casals, M., Daunis-i-Estadella, P., Galé, C., Goicoa, T. y Patino, C. (2025). La necesidad de un manifiesto a favor de la alfabetización estadística. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 41(1), 5–19. https://www.seio.es/wp-content/uploads/2025/41_1_BEIO_Editorial.pdf
- Chance, B. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 1–14. <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910677>
- Del Callejo-Canal, D., Canal-Martínez, M. y Hakim-Krayem, M. R. (2020). Desarrollo del pensamiento estadístico en estudiantes de nivel superior a través de una experiencia educativa. *Educación Matemática*, 32(2), 194–216. <https://doi.org/10.24844/EM3202.08>
- DelMas, R. (2002). Statistical literacy, reasoning, and learning: a commentary. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 1–11. <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910679>
- Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/ponencias/engel_esp.pdf

- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1–51. <https://iase-web.org/documents/intstatreview/02.Gal.pdf>
- Gal, I. (2004). Statistical literacy. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 47–78). Springer.
- García-García, J.I. (2021). *El contagio de los datos. La importancia de alfabetización estadística* [Conferencia]. II Simposio de Educación Matemática Virtual. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18297.34408>
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 1–12. <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910676>
- Garfield, J., delMas, R. y Chance, B. (2003). *The Web-bases ARTIST: Assessment resource tolos for improving statistical thinking*. Paper presented in the Symposium: Assessment of Statistical Reasoning to Enhance Educational Quality. https://www.causeweb.org/cause/archive/artist/articles/AERA_2003.pdf
- González-Lozano, K. L. y Aravena-Domich, M. A. (2023). Relación entre la estadística cívica y la construcción de ciudadanía. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinaria*, 7(2), 2694–2709. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i2.5518
- Hernández, S., Ruíz, B., Pinto, J.E. y Albert, J.A. (2013). Retos para la enseñanza y la formación de profesores de estadística en México. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, 20(2), 257–273. <https://www.redalyc.org/pdf/453/45328812011.pdf>
- León, N.A. (2020). Alcances de la enseñanza de la estadística a través de la investigación en la Educación Media en Venezuela. *Revista Paradigma*, 41, 657–684. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p657-684.id808>
- León, N.A. (2021). Enseñanza de la estadística con sentido y en contexto a través de la resolución de problemas. *Realidad y Reflexión*, (53), 228–253. <https://doi.org/10.5377/ryr.v53i53.10897>
- Martadiputra, B.A.P. (2010). Kajian Tentang Kemampuan Melek Statistik Statistical Literacy, Penalaran Statistik Statistical Reasoning, Dan Berpikir Statistik Statistical Thinking. *Guru SMP. Saung-Guru*, 640(83), 1–12.
- Martínez-Borrado, J.G. y Mayoral-Gutiérrez, L.A. (2025). Razonamiento estadístico, razonamiento condicional y conocimientos previos en estadística, evaluación y covariación. *Diálogos sobre Educación*, 32(16), 1–25. <https://doi.org/10.32870/dse.v0i32.1597>
- Molotla, D. (2023). *Desarrollo de habilidades digitales académicas con Excel para apoyar el aprendizaje de estadística descriptiva*. [Tesis de licenciatura]. Universidad Pedagógica Nacional. <http://rixplora.upn.mx/jspui/bitstream/RIUPN/178654/1/2958%20-%20UPN092LPEMODA2023.pdf>
- Orta, J.A. y Sánchez, E. (2018). Niveles de razonamiento sobre variación estadística de estudiantes de nivel medio superior al resolver problemas en un contexto de riesgo. *Educación Matemática*, 30(1), 47–71. <https://doi.org/10.24844/em3001.02>
- Pfannkuch, M. y Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 17-46). Springer.

- Su, C.S. y Marchant, C. (2021). Nivel de razonamiento estadístico de los estudiantes chilenos de Pedagogía en Matemática sobre pruebas de hipótesis estadísticas. *Revista Ensino de Ciencias e Matemática*, 23(6), 209–236. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5772>
- Tu, W., y Snyder, M. (2017). Developing conceptual understanding in a statistics course: Merrill's First Principles and real data at work. *Educational Technology Research and Development*, 65(3), 579–595. <https://doi.org/10.1007/s11423-016-9482-1>
- Verástegui, M. A., López-Flores, J. I. y García-García, J. I. (2024). El razonamiento estadístico en el currículo de formación inicial del profesor de matemáticas de educación secundaria en México. *Educación Matemática*, 36(3), 116–142. <https://doi.org/10.24844/EM3603.05>
- Wild, C.S. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223–265. <https://iase-web.org/documents/intstatreview/99.Wild.Pfannkuch.pdf>
- Zapata-Cardona, L. (2016). Enseñanza de la estadística desde una perspectiva crítica. *Yupana*, (10), 30–41. <https://doi.org/10.14409/yu.v0i10.7695>

Issac Aviña Camacho
Universidad Autónoma de Baja California, México
iavina@uabc.edu.mx

ENSEÑANZA DE FUNCIONES REALES EN INGENIERÍA UTILIZANDO MODELACIÓN MATEMÁTICA Y GEOGEBRA

María Bejarano-Arias, Universidad Nacional Experimental de Guayana, Puerto Ordaz,
Venezuela

José Ortiz-Buitrago, Universidad de Carabobo, Campus La Morita, Venezuela

Resumen

Se analizan los resultados de la aplicación de una propuesta formativa que incorpora la modelación matemática para la comprensión y aplicación de funciones reales, al resolver problemas de fenómenos contextualizados en el campo de la ingeniería, con apoyo del software GeoGebra. La investigación estuvo enmarcada dentro del paradigma interpretativo, bajo la modalidad de experimentos de enseñanza; ésta se centró en las producciones de los estudiantes pertenecientes a una sección de Matemática, de ingeniería de la Universidad Nacional Experimental de Guayana, Venezuela. Se encontró que, en el aprendizaje de las funciones reales y sus propiedades, mediante el modelar y el simular fenómenos, con el apoyo del GeoGebra, los estudiantes logran potenciar las competencias profesionales del futuro ingeniero, al matematizar situaciones reales y comprender los resultados matemáticos y su significado en los fenómenos estudiados.

Palabras clave: Modelación matemática; GeoGebra; funciones reales; formación de ingenieros.

Real functions in engineering using mathematical modelling and GeoGebra

Abstract

The results of the application of a formative proposal that incorporates mathematical modelling for the understanding and application of real functions are analyzed, when solving problems of contextualized phenomena in the field of engineering, with the support of GeoGebra software. The research was framed within the interpretative paradigm, under the modality of teaching experiments; it focused on the productions of students belonging to a section of Mathematics, of the engineering programs of the National Experimental University of Guayana, Venezuela. It was found that, in the learning of real functions and their properties, through modelling and simulating phenomena, with the support of GeoGebra, students manage to enhance the professional competencies of the future engineer, by mathematizing real situations and

understanding the mathematical results and their meaning in the studied phenomena.

Keywords: Mathematical modelling, GeoGebra; real functions; engineer's students.

INTRODUCCIÓN

En la presente investigación se explora la importancia que tiene la enseñanza del cálculo de manera contextualizada en la formación de ingenieros, la cual, se asume desde los conocimientos matemáticos propios de esta disciplina, las competencias de modelación matemática que se podrían potenciar y, las capacidades que se podrían desarrollar desde la matemática a partir de su intervención didáctica.

El contexto del estudio estuvo enmarcado en la Universidad Nacional Experimental de Guayana (UNEG), en los proyectos de las carreras de ingenierías que oferta, específicamente, en la asignatura Matemática I. Estos proyectos están diseñados, en función de buscar en los estudiantes habilidades y potencialidades para enfrentar situaciones problemáticas, que los lleven a plantearse escenarios de acción, para la toma de decisiones óptimas y la generación de respuestas satisfactorias a los problemas contextualizados que se planteen relacionados con su desempeño profesional. (UNEG, 2003).

En ese sentido, la formación inicial del ingeniero de la UNEG, debe promover este accionar desde la puesta en marcha de los programas curriculares en cada asignatura del plan de estudios, donde las Matemáticas, no pueden escapar de ello y ser la excepción. Tal y como lo establece el programa de la asignatura de Matemática I, de ingenierías en la UNEG (2011): “Esta unidad curricular contribuye a la formación profesional básica del Ingeniero, y le prepara para aplicar fundamentos matemáticos en la resolución de problemas que se presentan en su ejercicio profesional” (p. 1).

Con base en lo anterior es necesario desarrollar, desde la enseñanza de la matemática, competencias donde no se trabaje sólo el contenido matemático, sino se promuevan competencias generales para su formación integral como ingenieros, en su condición de resolutores de problemas, de profesionales que se plantean retos permanentes para buscar soluciones factibles y eficientes a problemas cotidianos y tecnológicos que presenta la sociedad actualmente.

Este contexto brinda las posibilidades de actuación desde la perspectiva de la modelación matemática. La aplicación de la modelación matemática, se muestra como generadora del desarrollo de capacidades para simular, estructurar modelos y hacer deducciones y construcciones lógicas, que formarán parte de la experiencia previa del ingeniero y que más tarde, se consolidarán como basamentos teóricos matemáticos más robustos que sustenten estas construcciones y deducciones y que permitan el fortalecimiento de la formación matemática del ingeniero.

La asignatura Matemática I juega un papel clave en esta formación, ya que proporciona los fundamentos matemáticos necesarios para el ejercicio de la ingeniería. Sin embargo, la enseñanza tradicional de esta materia a menudo se desvincula de las aplicaciones prácticas. Por ello, el estudio propone un enfoque didáctico que promueva la resolución de problemas contextualizados y consecuentemente el desarrollo de competencias de modelación matemática (Niss y Blum, 2020).

Según Camarena (2010), los ingenieros egresados, a la hora de resolver un problema de la industria en su actividad profesional y laboral, tienen dificultades para modelar el problema, ya que no han sido preparados para ello durante sus estudios universitarios. Por lo general, la enseñanza del cálculo en la UNEG no escapa de esta situación, se presenta de manera fragmentada, desconectada de las aplicaciones prácticas de la ingeniería y sin establecer vínculos con otras disciplinas.

Generalmente, la enseñanza que se imparte está basada sólo en los contenidos matemáticos y la metodología que abordan los textos básicos de cálculo, no proponen la resolución de problemas, sino de ejercicios. Tampoco, se promueven los diferentes sistemas de representación de los contenidos matemáticos que se abordan, ni mucho menos existe evidencia alguna en la cual se incorpore problemas que tengan que ver con el contexto de nuestra cultura regional o quizás nacional (Bejarano, 2008).

En consecuencia, esta situación limita la comprensión de definiciones esenciales del cálculo en los estudiantes y dificulta su aplicación en la resolución de problemas reales. Por ello, es necesario replantear la metodología de enseñanza de la matemática en los proyectos de carrera de las ingenierías, incorporando el uso de estrategias que presenten la resolución de problemas contextualizados y que permitan a los aprendices apreciar la utilidad del cálculo en su futura profesión. En virtud de ello, se asumió la siguiente premisa en esta investigación: no se puede seguir descontextualizando la enseñanza de la matemática, restándole importancia a su uso práctico.

Por otro lado, se suma a la problemática anterior los siguientes cuatro aspectos: 1) El alto índice de repetición de curso, en la asignatura Matemática I; 2) Las dificultades de tipo cognitivas y epistemológicas que presentan los estudiantes sobre la definición de función real; 3) Las demandas del currículo; 4) La necesidad que impera en desarrollar una cultura matemática en los estudiantes adaptada a los nuevos tiempos tecnológicos y globalizados.

Consecuentemente, este estudio propone la modelación matemática, en los dos sentidos que ha planteado Mendible y Ortiz (2007): de la realidad hacia el modelo y viceversa, para abordar situaciones problemas que coadyuven a propiciar, tanto el desarrollo de capacidades matemáticas, de competencias de modelación matemática y sobre todo, de las competencias que requiere el ingeniero, quien está obligado a dar respuestas cónsonas, en función de las necesidades que demande la sociedad en el tiempo, en los diferentes campos de acción; llámese Universidad, sector industrial, comercial u otros (Niss y Blum, 2020).

Aunque Mendible y Ortiz (2007) resaltan los beneficios de la modelación matemática, especialmente su potencial para abordar problemas desde múltiples perspectivas y no limitarse a una única solución, su implementación práctica enfrenta desafíos considerables, como lo advierte López (2012). En el caso específico de la Universidad Nacional Experimental de Guayana (UNEG), la escasez de recursos y la insuficiente formación docente en esta área dificultan tanto la integración de tecnologías, como el desarrollo de entornos de aprendizaje que favorezcan la modelación matemática.

En el contexto UNEG, la mayoría de los docentes que enseñan matemática en los cursos básicos, no aprovechan el potencial adosado en los medios tecnológicos por carecer de su disposición institucional en las aulas de clases; por ejemplo, algún medio digital educativo de fácil acceso en los laboratorios de computación, llámese, tabletas, libros digitales, programas de diseño, robótica, pizarras digitales interactivas, realidad virtual, plataformas de aprendizaje en línea, juegos, simulaciones y tutoriales, entre otros.

En virtud de lo expuesto, este estudio se orientó a superar algunas de las dificultades identificadas en la enseñanza de las funciones reales, consideradas un contenido fundamental en el currículo de ingeniería. Los organizadores curriculares propuestos por Rico y Moreno (2016): la modelación matemática, el uso de software dinámico y la resolución de problemas contextualizados mediante experimentos de enseñanza, han guiado el diseño de la propuesta didáctica desarrollada. Esta propuesta está enmarcada en la formación inicial del ingeniero, con el objetivo de favorecer su capacitación profesional

y la integración de la matemática en contextos reales, promoviendo así el desarrollo de competencias de modelación matemática esenciales para su desempeño profesional.

Aunado a lo anterior, la incorporación de la modelación, ha intentado que los estudiantes se apropien de un lenguaje técnico formal, al usar varios sistemas de representación, que les permita como futuros ingenieros, desarrollar capacidades para representar y analizar información de manera efectiva; y de este modo, potenciar competencias de comunicación con sus pares de manera clara y precisa, hacer cálculos con seguridad, manejar instrumentos de medida, de cálculo y representaciones gráficas para comprender el mundo en que viven.

En concreto, este trabajo de investigación se centra en la enseñanza del cálculo, para futuros profesionales de la ingeniería, específicamente, en la unidad de funciones de variable real, contemplada en la asignatura Matemática I, de los programas de carreras de ingenierías de la Universidad Nacional Experimental de Guayana (UNEG, 2011); profundizando en el estudio de fenómenos del mundo real del ingeniero, representados desde relaciones funcionales y simulando el comportamiento de fenómenos.

Grosso modo, se trabajó el contenido matemático sobre ciertas funciones reales (Polinómicas, Exponenciales, Logarítmicas, Trigonométricas, entre otras) que contiene el programa de Matemáticas I de los proyectos de carreras de ingeniería: ingeniería industrial, ingeniería en producción animal, ingeniería forestal e ingeniería en informática.

Aquí, se ha estructurado el contenido de funciones reales en tres ámbitos en simultáneo: desde la matemática (Ámbito Curricular), su enseñanza (Ámbito Educativo) y la investigación en Didáctica (Ámbito Investigativo).

En este sentido, confluyen los tres ámbitos en el siguiente propósito: el estudio pretende resaltar la necesidad de usar el conocimiento matemático (Ámbito Curricular) en la enseñanza de funciones, mediante la modelación matemática y uso de las tecnologías (Ámbito Educativo), como instrumentos de acción, formativo, gestor de cambio y de contextualización en el campo de la ingeniería y en otras áreas del saber (Ámbito Investigativo).

El objetivo general de esta investigación consiste en analizar la implementación de una propuesta didáctica, basada en la triada modelación matemática, software de matemática dinámica (GeoGebra) y funciones reales en la formación matemática de futuros ingenieros.

En concreto, se ha diseñado una propuesta didáctica enfocada en la Didáctica de la Matemática en Contexto, valorada desde un análisis evaluativo de los productos de las tareas de modelación matemática entregadas y expuestas por los estudiantes, donde la instrucción se ha orientado bajo los experimentos de diseño o de enseñanza y con la observación participante de un grupo de docentes del área de matemática de la UNEG,

En la propuesta planteada, la incorporación del uso de las tecnologías, provino de las exigencias sociales, formativas y de actualización permanente de recrear realidades matemáticas en el contexto de la ingeniería de manera funcional y factible, por lo cual se planteó el modelado y el simulado de fenómenos asociados al mundo de la ingeniería. En virtud de ello, fue necesario el uso del computador, particularmente, se eligió el software libre GeoGebra de fácil manejo, en función del compromiso de los egresados universitarios con alguno de los propósitos fundamentales como futuros profesionales en su desempeño. Tales como, por ejemplo, propósitos relacionados con: la planificación, el diseño, la evaluación de proyectos, sistemas, o cualquier propuesta genuina en respuesta

de una situación problema, siempre planteada con mucha sensibilidad social y en concordancia con su perfil curricular.

Se integran los componentes descritos por Rendón-Mesa, Castrillón-Yepes y Villa-Ochoa (2024), es decir, la contextualización, la problematización, la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas, con miras al desarrollo de capacidades, la apropiación efectiva de conceptos matemáticos a través de la práctica de la modelación, y la promoción del pensamiento crítico en la búsqueda de alcanzar alguna integración interdisciplinaria en el currículo del ingeniero.

A su vez, se toma la concepción de competencia matemática definida por Niss & Blum, (2020), quienes la definen de un modo más general, como la capacidad y disposición que tiene una persona para actuar de forma adecuada y basada en su conocimiento, en situaciones y contextos que implican desafíos matemáticos reales o potenciales de cualquier tipo.

En este trabajo, la transversalidad de la formación matemática del futuro ingeniero usando modelación matemática, prevaleció a lo largo del desarrollo de esta investigación. En ese sentido, Niss y Blum (2020), afirman que la inclusión de actividades de modelación y aplicaciones en la enseñanza de las matemáticas puede adoptar la integración interdisciplinaria. En este estudio, se intentó desde la matemática contextualizada, mediante la resolución de problemas, integrar contenidos correspondientes a varias disciplinas que conforman el currículo de ingeniería en la UNEG. Entre estas disciplinas estuvieron: la química, la física y las ciencias de los materiales.

Por otra parte, las ideas de Rico, Lupiáñez y Molina (2013) aportaron herramientas esenciales para el análisis didáctico en esta investigación, permitiendo una planificación y diseño más preciso de las tareas de modelación matemática. Su enfoque fue crucial para evaluar el impacto de la propuesta didáctica implementada en este estudio.

METODOLOGÍA

La investigación fue de diseño, bajo un enfoque de naturaleza cualitativa. Se entendió la investigación de diseño tal y como la definen (Molina, Castro, Molina y Castro, 2011), aquella que consiste en: “Analizar el aprendizaje en contexto mediante el diseño y estudio sistemático de formas particulares de aprendizaje, estrategias y herramientas de enseñanza, de una forma sensible a la naturaleza sistémica del aprendizaje, la enseñanza y la evaluación” (p. 76). A su vez, se implementaron en este estudio los experimentos de diseño. Para ello, se asumieron las ideas de Confrey (2006), quien define los estudios de diseño como “amplias investigaciones de interacciones educativas, que contemplan el uso de un conjunto de tareas, cuidadosamente secuenciadas que estudian cómo algunas competencias son aprendidas mediante la interacción entre los alumnos, bajo una guía de instrucción” (p 3). Asimismo, se consideró la investigación como de campo con carácter interpretativo, descriptivo y evaluativo, ya que se interpretó, describió y evaluó el impacto de la propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones reales de variable real en la formación matemática del futuro ingeniero.

En ese sentido, el diseño realizado se revisó constantemente basado en la experiencia, buscando la minimización o ausencia de errores. Estas acciones se ejecutaron en aplicaciones consecutivas de los diseños, durante los años 2017 y 2018. En concreto, en esta investigación se ha diseñado e implementado una propuesta formativa particular para la enseñanza de las funciones reales para los futuros profesionales de la ingeniería; donde se ha ejecutado un refinamiento progresivo del diseño inicial y se ha intentado, durante

cada sesión sucesiva, mejorar en la propuesta didáctica, los posibles errores y dificultades que existieron en estas prácticas educativas.

En el diseño implementado se observó el desarrollo de capacidades que potenciaron ciertas competencias de modelación matemática durante la enseñanza de las funciones reales. A su vez, se analizó el uso del software GeoGebra en un lapso del desarrollo de cursos de Matemática I, durante dos períodos académicos, siguiendo guías de instrucción. Todo ello se evaluó y redefinió mediante el estudio y análisis de las producciones de los alumnos, incluyendo la presentación del trabajo final y su discusión grupal, las cuales se filmaron durante las dos aplicaciones de la propuesta didáctica que se ejecutó, en varias sesiones de clases. Todas estas actividades se realizaron siguiendo el esquema planteado por Molina et. al. (2011), en relación con la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. Asimismo, los experimentos de enseñanza se desarrollaron en las fases de: preparación, experimentación y análisis retrospectivo de los datos (Valverde, 2014).

Por otra parte, se identificaron a lo largo del estudio las posibles dificultades epistemológicas y cognitivas y los errores que presentaron los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas contextualizados, la comprensión de fenómenos y el uso de los sistemas de representación en GeoGebra, con un nivel analítico desde una aproximación hermenéutica, mediante un diseño de abducción, donde el conocimiento que se conformó no tan sólo se basó en las verdades científicas, sino en la propia praxis del alumno, lo que generó un proceso creativo de interpretación, análisis e intervención de las prácticas educativas.

De aquí, la importancia de considerar el uso de los experimentos de enseñanza para establecer el ciclo interacción-reflexión de los docentes investigadores, quien estuvieron acompañados de un grupo de especialistas que nutrieron el análisis e intervención continua de las secciones de clases, planeando y modificando las subsiguientes intervenciones de enseñanza.

El estudio comprendió dos (2) lapsos de experimentación, donde se aplicó la propuesta didáctica a dos grupos de análisis, durante dos períodos académicos consecutivos: curso intensivo 2017 y un semestre regular en el 2018. Cada grupo estuvo conformado por todos los estudiantes que conformaron una sección de la asignatura Matemática I, pertenecientes a los diferentes proyectos de ingenierías que oferta la UNEG actualmente.

Específicamente, el primer grupo estuvo conformado por 15 estudiantes que confluyeron en un curso de Matemática I, en la sede Ciudad Universitaria de la UNEG, ubicada en Puerto Ordaz, estado Bolívar; sin embargo, correspondían a los proyectos de carreras de: ingeniería en informática, ingeniería forestal e ingeniería en producción animal para el período intensivo correspondiente al semestre III-2017. Es importante acotar que la conformación de esta sección fue atípica, ya que, en semestres regulares, cada proyecto de carrera conforma por separado su curso de Matemática I, preestablecido en cada proyecto de formación académica de esta universidad.

El segundo grupo estuvo conformado por 13 estudiantes pertenecientes al proyecto de carrera de ingeniería en informática, correspondiente a un curso regular de Matemática I, durante el período académico IV-2018.

Sin embargo, las unidades de análisis estuvieron constituidas por 25 producciones de los estudiantes, producto de resolver sus tareas de modelación durante las dos aplicaciones didácticas que se dieron. Estas 25 producciones consistieron en 20 exposiciones observadas, cuando los estudiantes presentaron la resolución de sus tareas de modelación

sobre los problemas contextualizados planteados y 5 tareas analizadas, producto de los trabajos entregados en físico por los estudiantes. En síntesis, las unidades de análisis fueron 25 producciones desarrolladas por 28 estudiantes en total, que cursaron la asignatura Matemática I en la UNEG, ubicada en la avenida Atlántico de la ciudad de Puerto Ordaz.

En cuanto a los niveles de logro de las competencias de modelación, los niveles consistieron en: Nivel Interpretativo, Nivel Argumentativo y Nivel Propositivo.

Nivel Interpretativo: Las competencias en este nivel implicaron el dar sentido al enunciado del problema, esto pasó por comprender la información inicial en cualquiera de los sistemas de representación.

Nivel Argumentativo: En el ámbito de la argumentación, las competencias abarcaron la habilidad para ofrecer explicaciones y construir argumentos que sustentaran las afirmaciones o las soluciones propuestas a los problemas.

Nivel Propositivo: Las competencias a nivel propositivo abarcaron las capacidades de producción y creación de respuestas concretas a las problemáticas planteadas, mediante las relaciones funcionales construidas.

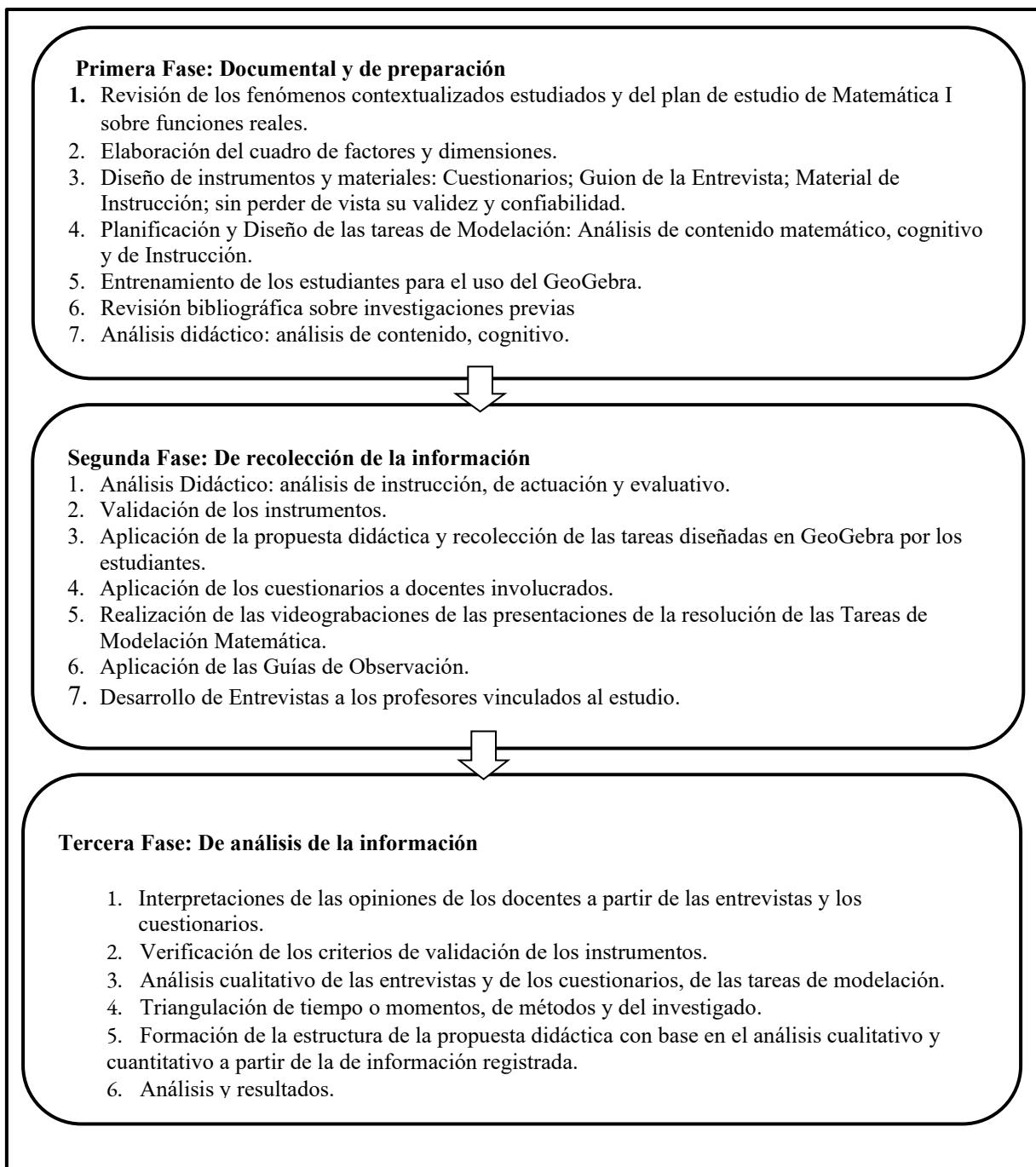
Procedimiento general

El procedimiento general se desarrolló en tres (3) etapas, tal como se muestra en la figura 1: a) Documental y de preparación, b) De recolección de la información y c) De análisis e interpretación de resultados y conclusiones.

La primera etapa del estudio se circunscribió a la consulta de los profesores en la UNEG que habían dictado la asignatura de Matemática I, en cuanto al uso e implementación de la modelación matemática como estrategia didáctica en su contexto de trabajo; a su vez, se indagó la existencia de investigaciones previas en esta materia, encontrando que no existía alguna en el contexto UNEG. Por otro lado, se hizo análisis de contenido, cognitivo y de instrucción para generar el diseño del material instruccional con que se trabajó, se exploró y describió el contexto del estudio (tanto las aulas de clases como el laboratorio de computación), se preparó el escenario de acción para activar la propuesta lo que implicó la preparación de los estudiantes en el manejo del GeoGebra.

La segunda etapa comprendió la planificación y la elaboración y validación de los instrumentos utilizados, el estudio de los fenómenos que se estudiaron y el diseño de la propuesta didáctica. Se trabajó con diferentes registros de representación, para lo cual se aplicaron talleres o sesiones de trabajo práctico en el laboratorio de computación usando GeoGebra. La tercera etapa comprendió la implementación de la propuesta didáctica, su evaluación e interpretación, análisis y conclusiones del producto de las tareas de modelación y de los instrumentos aplicados, resultados, validación de resultados y triangulación de la información; además del extenso análisis didáctico que se hizo del desarrollo de la propuesta formativa implementada.

Figura 1. Procedimiento General de la Investigación



Técnicas e instrumentos

Las técnicas desarrolladas en esta investigación fueron, la encuesta, la observación y la entrevista, mediante los siguientes instrumentos de recolección de la información: cuestionarios semiestructurados, guiones de observación y guiones de entrevistas.

Cuestionarios semiestructurados

Para conocer las opiniones de los profesores vinculados al estudio, quienes constituyeron el grupo de especialistas que acompañaron la investigación como observadores. Su validez se realizó a partir de 9 expertos, mediante la validación de contenido y su validación de constructo.

Guion de observación

Para registrar las capacidades y/o competencias de modelación matemática desarrolladas por los estudiantes y determinar los niveles de competencias de modelación matemáticas alcanzados integrando el uso de GeoGebra. Los profesores de matemática involucrados en este estudio, fueron quienes identificaron las competencias de modelación matemática y las capacidades desarrolladas por los estudiantes durante la presentación de sus trabajos, mediante la guía de observación dispuesta para ellos.

Guion de entrevistas

Instrumento aplicado a algunos profesores que habían dictado la asignatura Matemática I en los proyectos de carrera de ingeniería en la UNEG, para estudiar los aportes a la formación matemática de futuros ingenieros que brindó la metodología de acción implementada, la cual consistió en integrar en la enseñanza de funciones reales, la modelización matemática y uso del software GeoGebra.

Técnicas de procesamiento y análisis de la información

El producto de las tareas de modelación, se ha sometido a técnicas de análisis cuantitativas y cualitativas, que han generado los resultados en esta investigación. Así mismo, por tratarse de un estudio interpretativo y descriptivo, se hizo necesario el uso de la técnica de análisis de contenido, ya que “ofrece la posibilidad de investigar sobre la naturaleza del discurso” (Porta y Silva, 2003. p 8). Estos análisis se realizaron desde las producciones escritas que entregaron los estudiantes, tanto en papel como on-line.

Desde el discurso que manejaron los estudiantes en sus exposiciones del trabajo realizado en grupo y con el manejo del GeoGebra en vivo, se identificaron y describieron las capacidades matemáticas y competencias de modelación matemática que éstos lograron a la hora de presentar la resolución de sus tareas y los diferentes pensamientos que abarcaron desde los sistemas de representación que usaron; así como también el tipo de modelación que desarrollaron. Todo lo anterior, mostró evidencia de la evolución alcanzada en cuanto a los niveles de modelación y el conocimiento sobre función adquirido y para ello, se realizó un análisis de instrucción y un análisis de evaluación.

En virtud a esto, las capacidades desarrolladas, las competencias de modelación potenciadas, los niveles de competencia logrados y el conocimiento matemático adquirido se reconocieron y se legitimaron a partir de los análisis realizados por el grupo de docentes, quienes fueron observadores y evaluadores de todo el trabajo investigativo que se realizó. Las opiniones de estos especialistas fueron prácticamente consensuadas.

Por otra parte, para analizar las tareas de modelación matemática en GeoGebra, los profesores involucrados conjuntamente con los investigadores, realizaron análisis del trabajo virtual entregado. Este análisis se estructuró en: un análisis de contenido, un análisis cognitivo y uno de evaluación; donde se diagnosticaron los contenidos matemáticos abordados, los conocimientos adquiridos, las capacidades y competencias desarrolladas, las dificultades y errores presentados, las falencias que poseían los estudiantes y la evolución seguida a lo largo de cada implementación de la propuesta didáctica, en cuanto a los niveles de competencia de modelación matemática. Los niveles de competencia de modelación matemática fueron estructurados, una vez concluido el análisis didáctico realizado por los investigadores.

Se utilizó como técnica de análisis de datos, la triangulación, definida por Bisquerra, (1989). Esta técnica ha de lograrse desde el contraste de la información de todas las

producciones entregadas por los participantes; estas producciones fueron las tareas resueltas a mano desde la guía de instrucción que se entregaron para cada sesión de clases, como aquellas que se originaron con el uso del GeoGebra y los trabajos que se entregaron en físico. Los resultados surgieron producto del análisis de estos registros, los cuales fueron confirmados al triangular la información que arrojaron las exposiciones de los productos obtenidos en repuestas a las tareas propuestas.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

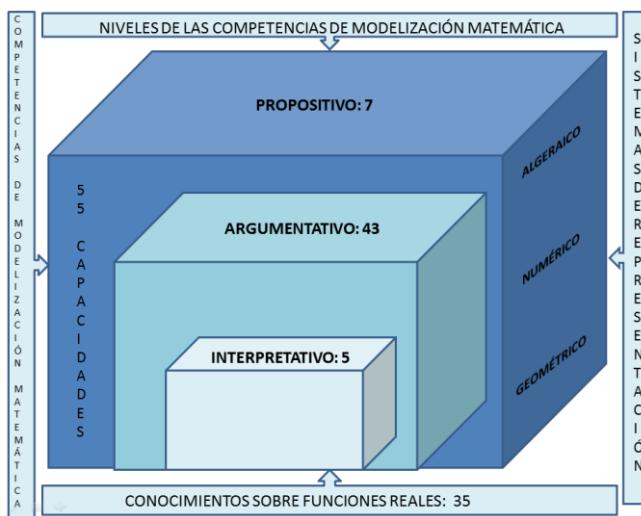
Contenidos matemáticos sobre funciones reales

En general, el estudio de los contenidos matemáticos a lo largo de las dos aplicaciones de la propuesta didáctica, fue productiva ya que se pudo observar cómo se fueron incorporando algunos contenidos, mediante la intervención evaluación y modificación constante que exigen de por sí, los experimentos de enseñanzas al término de cada sesión de clases. Los contenidos que se fueron sumando fueron: clasificación de las funciones (Inyectivas, Sobreyectivas y/o Biyectivas), la función valor absoluto, la función definida a trozos, la función exponencial y logarítmica, el modelado de funciones y las funciones trigonométricas.

Esto último se generó como consecuencia de ir mejorando el diseño de la propuesta didáctica a medida que se iba repitiendo su implementación cada año; además de reiterar esa propuesta de enseñanza durante varias sesiones de clases, con la finalidad de que esta propuesta implementada contribuyera en la mayor medida posible, a una excelente y amplia formación matemática de los futuros ingenieros egresados de la UNEG.

A su vez, se pudo observar que, existen contenidos que no son abordados en los programas de Matemática I de los proyectos de Ingeniería de la UNEG en el tema de funciones; sin embargo, fueron incluidos en la propuesta. Estos fueron: la prueba de la recta vertical para determinar si una relación es función o no, las definiciones de funciones crecientes y decrecientes, las funciones paramétricas, los sistemas de representación (algebraica, numérica, geométrica), la graficación de funciones con la computadora y los efectos de los parámetros usando algún software dinámico, para comprender la variación generada en cada parámetro transformado y el significado de este cambio en cada variable que podría intervenir en los fenómenos estudiados.

A medida que se repetía la experimentación de la propuesta didáctica que se implementó a través de dos años consecutivos, se buscaba precisar cada vez más el número de contenidos abordados al desarrollar la unidad de funciones reales en la asignatura Matemática I, de los proyectos de ingenierías en la UNEG. Con el trabajo generado, se cubrió este último propósito, donde la estructura de contenidos sobre funciones reales quedó conformada por 35 contenidos, los cuales están organizados por zonas construidas en la propuesta didáctica, tal como se muestra en la figura 2.

Figura 2. Modelo Real de la propuesta didáctica diseñada

A su vez, se puede afirmar que la evolución de los contenidos sobre funciones reales, durante la implementación de la propuesta didáctica, fue progresiva en el transcurrir del tiempo; ya que el número de contenidos sobre funciones fue aumentando para cada aplicación didáctica subsiguiente.

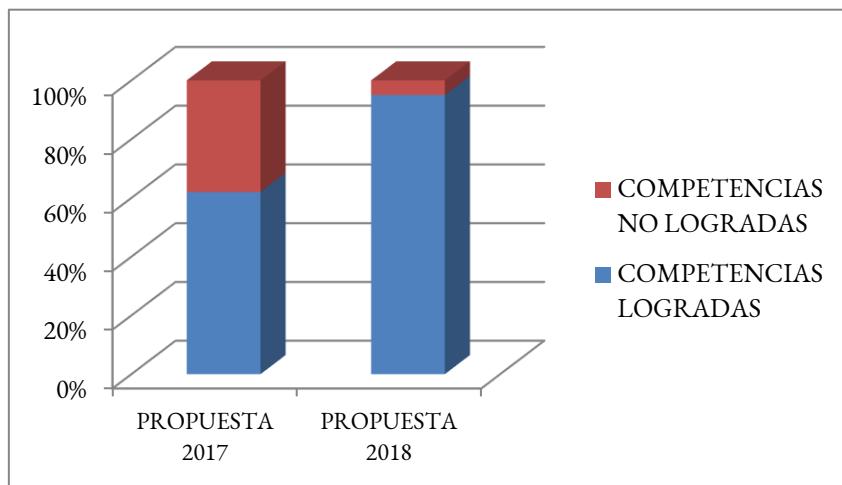
Competencias de modelación matemática

Los docentes consultados observaron, evidenciaron y registraron las competencias de modelación matemática logradas por los estudiantes en las presentaciones de sus trabajos al hacer uso de la modelación matemática con apoyo del software GeoGebra, como gestor de cambio y de contextualización del futuro ingeniero. Se desarrollaron competencias para: identificar y estructurar situaciones problema, entender, analizar y simular los modelos reales construidos, crear modelos matemáticos a partir de términos reales, trabajar con el modelo matemático, determinar y manejar variables, interpretar el modelo en términos reales, interpretar el modelo en términos del dominio del software GeoGebra, manipular las variables y parámetros del modelo computacional, comparar alternativas de solución de la situación problema, tomar decisiones en la elección de la mejor alternativa de solución, comunicar el modelo y sus resultados, usar lenguaje formal y simular la situación problema estudiada mediante el uso del GeoGebra.

En cuanto a la evolución mostrada a lo largo de las dos aplicaciones de la propuesta didáctica se pudo deducir que los estudiantes aumentaron los porcentajes de logros de manera progresiva en cada capacidad y en función de los niveles de competencias de modelación matemática establecidos por los investigadores (interpretativo, argumentativo y propositivo); los cuales se consolidaron y cobraron auge cada año.

De esta manera, los resultados de la implementación de la propuesta didáctica fueron mejorando en el tiempo y esto se evidenció en los porcentajes de logros de las capacidades matemáticas desarrolladas y consecuentemente en las competencias de modelación matemática, al comparar los años 2017 y 2018. Estos resultados se muestran en la figura 3.

Figura 3. Competencias “logradas” y “no logradas” durante la implementación de la propuesta didáctica aplicada durante un período académico de los años 2017 y 2018.



Niveles de logro y su evolución alcanzados por los estudiantes en cuanto a las competencias de modelación matemática para las aplicaciones didácticas del año 2017 y 2018.

En la tabla 1, se muestran los niveles de logros en cuanto a las competencias de modelación matemática, alcanzadas, cuyos registros fueron recolectados mediante una guía de observación utilizada en las dos (2) implementaciones didácticas aplicadas.

Tabla 1. Porcentaje de competencias de modelación matemática “logradas” por niveles.

Niveles	Porcentaje de Competencias 2017	Porcentaje de Competencias 2018
I.- Interpretativo	67	100
II.- Argumentativo	60	87
III.- Propositivo	59	99

Se puede observar, al comparar los resultados de ambas aplicaciones, que el porcentaje de competencias logradas mejoraron sustancialmente en el tiempo; lo que fue producto de las evaluaciones continuas que se sostenían con los pares de expertos que acompañaron la investigación durante los experimentos de diseño y sus correctivos oportunos para las próximas sesiones de clases. Siempre en la búsqueda del perfeccionamiento continuo de la propuesta didáctica diseñada, tratando de mejorar las deficiencias y lograr en una próxima sesión de clases, superar las carencias detectadas en la clase anterior; además de motivar a los estudiantes a trabajar en equipo. Siempre, procurando obtener el máximo desarrollo de competencias matemáticas en torno al tema de funciones. En cuanto al logro

de cada nivel, se ubicó siempre por encima de la media porcentual; incluso mejorando significativamente la aplicación didáctica del año anterior.

En definitiva, se puede concluir que los niveles establecidos durante el desarrollo del ciclo de modelación matemática en cada práctica, se lograron con un nivel adecuado de alcance y profundización, en cuanto a las competencias matemáticas definidas.

La interpretación de los registros arrojó que, para la propuesta didáctica implementada durante el año 2018, se logró el mayor número de competencias de modelación matemática, en relación a la implementación didáctica desarrollada para el año 2017. La afirmación anterior, se asume para cada uno de los tres niveles de las competencias de modelación desarrolladas (interpretativo, argumentativo y propositivo), durante el ejecútese de las fases del ciclo de modelación matemática (Houston y Neill, 2003; Blum y Leiß, 2007).

Con base en lo anterior, se concluye que la evolución de cada nivel de competencias de modelación matemática alcanzado, durante cada implementación de la propuesta didáctica, fue progresiva en el tiempo. Esto confirma que, el diseño de la propuesta didáctica ha sido perfectible en cada período, en la cual se desarrolló.

La afirmación anterior, sólo corrobora que la propuesta diseñada, para la enseñanza y aprendizaje de las funciones, siempre estuvo sujeta a mejoras, con el acompañamiento de los docentes involucrados y soportada en los experimentos de diseño.

La implementación de la modelación matemática, sugerida mediante la propuesta didáctica, permitió analizar problemas matemáticos contextualizados, asociados a fenómenos del mundo de la ingeniería; tales como: el crecimiento poblacional en Venezuela, el crecimiento del nivel del agua del río Orinoco en ciertos períodos del año, el proceso de neutralización del lodo rojo, la exportación e importación de algunos rubros en Venezuela, la construcción de algunas piezas fabricadas de las industrias básicas de la región Guayana, identificación de algunas relaciones matemáticas inmersas en el mecanismo de suspensión de algunos puentes colgantes emblemáticos en el país, entre otros. De este modo, el estudiante de ingeniería, desde el inicio de su formación matemática universitaria, se familiarizó con el planteamiento e interpretación de fenómenos naturales que lo capacitan de manera integral, para ir consolidando las bases de una formación estratégica y holística, con experiencias previas en su formación integral.

A continuación, se describen algunas de las tareas de modelación matemática, desarrolladas por los estudiantes.

Situación problema 1: Cableado que sostiene el puente Angostura (Bejarano y Ortiz, 2017)

Este problema consistió en la construcción de un modelo, que se aproxima a la trayectoria, que forma un trozo de la cuerda que constituye el cableado, que sostiene el puente Angostura, ubicado en el Estado Bolívar, Venezuela.

Situación problema 2: Neutralización del lodo rojo

El estudio sobre la neutralización del Lodo Rojo es una propuesta de investigación, cuyo propósito principal es lograr la neutralización del Lodo Rojo (Gómez, 2016), mediante la inducción de reacciones con el coque de petróleo en una mezcla de Lodo Rojo, siguiendo un método equivalente a la pluviometría, con el fin de desarrollar nuevos materiales híbridos con características adecuadas para el beneficio de la sociedad; lo que ha

conllevado a contribuir con la conservación del medio ambiente en zonas intervenidas por la actividad industrial. (Bejarano y Ortiz, 2017)

Situación problema 3: Construcción de la pieza de una chimenea

Este problema consiste en la simulación de la construcción de una pieza de chimenea (ver figura 4) que se fabrica en la empresa Vhicoa, ubicada en la ciudad de Puerto Ordaz, Venezuela.

Figura 4. Representación del Modelo Real. Imagen de la pieza de una chimenea que se fabrica en la empresa Vhicoa. Zona Industrial, Puerto Ordaz. Estado Bolívar. Venezuela.



Los estudiantes no contaron con medidas concretas en el enunciado del problema, sólo se trataba de adecuar un modelo matemático, que mediante su variación iría formando el sólido representado a partir de la imagen expuesta anteriormente, la cual se seleccionó de un grupo de imágenes que se recolectaron en una visita que se realizó a la empresa Vhicoa, donde se tomó fotografías a las piezas que se diseñaban y fabricaban para ese momento en esta empresa.

El trabajo realizado por los estudiantes en este proceso de simulación, consistió básicamente en la construcción de una circunferencia unitaria C de centro $(0,0)$, donde crearon el parámetro k , que constituía la traslación vertical de la circunferencia C al variar k , o sea, el valor de la ordenada del centro de esa circunferencia C y simultáneamente dejar fijos el valor de la abscisa h de este centro y su radio r . Para ello, este grupo de estudiantes crearon en GeoGebra el parámetro k , como un deslizador y activaron el rastro de la circunferencia C para lograr la visualización de la construcción del sólido a medida que el deslizador hacia el recorrido que le fue asignado, en función de las propiedades o cualidades que asumieron los estudiantes para su caracterización.

Otro grupo de estudiantes logró simular la construcción de la chimenea, de manera muy diferente: su resolución se basó en crear un cilindro y trasladarlo verticalmente a través del eje Z, dejando ver su rastro al variarlo en la vista gráfica en tres dimensiones que presenta el GeoGebra.

Análogamente al grupo precedente, el conjunto C no define una función. Sin embargo, se precisó que cada una de las dos semicircunferencias que lo integran (la primera en los cuadrantes I y II, y la segunda en los cuadrantes III y IV) podría dar lugar a dos relaciones funcionales distintas, al analizar cada semiarco de forma independiente.

Situación problema 4: Crecidas del río Orinoco.

Este problema consistió en la construcción de modelos que se aproximarán a las mediciones recogidas en función al crecimiento del Río Orinoco, en cuanto a profundidad

se refiere, correspondientes a unos días del mes de agosto, por tres años consecutivos, en base a la información suministrada por la Dirección de Protección Civil del Estado Bolívar (2017), como se muestra en la figura 5.

Figura 5. Registros del comportamiento del Río Orinoco en cierto período de tiempo



REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
GOBERNACION DEL ESTADO BOLIVAR
SECRETARIA DE SEGURODAD CIUDADANA
DIRECCION DE PROTECCION CIVIL

FECHA EMISION
03/08/2017

NIVELES DEL RIO ORINOCO ULTIMOS 10 DIAS
(m.s.n.m)

FECHA	CAICARA						CIUDAD BOLIVAR						PALUA						
	1943	1951	1976	2015	2016	2017	1943	1951	1976	2015	2016	2017	1943	1951	1976	2015	2016	2017	
25-Jul	34.15	34.00	34.99	32.58	34.02	33.75 + 5	16.53	16.51	17.08	14.40	15.86	16.28	+ 14	11.03	11.28	11.83	9.12	10.38	10.98 + 18
26-Jul	34.23	34.29	35.09	32.64	34.10	33.83 + 8	16.62	16.69	17.17	14.52	15.92	16.44 + 18	11.13	11.43	11.88	9.24	10.34	11.62 + 64	
27-Jul	34.27	34.42	35.18	32.70	34.14	33.91 + 8	16.78	16.84	17.27	14.60	16.00	16.58 + 14	11.23	11.53	11.97	9.33	10.43	11.68 + 6	
28-Jul	34.45	34.55	35.25	32.77	34.17	34.02 + 11	16.87	16.99	17.36	14.68	16.02	16.66 + 8	11.33	11.68	11.99	9.42	10.52	11.00 + 88	
29-Jul	34.54	34.65	35.33	32.79	34.22	34.11 + 9	16.98	17.10	17.46	14.79	16.08	16.76 + 10	11.49	11.73	12.04	9.48	10.52	11.15 + 15	
30-Jul	34.63	34.77	35.41	32.86	34.26	34.19 + 8	17.08	17.24	17.58	14.89	16.15	16.86 + 10	11.53	11.88	12.11	9.79	10.55	11.19 + 4	
31-Jul	34.66	34.86	35.48	32.90	34.29	34.26 + 7	17.12	17.34	17.74	14.90	16.20	16.96 + 18	11.58	11.93	12.27	9.70	10.61	11.28 + 9	
01-Ago	34.76	34.96	35.56	32.95	34.32	34.33 + 7	17.23	17.39	17.85	14.96	16.30	17.02 + 9	11.63	11.93	12.43	9.67	10.70	11.31 + 3	
02-Ago	34.89	34.95	35.58	32.96	34.36	34.40 + 7	17.28	17.45	17.95	15.06	16.35	17.10 + 8	11.63	11.88	12.55	9.67	10.79	11.37 + 6	
03-Ago	34.89	34.99	35.59	33.00	34.39	34.44 + 4	17.37	17.49	18.00	16.06	16.04	17.16 + 6	11.73	11.88	12.58	9.70	10.82	11.49 + 12	

TUACION ACTUAL

ALERTA AMARILLA			ALERTA AMARILLA			ALERTA VERDE		
ALERTA SITUACIONAL	ESTACION		CAICARA	CIUDAD BOLIVAR	PALUA			
	ALERTA VERDE		33.50 (*)	16,50	11,00			
	ALERTA AMARILLA		34.00	17,00	11,50			
ALERTA ROJO		35.00	18,00	12,50				

EFEMERIDES: UN DIA COMO HOY EN EL AÑO 1925 EL RIO ORINOCO ALCANZO NIVEL DE ALERTA ROJA EN CIUDAD BOLIVAR, PALUA Y CAICARA.

NOTA: LOS DIAS ESPECIFICADOS (28) NIVEL 11,00 Y (29) NIVEL 11,15, EL RIO EN PALUA SE COMENZARON A TOMAR ELECTRONICAMENTE (CON SENORES) POR PERSONAL ASHO, YA QUE A TRAVES DE LOS ANOS SE TOMABA LAS MEDIDAS VISUALMENTE POR EL PERSONAL.

PREVENIR ES VIVIR

Av. Gobernación, Pies de la Carretera, Municipio Río y Playa. Tel: 0424-3358652/19195
 email: proteccioncivil12@bolivar.gob.ve; proteccioncivil@hotmail.com; proteccioncivilbolivar12@gmail.com
 Apdo. Postal 8007, P.O. Box: 337, Cd. Bolívar, Edif. Bolívar, Venezuela

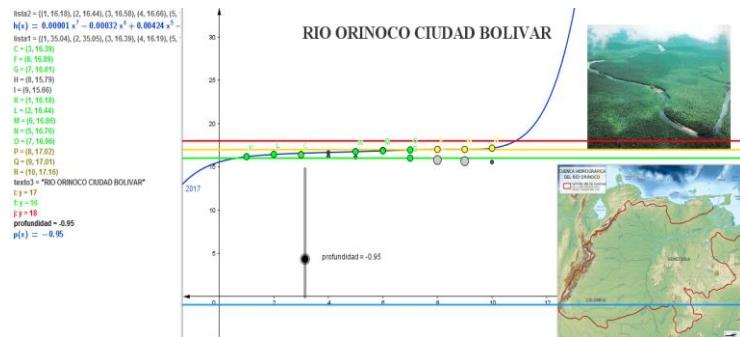
Este trabajo consistió en introducir los datos en la hoja de cálculo del GeoGebra y analizar los mismos mediante un ajuste de curva, lo cual proporcionó modelos matemáticos, luego de hacer una selección de las varias opciones que presentaba este software.

Relaciones algebraicas de modelos matemáticos construidos:

- $h(x) = 0.0000298x^9.00 - 0.00143x^8.00 + 0.0292x^7.00 - 0.331x^6.00 + 2.28x^5.00 - 9.88x^4.00 + 26.7x^3.00 - 43.4x^2.00 + 38.0x + 4.60$
- $g(x) = -0.00000474x^9.00 + 0.000233x^8.00 - 0.00492x^7.00 + 0.0583x^6.00 - 0.425x^5.00 + 1.96x^4.00 - 5.66x^3.00 + 9.67x^2.00 - 8.48x + 19.1$

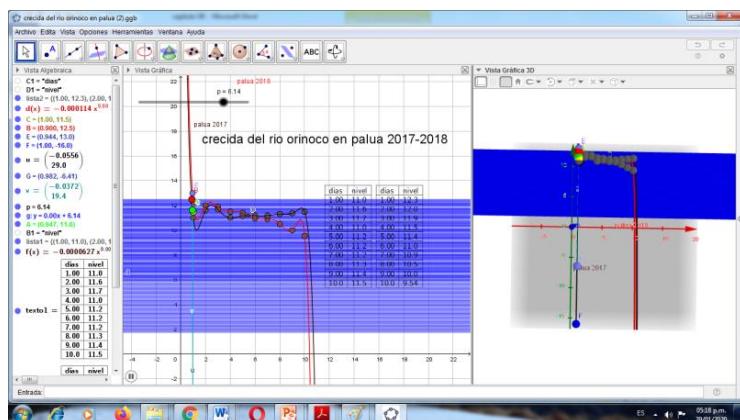
En virtud de ello, los estudiantes realizaron el trabajo matemático en el software GeoGebra, tal y como se observa en la figura 6

Figura 6 Representación Geométrica del modelo construido. Imagen que refleja el trabajo realizado por los estudiantes en GeoGebra para simular el comportamiento del Río Orinoco en cierto período de tiempo.



. Aquí, el trabajo realizado en GeoGebra por un grupo de estudiantes (ver figura 7), consistió en variar el parámetro a : profundidad en el modelo obtenido. *Imagen que refleja el trabajo realizado por otro grupo de estudiantes en GeoGebra, para simular el comportamiento del Río Orinoco en cierto período de tiempo*

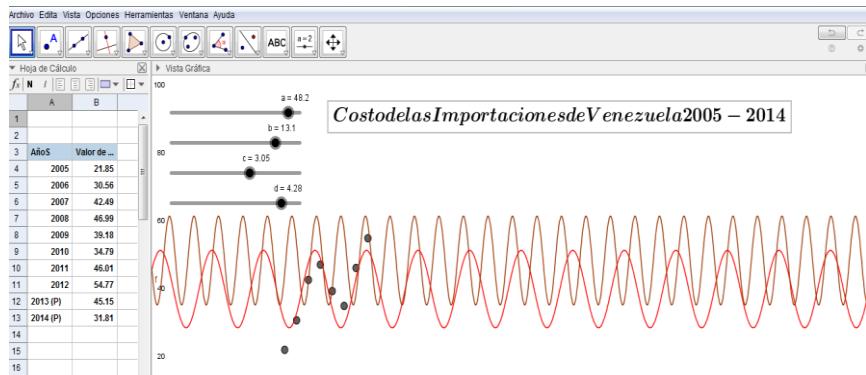
Figura 7. Representación Geométrica del modelo construido.



Situación problema 5: Costos de las importaciones en Venezuela.

Aquí, el modelo se obtuvo por un ajuste de curva desde las mediciones iniciales. Los estudiantes crearon algunos deslizadores para visualizar los efectos de compresión de la curva, dilatación de la curva, traslación vertical y horizontal de la curva, tal como se muestra en la figura 8, donde un grupo de estudiantes trabajaron en GeoGebra, para modelar el comportamiento del costo de las importaciones en Venezuela, en el período 2005-2014.

Figura 8. Representación Geométrica del modelo construido. Imagen que refleja el trabajo realizado por un grupo de estudiantes en GeoGebra, para modelar el comportamiento del costo de las importaciones de Venezuela, en el período 2005-2014



Los estudiantes desarrollaron competencias matemáticas al realizar las tareas de modelación matemática asignadas; tales como: Identificaron los puntos de los datos del fenómeno estudiado, buscaron la función que pasaba por la mayoría de los puntos dados, según el menú del GeoGebra, identificaron los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de la función que modela el fenómeno, entre otros.

La modelación matemática consolidó espacios de reflexión para la toma de decisiones en la escogencia del modelo que mejor se ajustaba a los datos presentados y lo más trascendental, que éstas decisiones fueron generadas como resultado de los debates colectivos que se presentaron; de manera que se sugería a los estudiantes a trabajar en conjunto por el logro de un objetivo en común, el cual es una competencia establecida en el perfil del ingeniero.

Los estudiantes mostraron dominio y eficiencia en la construcción de funciones, en identificar las propiedades características de las funciones reales en cada modelo matemático construido; tales como: el dominio, el rango, las asíntotas, los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función estudiada, puntos de cortes con los ejes, la función inversa, algunas propiedades del álgebra de funciones y la composición de funciones durante las experiencias prácticas desarrolladas, en el laboratorio de computación, al usar GeoGebra.

Es importante señalar que la modelación matemática se entendió como un proceso flexible, dinámico, recursivo y cíclico; donde los modelos construidos estuvieron orientados a comprender y resolver problemas o situaciones reales, en el cual el desarrollo de cada fase no necesariamente siguió un ciclo continuo y consecutivo.

En este sentido, a partir de esta experiencia investigativa, se persiguió que el estudiante desde la modelación matemática se apoyara en las nuevas tecnologías; en este caso en particular, el software GeoGebra, para aprender a tomar decisiones, predecir tendencias futuras, decisiones sobre problemas ambientales, en los envases industriales, en economía, en sistemas biológicos, en ensayos médicos, en computación, en física; tal y como lo plantean Yanagimoto (2003), Haines, Galbraith , Blum y Khan (2007) y, Hall y Lingefjärd (2016), entre otros.

En todas las situaciones problemas antes expuestas, se tomó en cuenta la concepción de Zawojewski, Diefes-Dux, y Bowman, (2008), en lo que respecta a la investigación de desarrollo de modelos (o la investigación del diseño), la cual sostiene que los problemas propuestos a los estudiantes de ingeniería deben surgir de una situación del "mundo real".

En síntesis, en base a estos criterios, se propusieron en este trabajo de investigación tareas de modelación a los estudiantes basados en problemas reales del mundo del ingeniero, en la búsqueda de aportes en cuanto a eficiencia y efectividad en las respuestas de modelos construidos, integrando algunos tópicos abordados en asignaturas del currículo de los proyectos de ingeniería de la UNEG (2011); tales como: ingeniería de materiales, ingeniería de métodos, ingeniería financiera e ingeniería del ambiente, investigación de operaciones, planificación y control, entre otras.

CONCLUSIONES

La implementación de la propuesta didáctica basada en modelación matemática y tecnología, demostró ser un recurso efectivo para la enseñanza de funciones reales en ingeniería. Este enfoque o planteamiento pedagógico, sustentado en la modelación y el uso del software GeoGebra, potenció competencias de modelación matemática y, por ende, competencias profesionales esenciales mediante tres dimensiones interconectadas:

- 1) *Desarrollo de capacidades técnicas*: Los estudiantes lograron realizar representaciones algebraicas, geométricas y numéricas de funciones reales, cuando resolvían problemas contextualizados propuestos.
- 2) *Fortalecimiento de competencias profesionales*: Se evidenció tanto el desarrollo de competencias de modelación matemática como competencias profesionales fundamentales para el ingeniero, las cuales están declaradas en el perfil del ingeniero egresado de la UNEG; tales como: la planificación, el diseño, la resolución de problemas, la comunicación, el trabajo en equipo, la extrapolación, la inferencia, la optimización, la toma de decisiones basadas en modelos matemáticos aplicables a fenómenos reales, la inventiva, la innovación.
- 3) *Integración tecnológica*: El uso de GeoGebra facilitó la visualización interactiva de fenómenos, permitiendo análisis predictivos y validación empírica de modelos teóricos, la simulación, incluso la capacidad de ser autodidactas en la actualización permanente del uso de la tecnología.

Las contribuciones teóricas innovadoras de la propuesta didáctica incluyen:

- 1) *Un modelo didáctico tridimensional*: Este modelo abarcó una gran gama de capacidades matemáticas desarrolladas por los estudiantes, competencias fundamentales de modelación matemática y varios sistemas de representación de las relaciones funcionales que describían aproximaciones del comportamiento de fenómenos.
- 2) Categorización novedosa de niveles de competencia de modelación matemática, ampliando propuestas anteriores como la de Mora y Ortiz (2015); quienes trabajan las capacidades y las competencias del profesor, pero extensibles a las del ingeniero, sin el establecimiento de categorías, ni biyecciones entre ellas. En definitiva, los niveles de competencia declarados y caracterizados en este estudio, constituye uno de los planeamientos nuevos de la investigación, el cual surgió como producto del análisis didáctico exhaustivo generado desde la implementación de los experimentos de diseño.
- 3) El análisis de las categorías establecidas para los niveles de competencia en modelación matemática permitió evidenciar la evolución de dichas competencias a lo largo de las dos implementaciones realizadas. Para ello, se definieron tres niveles de competencia: interpretativo, argumentativo y propositivo, cada uno de los cuales agrupaba el

desarrollo de capacidades específicas observadas por los profesores especialistas participantes en el estudio. Esta estructura se basó en un diseño inicial que fue perfeccionado durante el transcurso de la investigación; no obstante, se aplicó el mismo esquema en ambas implementaciones: una correspondiente a un semestre del año 2017 y la otra al semestre del año siguiente.

- 4) La versatilidad del enfoque didáctico, tanto para estudiar contenidos matemáticos como de otras disciplinas, tales como: la ingeniería de métodos, la física, la química, ciencias de los materiales, entre otras.

Se mostró lo plausible de estudios dirigidos mediante la profundización de problemáticas reales que pertenezcan al mundo del ingeniero en su especialidad, esencialmente, por su utilidad práctica y la experimentación previa en su campo laboral. De esta manera se incluyeron en este estudio dos (2) componentes de modelación matemática planteados por Rendón-Mesa et. al. (2024): La problematización y la contextualización.

En cuanto a los aportes metodológicos relevantes en esta investigación se encuentran:

- 1) Los experimentos de enseñanza, enmarcados en el paradigma de la investigación de diseño, constituyeron un componente metodológico fundamental dentro de este enfoque cualitativo. Cada implementación de la propuesta didáctica se sustentó en un diseño instruccional previo, centrado en tareas de modelización matemática. Este diseño fue objeto de un perfeccionamiento progresivo con el objetivo de optimizar su efectividad en la enseñanza de funciones, contribuyendo así a fortalecer la formación matemática de los futuros ingenieros.
- 2) Es importante destacar en esta investigación el uso de la técnica de observación participante, considerado un aporte fundamental para la validez de los resultados obtenidos y el enriquecimiento de los mismos. Este método permitió el acompañamiento y análisis por parte de cinco (5) docentes observadores, especializados en Matemática, Educación Matemática e Ingenierías. Dicha participación facilitó la interacción directa entre los investigadores, los estudiantes y los expertos, para incorporar la modelación matemática en el contexto ingenieril.

La metodología implementada demostró ser efectiva para fomentar el trabajo multidisciplinario y la participación integral en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática (Bejarano y Ortiz, 2017). La propuesta didáctica se fundamentó en la construcción colectiva del conocimiento matemático, mediante la conformación de equipos multidisciplinarios integrados por docentes y estudiantes. Esta estrategia metodológica propició una comunicación abierta y fluida, caracterizada por el uso sistemático de un lenguaje técnico-formal y la integración de múltiples sistemas de representación matemática, así como la traducción y transferencia entre dichos sistemas. Este enfoque metodológico no solo favoreció el desarrollo de competencias propias del perfil profesional, sino que también garantizó la inclusión activa de todos los actores educativos involucrados, abarcando tanto a docentes especialistas, como a estudiantes de diversos programas académicos o proyectos de carrera de la UNEG.

Finalmente, para los estudiantes de ingeniería, es fundamental en su formación matemática, el uso de la modelación matemática y de las tecnologías, ya que su mundo profesional estará lleno de fenómenos para modelar y simular. En este sentido, la sociedad demanda cada día, con mayor necesidad, para dar respuestas a los cambios tan vertiginosos que surgen actualmente. En este mismo marco, futuras investigaciones

podrían explorar la transferibilidad de este modelo didáctico con otros contenidos matemáticos avanzados.

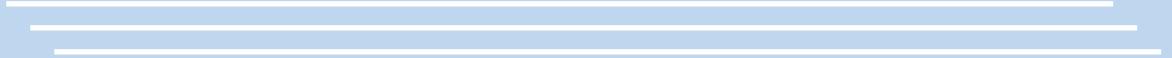
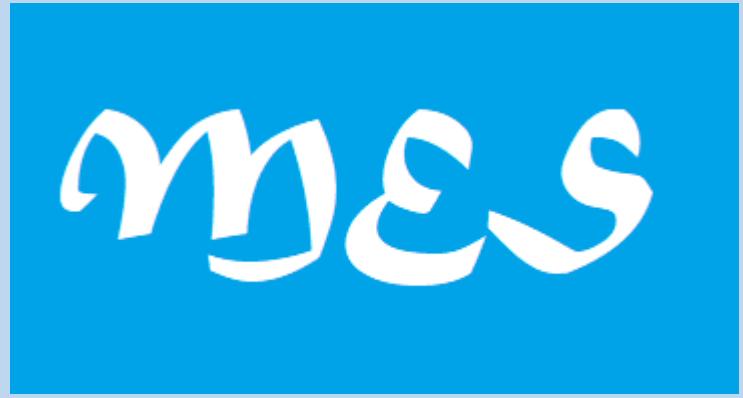
REFERENCIAS

- Bejarano, M. (2008). *Estudio del pensamiento matemático vinculado a la noción de límite*. Trabajo de grado de Maestría, Universidad Nacional Experimental de Guayana. Disponible: <http://uneg.edu.ve.fondoeditorial>. Producciones UNEG.
- Bejarano, M. y Ortiz, J. (2017). Modelación matemática y GeoGebra en el estudio de funciones. Una experiencia con estudiantes de ingeniería. *Revista Ciencias de la Educación*, 27(50). Julio-Diciembre, 348-379. <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/50/art22.pdf>
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Barcelona, España: CEAC. https://www.academia.edu/34814025/Bisquerra_M%C3%A9todos_de_investigaci%C3%B3n_educativa
- Blum, W. y Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, y S. Khan, (Eds.), *Mathematical modelling (ictma 12): Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Camarena, P. (2010). *La modelación matemática en la formación del ingeniero* [Documento en línea]. Disponible: www.m2real.org/IMG/pdf_Patricia_Camarena_Gallardo-II.pdf
- Confrey, J. (2006) The Evolution of Design Studies as Methodology. In. R.K. Sawyer (Ed.). *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences*, Cambridge University Press, New York, 135-152. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511816833.010>
- Dirección de Protección Civil del Estado Bolívar. (2017, Agosto 8). Crecimiento de los Niveles del Río Orinoco en Palúa, del 25/07/2017 al 03/08/2017. [Datos en línea]. En Protección Civil de la Gobernación del Estado Bolívar. Disponible: <http://datos.proteccióncivil.com> [Consulta: 2017, Agosto 10].
- Gómez, L (2016). *Aplicaciones del lodo rojo. Trabajo de ascenso*. Universidad Nacional Experimental de Guayana. Puerto Ordaz, Venezuela.
- Hall, J. y Lingefjärd, T. (2016). *Mathematical Modeling: Applications with GeoGebra*. New Jersey, EEUU: John Wiley & Sons. <https://www.wiley.com/en-us/Mathematical+Modeling%3A+Applications+with+GeoGebra-p-9781119102724>
- Haines, C., Galbraith, P., Blum, W. y Khan, S. (Eds.) (2007). *Mathematics Modelling: Education, Engineering and Economics*. ICTMA 12. Chichester, UK: Horwood Publishing. https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9780857099419_A23729568/preview-9780857099419_A23729568.pdf
- Houston, K y Neill, N. (2003). Assessing Modelling Skills. En S.J. Lamon, W.A. Parker, y K. Houston (Eds.), *Mathematical Modelling: A way of Life*. ICTMA 11. Chichester, UK: Horwood Publishing..
- López, J. (2012). *Modelación matemática en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales*. Trabajo de Grado de Maestría en Matemática Educativa. Universidad Veracruzana. México.

- Mendible, A. y Ortiz, J. (2007). Modelización Matemática en la Formación de Ingenieros. La Importancia del Contexto. *Enseñanza de la Matemática*. Número Extraordinario, 12(16), 133-150. <https://core.ac.uk/download/pdf/287746187.pdf>
- Molina, M., Castro, E., Molina, J.L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88. <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v29-n1-molina-castro-molina-et-al/435-pdf-es>.
- Mora, A. y Ortiz, J. (2015). Capacidades didácticas en el diseño de tareas con modelación matemática en la formación inicial de profesores. *Perspectiva Educacional, Formación de Profesores*, 54(1), 110-130
- Niss, M., y Blum, W. (2020). The learning and teaching of mathematical modelling. New York, USA: Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315189314>
- Porta, L y Silva, M. (2003). *La investigación cualitativa: El Análisis de Contenido en la investigación Educativa*. [Documento en línea]. Disponible en: <http://www.uccor.edu.ar/paginas/REDUC/porta.pdf>
- Rendón-Mesa, P. A., Castrillón-Yepes, A., y Villa-Ochoa, J. A. (2024). Componentes de la modelación matemática y sus contribuciones en la realización de proyectos por parte de futuros profesores de matemáticas. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 4(3), 1-41. <https://doi.org/10.54541/reviem.v4i3.115>.
- Rico, L. y Moreno, A. (Coords.) (2016). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria*. Madrid, España: Pirámide.
- Rico, L., Lupiáñez, J.L.y Molina, M. (Eds.) (2013). Análisis Didáctico en Educación Matemática. Granada, España: Comares.
- Universidad Nacional Experimental de Guayana (UNEG , 2003). Comisión para la Creación del Proyecto de la Carrera de Ingeniería Industrial. (1988, Enero). Informe: *Proyecto para creación de la carrera de Ingeniería Industrial*. Venezuela: Autor.
- Universidad Nacional Experimental de Guayana. (UNEG, 2011). *Plan Programático de Matemática I del proyecto de Ingeniería Industrial, Ingeniería Forestal, Ingeniería en Informática e Ingeniería en Producción Animal*. [Documento en línea]. Disponible: www.uneg.edu.ve.
- Valverde, G. (2014). Experimentos de enseñanza: una alternativa metodológica para investigar en el contexto de la formación inicial de docentes. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 14(3), 1-20. <https://www.scielo.sa.cr/pdf/aie/v14n3/a14v14n3.pdf>
- Yanagimoto, A. (2003). Environmental Problems and Mathematical Modelling. En S. Lamon, W. Parker y S.K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: a way of life*. (pp. 53-60). ICTMA11. Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Zawojewski, J., Diefes-Dux, H., y Bowman, K, (Eds.) (2008). *Models and Modeling in Engineering Education: Designing Experiences for All Students*. Sense Publishers. Mayo 15, 2008. <https://www.researchgate.net/publication/347562060 Models and Modeling in Engineering Education Designing Experiences for All Students>

María E. Bejarano-Arias
Universidad Nacional Experimental de Guayana, Puerto Ordaz, Venezuela
mbejaranouneg@yahoo.com

José Ortiz-Buitrago
Universidad de Carabobo, Campus La Morita, Venezuela
jortiz@uc.edu.ve



Obra publicada con [Licencia Creative Commons Atribución 3.0 España](#)

