Matemáticas, Educación y Sociedad

ISSN: 2603-9982
Matemáticas, Educación y Sociedad
http://mesjournal.es/
editor@mesjournal.es

Vol 9 No 1 (2026) Matemáticas, Educación y Sociedad

Uscanga-Alvarez, S.I., Durán-Vargas, Y., Gauna-Martínez, F.A., Gutiérrez-Carrada, A.I., Giles-Cuanenemi, D. y Juárez-López, J.A. (2026). Problemas de comparación de razones no proporcionales; Estrategias de docentes de Bachillerato. *Matemáticas, Educación y Sociedad, 9*(1), 1-18

ISSN: 2603-9982

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN DE RAZONES NO PROPORCIONALES: ESTRATEGIAS DE DOCENTES DE BACHILLERATO

Sahian Ivette Uscanga-Alvarez, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Yeimi Durán-Vargas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Félix Alberto Gauna-Martínez, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Andrea Iedani Gutiérrez-Carrada, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Daniel Giles-Cuanenemi, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

José Antonio Juárez-López, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México

Resumen

En este estudio se analizan las estrategias de resolución de problemas que emplean profesores de bachillerato al comparar razones no proporcionales. A partir de un enfoque cualitativo con diseño exploratorio–descriptivo, se aplicó un cuestionario compuesto por cuatro problemas adaptados de Mayorga (2011) y se realizaron entrevistas clínicas a diez docentes en servicio. El análisis se centró en identificar las estrategias utilizadas según la clasificación de Mayorga: absolutas, relativas, absoluto–relativas y ausencia de comparación. Los resultados muestran que la mayoría de los participantes recurrió predominantemente a estrategias absolutas, basadas en comparaciones aditivas y diferencias entre cantidades iniciales y finales, incluso en contextos donde este tipo de razonamiento no es válido. Estos hallazgos evidencian la necesidad de fortalecer en la formación docente la distinción entre situaciones proporcionales y no proporcionales para su desvinculación.

Palabras clave: *No proporcionalidad, razones, problemas, estrategias absolutas, estrategias relativas*.

Problem solving strategies on comparison of non-proportional ratios in high school teachers

Abstract

This study analyzes the problem-solving strategies used by high school teachers when comparing non-proportional ratios. Using a qualitative approach with an

Recibido: 23/12/2025; Aceptado: 27/04/2025

exploratory-descriptive design, a questionnaire composed of four problems adapted from Mayorga (2011) was applied, and clinical interviews were conducted with ten in-service teachers. The analysis focused on identifying the strategies used according to Mayorga's classification: absolute, relative, absolute–relative, and absence of comparison. The results show that most participants predominantly relied on absolute strategies, based on additive comparisons and differences between initial and final quantities, even in contexts where this type of reasoning is not valid. These findings highlight the need to strengthen the distinction between proportional and non-proportional situations for dismissal in teacher training.

Keywords*: Non-proportionality, ratios, problems, absolute strategies, relative strategies.*

INTRODUCCIÓN

La comparación de razones representa un campo donde el análisis va más allá de la aplicación de la regla de tres (Block, 2022; Mochón, 2012). La proporcionalidad es una noción fundamental que se aplica tanto en la vida cotidiana como en la comprensión de conceptos matemáticos, como los números racionales, los porcentajes, la semejanza, entre otros (Balderas et al., 2014; Godino y Batanero 2002; Monje y Gómez, 2019; Obando, et al., 2014). Uno de los obstáculos más persistentes que surgen en los estudiantes y profesores se presenta cuando aplican intuitivamente el razonamiento proporcional en situaciones donde no es válido. En el caso de situaciones no proporcionales es donde el razonamiento matemático se pone a prueba. Buforn et al. (2018) mencionan la importancia de caracterizar el conocimiento del profesor de matemáticas, ya que este influye de manera directa en la forma de enseñar.

Diversas investigaciones han centrado su atención en entender cómo se enseña la proporcionalidad en el nivel básico (Balderas et al., 2014; Dragone et al., 2022; Ekawati et al., 2015; Nugraha et al., 2023; Valverde y Castro, 2009). La mayoría de ellas reportan implícitamente estrategias para la resolución de problemas en situaciones no proporcionales sin darle relevancia. Estudios recientes también han explorado cómo docentes y personas con baja escolaridad abordan problemas de falsa proporcionalidad (Cruz-Márquez et al., 2024). En contraste, Monje y Gómez (2019) se centran en este tema, analizando las rutas cognitivas de profesores de nivel básico. Dado que la literatura ha dejado de lado la investigación con docentes de nivel medio superior para comprender cómo es que abordan la comparación de razones en este contexto, es necesario plantearse la siguiente pregunta: ¿Cuáles son las estrategias que utilizan los profesores de nivel medio superior al resolver problemas de comparación de razones no proporcionales? Por lo tanto, el objetivo principal de esta investigación es analizar las estrategias de resolución de problemas de comparación de razones no proporcionales en docentes de nivel medio superior.

MARCO CONCEPTUAL

El razonamiento proporcional es una forma de pensamiento matemático que se activa cuando una persona se enfrenta a una tarea, consigna o situación que implica comprender y distinguir relaciones entre cantidades (Buforn et al., 2018). Sin embargo, el desafío se encuentra en distinguir cuándo una situación es proporcional o no.

Como menciona Nugraha et al. (2023), el conocimiento del profesorado sobre el razonamiento proporcional debe ser integral y profundo, no sólo procedimental. Esto facilita la distinción e identificación de situaciones proporcionales y no proporcionales para la integración del contenido a enseñar en las aulas.

Problemas de comparación de razones no proporcionales

Este estudio se centra en los problemas de comparación de razones no proporcionales (CRNP). Conceptualmente, se entienden como aquellos donde se establece una desigualdad entre razones (Monje y Gómez, 2019) y presentan relaciones no proporcionales entre las variables involucradas (Pişkin-Tunç, 2020).

En la literatura, este concepto recibe diversos nombres como “desproporción” o “comparación de razones desiguales” (Monje y Gómez, 2019). Para esta investigación, se adoptará el término “no proporcionalidad” (Pişkin-Tunç, 2020). Formalmente, dadas dos razones, estas son no proporcionales cuando el producto cruzado no es igual, es decir cuando se tiene que comparar.

Para saber si un problema corresponde con una situación de CRNP se debe de analizar la sinergia entre su estructura matemática y su planteamiento situacional. En estos casos, el planteamiento describe una comparación entre dos situaciones que puedan ser modeladas por una razón, usualmente inducidas por preguntas que buscan saber quién es "mejor", "más rápida", etc. Cabe resaltar que estas relaciones están asociadas con dos mismas variables, pero en cada caso el valor numérico de la relación es diferente. Convirtiendo el análisis de la situación en algo puntual, momentáneo, evitando que se pueda prolongar o predecir el comportamiento de las variables en otro momento.

Estrategias de resolución

En la literatura, el término "estrategia" tiene varias definiciones (Rodríguez y Rodríguez, 2011). En el ámbito educativo, este término se considera como el "arte" de dirigir y coordinar acciones y operaciones; plan, programa, conjunto de objetivos, patrón de acciones, conjunto de acciones entre otros, las cuales son asumidas según los intereses específicos de cada investigación (Barrios-Gárciga y Diez-Fumero, 2018).

Para los fines de este trabajo, y en el contexto específico de la resolución de problemas matemáticos, se operacionaliza el término "estrategia de solución" como el conjunto de acciones, procedimientos y razonamientos (ya sean conscientes o automatizados) que un individuo realiza para abordar un problema y llegar a una solución.

Para el análisis de las estrategias empleadas por los docentes, este estudio adopta el marco de referencia propuesto por Mayorga (2011), el cual organiza las estrategias en tres categorías según el tipo de razonamiento predominante:

Estrategias absolutas.

Esta categoría agrupa los procedimientos que se fundamentan en el razonamiento aditivo y la consideración de cantidades aisladas, sin establecer relaciones multiplicativas entre ellas. Se pueden incluir estrategias como la comparación de diferencias (*Adder*), donde se restan o comparan cantidades iniciales y finales de manera directa, así como el enfoque en sólo un dato (inicial o final) sin considerar su relación con alguna otra información que proporcione el problema.

Estrategias de pensamiento relativo

Esta categoría se divide en dos, las cualitativas que abarcan la estimación y las cuantitativas (razón, tablas de proporción, fracciones equivalentes, porcentajes).

Estrategias absoluto-relativas

Hace referencia a razonamientos donde el resolutor combina elementos de ambos tipos de estrategia.

Ausencia de comparación

Esta categoría incluye los datos no relevantes y la compulsión operatoria.

De lo anterior se puede concluir que mientras las estrategias absolutas están sustentadas en una comparación entre dos magnitudes lineales (las diferencias entre las cantidades involucradas), las estrategias relativas se respaldan en una comparación entre razones (las que se construyen a partir de las cantidades involucradas). Es importante resaltar que la comparación relativa no necesariamente está ligada con problemas que presentan un comportamiento proporcional.

METODOLOGÍA

Enfoque y diseño de la investigación

El estudio se desarrolla bajo un enfoque cualitativo en el que se aborda el análisis y la comprensión de los procesos y estrategias de pensamiento que desarrollan los docentes de nivel medio superior. Además, tiene un diseño del tipo exploratorio-descriptivo, que permite investigar un área de estudio poco desarrollada, así como detallar y clasificar las estrategias identificadas en las respuestas de los participantes (Cohen y Manion, 2002).

Contexto y participantes

La selección de los participantes se realizó mediante un muestreo no probabilístico por conveniencia basado en la disponibilidad e interés de los docentes por participar en el estudio. La invitación fue dirigida a docentes en servicio durante el año 2025 en el nivel medio superior (preparatoria/bachillerato).

De este modo, se obtuvo una muestra de diez docentes pertenecientes tanto al sector público como privado de los estados de Puebla y Tabasco. Dado el enfoque cualitativo del estudio, se profundizó en las estrategias de los docentes.

En el Anexo 1 se presenta la información de los participantes para contextualizar sus perfiles profesionales. Se omitió el nombre de cada uno de ellos con el fin de garantizar el anonimato y la protección de sus datos, por lo mismo, cada docente fue identificado con un código (P1, P2, …, P10).

Instrumento

El cuestionario estuvo conformado por cuatro problemas de comparación de razones no proporcionales (Ver Anexo 2). Estos problemas fueron seleccionados y adaptados del instrumento propuesto por Mayorga (2011), modificando los contextos, pero conservando la estructura matemática. Cada problema fue rediseñado para cumplir con la definición operativa establecida en el marco conceptual. Este instrumento se validó a partir de un pilotaje que permitió ajustar la redacción de los problemas y las preguntas.

En el primer problema se plantea una situación de dos corredores Ana y Luis, que, después de un año reducen el tiempo en que corren 100 metros y se pregunta cuál de los dos mejoró su rendimiento. En este caso, el rendimiento se entiende, para este problema, como la disminución del tiempo con referencia a sí mismo o como el aumento de velocidad.

En el segundo problema se presenta una tabla con los datos de la modificación de dos vehículos para aumentar su rendimiento donde, rendimiento se entiende para este problema como distancia recorrida entre cantidad de combustible consumido (Km/L) donde el rendimiento actual y modificado son distintos, pero la distancia es la misma dando así una posible interpretación de linealidad.

Para el problema 3 proponemos dos presentaciones diferentes de yogurt con varios sabores mediante una imagen a color con la etiqueta del sabor correspondiente, preguntando cuál le conviene comprar a una familia si a ellos les interesa más el sabor de fresa, una con 20 totales y 4 de fresa y la otra presentación de 12 totales y 3 de fresa.

En el problema 4 se presenta una tabla con los datos de juego de dos personas, Alondra y Alberto, con el total de partidas jugadas y las victorias que tuvieron. En este problema se plantean dos interrogantes ¿quién es mejor en el juego? y ¿cuántas victorias tendría Alondra (la que tiene menos cantidad de partidas) si jugara 784 partidas (el total de Alberto).

Procedimiento de recolección de datos

El proceso inició con la firma del consentimiento informado y la explicación de la confiabilidad de los datos, aclarando que la entrevista sería grabada con audio. Seguido de esto, a cada docente se le presentó el cuestionario con los cuatro problemas, debiendo entregar cada hoja al investigador tan pronto como lo terminaba. Una vez completados todos los problemas, y utilizando sus propias hojas de respuesta como guía, se procedió a realizar la entrevista. Este diseño permitió capturar no solo el producto final (la solución escrita), sino la reconstrucción detallada del proceso de razonamiento seguido por cada participante.

Procedimiento de análisis de datos

Revisión inicial. Se realizó una primera revisión de cada cuestionario resuelto por los docentes, así como su transcripción para identificar unidades de análisis relevantes.

Categorización. Cada respuesta fue clasificada como se muestra en la Tabla 1.

Análisis interpretativo. Finalmente se contrastaron y compararon las estrategias utilizadas por diferentes docentes para enriquecer la descripción y dar respuesta a la pregunta de investigación.

Tabla 1. *Categorización de estrategias de acuerdo con Mayorga (2011).*

Estrategias generales	Estrategias específicas
Ausencia de comparación	Datos no relevantes Compulsión operatoria
Absolutas	Adder Comparación de cantidades finales Comparación de cantidades iniciales
Absolutas - Relativas	Emplean estrategias absolutas y relativas
Relativas	Estrategias cualitativas a) Estimación Estrategias cuantitativas a) Razón b) Tablas de proporción c) Fracciones equivalentes d) Porcentajes

RESULTADOS

Se analizaron las estrategias de los 10 docentes y se presentan de manera individual para cada ítem del instrumento como se muestra en la Tabla 2. A continuación, se detallan las estrategias comunes y se profundiza en las que salen de lo común con fragmentos de las entrevistas para una mejor explicación.

Tabla 2. *Concentrado de estrategias realizadas por profesores en cada ítem.*

Ítem	Estrategia Absoluta	Estrategia Relativa	Estrategia Absoluto-Relativa	Estrategia Ausencia de Comparación	Total
1	4	5	1	0	10
2	9	1	0	0	10
3	1	8	0	1	10
4 a)	0	10	0	0	10

Nota. El ítem 4 b) no fue incluido en esta tabla dado que no es necesaria una estrategia para su solución.

Resultados en el ítem 1

En el ítem 1, cuatro profesores emplearon estrategias absolutas, es decir, procedimientos basados en comparaciones lineales entre los valores iniciales y finales. Las respuestas proporcionadas por estos profesores estaban constituidas principalmente con diferencias entre magnitudes, restando tiempos, velocidades o rendimientos, o comparando directamente los valores finales sin construir relaciones entre el cambio y el valor inicial. Sus procedimientos consistieron en identificar los datos iniciales y finales, calcular la diferencia entre ellos o comparar directamente las cantidades iniciales o finales para determinar la mejora o el rendimiento, como menciona la docente P8 *"como observamos en la tabla anterior ambos atletas disminuyeron sus tiempos, por lo tanto, ambos mejoraron su rendimiento"*.

Por otro lado, cinco docentes utilizaron estrategias relativas, en las cuales establecieron relaciones entre las cantidades mediante razones, fracciones equivalentes o porcentajes. Por ejemplo, como se observa en la Figura 1, la docente P3 construyó razones para determinar la velocidad de cada vehículo y comparó el cambio relativo utilizando porcentajes derivados de los valores iniciales y finales. Esto es algo que persiste en las respuestas de los cuatro profesores restantes.

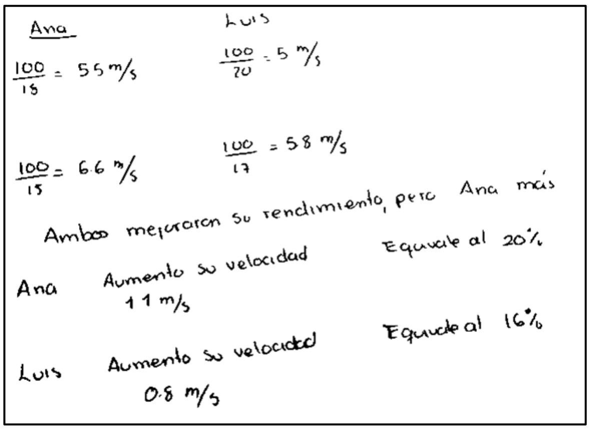

Figura 1. Respuesta del ítem 1, docente P3

Únicamente el docente P5 empleó una estrategia mixta absoluta–relativa, combinando elementos de ambos tipos. Este participante representó los datos mediante fracciones o razones, pero posteriormente realizó comparaciones basadas en diferencias directas.

Es importante destacar que algunos profesores comprendieron el término "mejorar rendimiento" como observar cuál vehículo tiene más velocidad en el motor. En comparación con los siguientes Ítems, expresaron que no tuvieron dificultad alguna en resolverlo.

Ítem 2

Con respecto del ítem 2, se identificaron las estrategias de nueve docentes como absolutas, ya que realizaron la diferencia entre la cantidad final y la inicial. Cuando se dan cuenta que es el mismo valor deciden optar por el mayor resultado final, tomándolo como el más conveniente, como lo muestra el docente P10, *"le conviene el B, ya que tendrá un mayor rendimiento en km, aunque ambos aumentan 15 km/l, el B sigue teniendo un mejor rendimiento"*.

En este mismo ítem hay evidencia solamente de una persona que utiliza estrategias que, con base en la clasificación de Mayorga (2011), identificamos como relativa, mediante el uso de fracciones utilizando inclusive porcentajes (Figura 2).

Se identifica que la docente P3 utiliza estrategias relativas, mediante el uso de fracciones y porcentajes, como se muestra en la Figura 2.

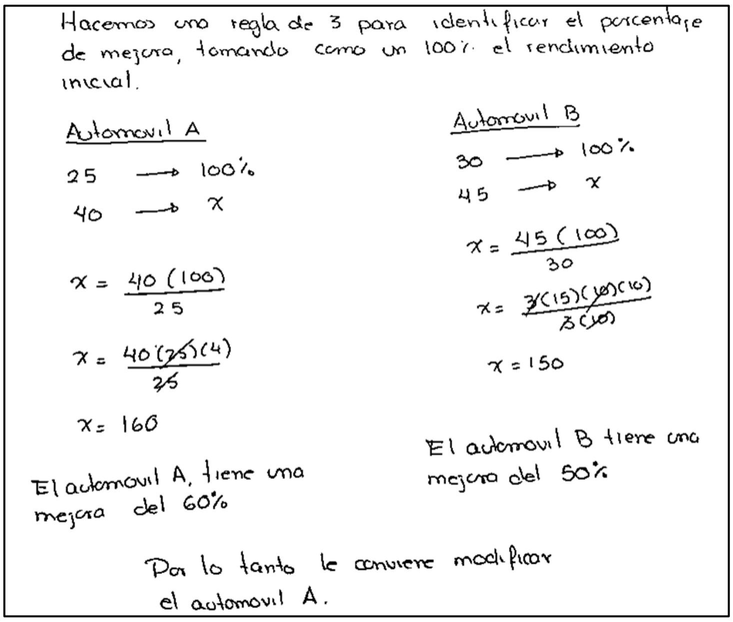

Figura 2. Solución para el ítem 2 dada por la docente P3, donde se evidencia el uso de estrategias relativas.

En este ítem, la mayoría de los participantes utilizan estrategias aditivas, ya que es suficiente con encontrar la diferencia entre los datos finales e iniciales, y si estos coinciden toman el mayor. Mientras que una minoría recurre a las comparaciones mediante razones, siguiendo un razonamiento proporcional.

Ítem 3

En el ítem 3, se identifican tres tipos de categorías utilizadas por los docentes. Uno de ellos utiliza una estrategia absoluta, ya que relaciona los datos mostrados en el problema, dando como resultado una comparación entre la cantidad de yogures de fresa de cada paquete, y seleccionando el paquete con una mayor cantidad de estos, como se muestra en la solución del docente P8, quien lo describe textualmente como "*El problema plantea que a la familia de Juan le gusta comer yogur de distintas marcas, con lo cual no tendría que haber inconveniente con la marca A o B, sin embargo, el factor clave es la preferencia del sabor fresa; la marca A es la que tiene mayor cantidad de sabor fresa. Por lo tanto, le conviene comprar la marca A".*

En las soluciones que utilizaron una estrategia relativa, se agrupan las respuestas en las que se expresaron las comparaciones de fracciones, las razones y los porcentajes. Esto se puede observar en los resultados del docente P1, donde utiliza fracciones relacionando la cantidad de yogures de fresa con el total del paquete para, finalmente, hacer una comparación de cantidades y así determinar el resultado del problema.

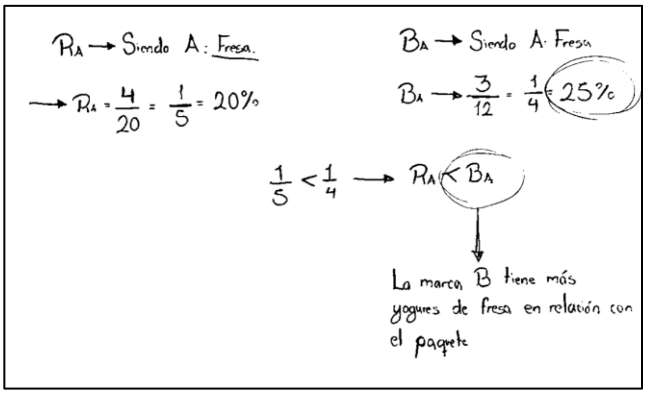

Figura 3. Respuesta del ítem 3, dada por la docente P1.

Finalmente contamos con la respuesta de tipo ausencia de comparación, en la que se muestran datos que no son relevantes en el problema, ya que se busca la respuesta en un contexto externo que no se menciona en el problema, esto se observa en las respuestas dadas por el docente P5, quien lo escribe textualmente de la siguiente manera, *"A simple vista uno se dejaría llevar por las unidades de yogures que tenga más alguna de las marcas, pero, uno se quedaría preguntándose: ¿Cuál marca es menos costosa?, ¿Cuál de las dos marcas tiene más mililitros?, ¿después del sabor fresa, cuál sabor les gusta más? O ¿qué marca es más saludable o mejor en cuánto a qué tipo de parámetros? Siento, que la pregunta no se puede responder, se necesita ser más específico en lo que se preguntó o más bien, ¿cuál es el aprendizaje esperado para el estudiante?".*

Las soluciones de este ítem muestran que ocho de los docentes emplearon estrategias relativas. Esto permitió observar la tendencia de este tipo de estrategias.

Ítem 4.a)

El análisis de las soluciones de los profesores en el ítem 4.a) reveló que destacan las estrategias relativas. Un primer grupo de docentes establecieron y compararon la razón de victorias/partidas, para cada jugador, tal como lo expresó el docente P5 "*para establecer el número de ganados con respecto al número de partidas*" Y el docente P7 "*Se está hablando de juegos ganados, pues se puede dividir los juegos ganados entre el total".* Un ejemplo claro de este procedimiento se observa en la Figura 4, donde el docente P1 calcula las razones $\frac{424}{784}$ y $\frac{59}{101}$, simplifica la primera fracción de manera sistemática y compara los valores decimales resultantes, para concluir que Alondra tiene un mejor rendimiento.

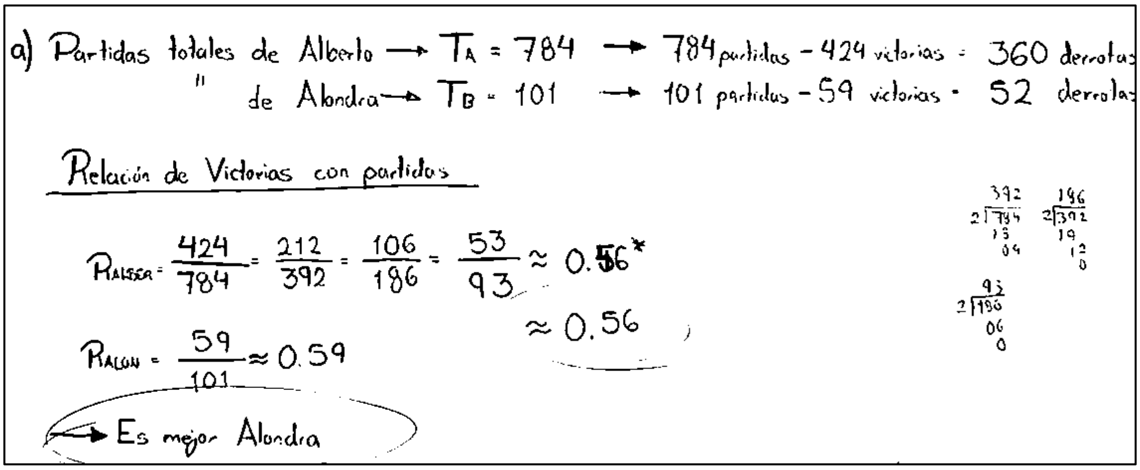

Figura 4. Solución dada por la docente P1 al ítem 4.a)

Sin embargo, otro subgrupo, argumentó que las fracciones eran complicadas de resolver sin el apoyo de una calculadora, por lo cual, para dar una respuesta, realizaron estimaciones o simplificaciones muy aproximadas, sin calcular el valor decimal o el porcentaje exacto, lo cual es reflejo de una ejecución menos precisa.

Finalmente, un tercer subgrupo llevó más allá la estrategia al traducir las razones a porcentajes, lo que les facilitó la comparación directa. Esta decisión fue explicitada por la docente P3 "*Si, consideré las partidas que ambos jugaron, considerarlo como mi cien por ciento y ver qué porcentaje corresponde de victorias en cada uno de los casos*". Asimismo, la docente P8 "*El rendimiento lo defino como porcentaje de victorias respecto a Alberto, calculé un porcentaje*".

Ítem 4.b)

El ítem 4.b tiene como finalidad refinar la situación problemática y orientar al docente hacia una reflexión más analítica sobre los datos disponibles. Aunque la información presentada no permite establecer comparaciones formales entre razones, sí posibilita identificar el sentido de una razón en el contexto del problema, siempre que se realice un análisis conceptual y no únicamente operativo.

Para examinar las estrategias, se estableció como primer criterio que estuvieran ubicados en la ausencia de comparaciones, condición que se cumplió en todos los casos. Cuando los docentes realizaron un análisis previo, éste se abordó casi siempre desde una perspectiva de proporcionalidad. Solo el docente P5 evitó asumir este enfoque, señalando que *"uno se dejaría llevar y diría que Alondra, pero puede suceder que pierda las otras 603, o que gane las 603, o que solo gane dos de 603, por lo cual se necesitan más datos para abordar el problema"*, de manera general la información era insuficiente para justificarlo.

En cuanto a los complementos empleados para resolver el ítem, se identificaron dos tendencias principales, la consideración de datos no relevantes (Figura 5) y la compulsión operatoria. Tres docentes supusieron que el fenómeno era lineal para poder operar; de ellos, dos aplicaron la regla de tres. Entre los siete docentes restantes predominó la operación compulsiva de los datos, aunque dos utilizaron métodos distintos a la regla de tres.

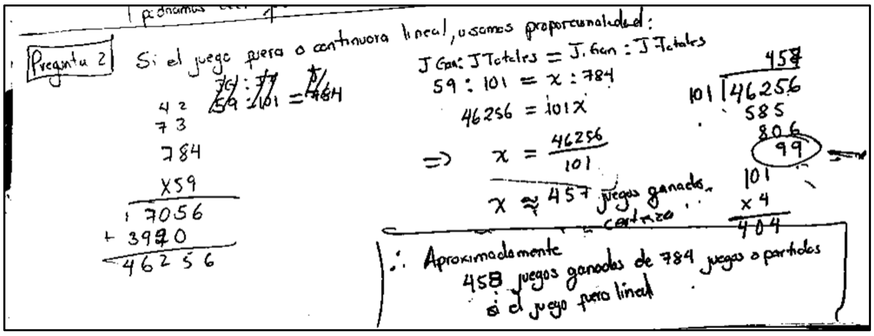

Figura 5. Solución dada por el docente P9 al ítem 4.b)

Un elemento destacable es que la mayoría de los docentes interpretó el problema como proporcional incluso cuando el contexto no lo justificaba. Esta insistencia en forzar la proporcionalidad puede entenderse como un efecto del contrato didáctico, en el sentido señalado por Brousseau (D´Amore et al., 2022) ya que los profesores buscan establecer un resultado numérico. En consecuencia, muchos docentes ajustaron los datos o hicieron suposiciones para poder operar, privilegiando procedimientos familiares por encima del análisis conceptual que el ítem buscaba promover.

Por último, se observa una tendencia marcada a aplicar la regla de tres de manera rutinaria, aun cuando el ítem no corresponde a un modelo proporcional ni a un caso típico de valor faltante. Esto refuerza la idea de que las estrategias elegidas responden más a expectativas implícitas de resolución que a las características reales del problema.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados de este estudio muestran una tendencia clara en la forma en que los docentes de nivel medio superior resuelven problemas de comparación de razones no proporcionales. En la fase de análisis de los ítems, se observó que la estrategia predominante fue el razonamiento aditivo, expresado mediante comparaciones absolutas basadas únicamente en diferencias entre valores iniciales y finales. Este comportamiento confirma que, incluso cuando los problemas exigen un análisis multiplicativo, los docentes recurren de manera espontánea a procedimientos aditivos, lo que resulta coherente con lo reportado en otros estudios (Mayorga, 2011; Monje y Gómez, 2019).

La presencia de esta estrategia fue especialmente evidente en el ítem 1, donde varios participantes restaron cantidades sin considerar las relaciones multiplicativas subyacentes. No obstante, al analizar los problemas cuya estructura favorece una lectura relativa, como en los ítems 3 y 4.a, caracterizados por datos dispares que inhiben la estrategia aditiva, se observó un cambio importante: la mayoría de los docentes recurrió a estrategias relativas, calculando razones, fracciones equivalentes o porcentajes. Este hallazgo introduce uno de los elementos centrales de las conclusiones de este estudio: la estructura del problema funciona como un detonador del razonamiento proporcional.

En contraste, el ítem 4.b reforzó las limitaciones previamente identificadas. Ante la ausencia de una relación proporcional directa, los docentes intentaron forzar una proporcionalidad inexistente, evidenciando que, en situaciones ambiguas o inciertas, priorizan aplicar el modelo proporcional como un recurso de seguridad más que como un análisis fundamentado. Este resultado enlaza directamente con la conclusión más significativa del estudio: los docentes muestran una disposición a aplicar razonamientos aditivos o a forzar la proporcionalidad aun cuando el contexto matemático no lo permite.

Además, algunos docentes mostraron flexibilidad combinando estrategias absolutas y relativas, aunque este comportamiento fue minoritario. También se identificaron respuestas sin comparación, en las cuales los participantes añadieron información no pertinente o se basaron en supuestos externos al problema. Estos patrones, junto con las dudas expresadas sobre la claridad de ciertos enunciados, como en el problema del yogur, sugieren que, fuera de la dinámica guiada del estudio, algunos docentes habrían descartado el problema por percibirlo como incompleto. Estas observaciones se retoman en las conclusiones para subrayar que la preferencia por métodos que no implican comparar razones es transversal al grado académico y a la experiencia profesional.

En lo referente a la consistencia en el uso de estrategias, pocos docentes mantuvieron un mismo enfoque a lo largo de los ítems. Quienes iniciaron con estrategias absolutas cambiaron ocasionalmente a estrategias relativas en los últimos problemas, mientras que los docentes con más de diez años de experiencia mostraron una mayor tendencia a utilizar estrategias relativas. Sin embargo, al clasificar los problemas, casi todos los participantes los ubican dentro del ámbito de la proporcionalidad, evidenciando confusiones persistentes entre proporcionalidad, proporción y “proporcionalidad lineal”. Ninguno mencionó de forma explícita la comparación de razones como elemento central, lo que tiene una conexión directa con las conclusiones del estudio, los docentes identifican los problemas por su contexto superficial más que por su estructura matemática.

Finalmente, en la producción escrita predominó el registro de operaciones aritméticas y esquemas, sin explicitar el razonamiento seguido. Esto obligó a reconstruir sus estrategias principalmente a través de las entrevistas, lo cual coincide con la conclusión de que el análisis conceptual del problema no queda plasmado en su resolución escrita. En quienes emplearon estrategias relativas esta falta de explicitación fue particularmente marcada, mientras que quienes recurrieron a razonamientos absolutos tendieron a justificar algo más sus respuestas ante la ausencia de una operación que sustentara directamente su conclusión.

Estos resultados son consistentes con lo reportado por Mayorga (2011), quien identifica una tendencia similar hacia el uso de estrategias absolutas en situaciones donde el razonamiento relativo sería el adecuado. En ambos casos, se observa que los docentes priorizan comparaciones aditivas, lo que evidencia dificultades para establecer relaciones multiplicativas entre las cantidades involucradas. Por ejemplo, en el segundo ítem, se observó una coincidencia significativa con los hallazgos de Mayorga (2011), pues en su trabajo, todos, optaron por estrategias absolutas, y en el presente trabajo, el 90% de los docentes de educación media superior mantuvo esta tendencia con solo un docente aplicando estrategias relativas. Sugieren que independientemente del nivel educativo en el que se desempeñe el docente (básico o media superior), la estructura del problema ejerce una fuerte influencia sobre el razonamiento.

En conclusión, los profesores de nivel medio superior emplean estrategias que van desde la ausencia de comparación hasta el uso de estrategias absolutas y relativas. Sin embargo, el hallazgo central, ya señalado a lo largo de la discusión, es la predominancia del razonamiento aditivo en contextos donde resulta matemáticamente inválido, así como la tendencia a forzar el modelo proporcional cuando no es posible una comparación directa, como se evidenció de manera clara en el ítem 4.b.

Al articular estos resultados con el análisis detallado de los ítems, se confirma que la estructura de los problemas desempeña un papel determinante en la activación del razonamiento proporcional, en los ítems 3 y 4.a, las cantidades dispares llevaron a los docentes a abandonar el enfoque aditivo y recurrir a estrategias relativas más adecuadas.

En consecuencia, este estudio subraya la necesidad de incorporar, tanto en la formación inicial como en la continua del profesorado, actividades que confronten explícitamente los límites del razonamiento aditivo y promuevan un análisis más riguroso de las relaciones matemáticas implicadas en problemas no proporcionales.

Una proyección natural de estos hallazgos consiste en profundizar en el conocimiento especializado del profesorado de matemáticas en el ámbito de la proporcionalidad y la no proporcionalidad. Ello permitirá identificar con mayor precisión qué tipo de conocimiento ponen en juego los docentes al resolver problemas de comparación de razones y de qué manera se articula con su práctica profesional.

LIMITACIONES

Una limitante identificada en la metodología del proyecto fue la validación del instrumento, ya que únicamente se enfocó en una prueba piloto, siendo apropiado someterla a la validación por juicio de expertos. A parte de contar con una muestra mayor, sería importante contar con criterios de selección más rigurosos. Que pueda ayudar a encontrar una correlación entre el contenido que están manejando en sus aulas y la manera de resolver los problemas. No obstante, a pesar de no poder generalizar los resultados se puede hacer un refinamiento de las estrategias profundizando en otra investigación si los docentes son capaces de realizar otra estrategia.

REFERENCIAS

Balderas, R., Block, D. y Guerra, T. (2014). Sé cómo se hace, pero no por qué: Fortalezas y debilidades de los saberes sobre proporcionalidad de maestros de secundaria. *Educación Matemática, 26*(2), 7-32. https://doi.org/10.24844/EM2602.01

Barrios-Gárciga, O. y Diez-Fumero, T. (2018). Estrategias: Una sistematización de definiciones en el campo educacional. *VARONA*, *Revista Científico-Metodológica,* (Edición especial), 1–7. https://www.redalyc.org/journal/3606/360672109019/360672109019.pdf

Block, D. (2022). *Más de uno, pero menos de dos: La enseñanza de las fracciones y los decimales en la educación básica. Otra vía en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Taberna Libraria Editores.

Buforn, Á., Llinares, S. y Fernández, C. (2018). Características del conocimiento de los estudiantes para maestros españoles en relación con la fracción, razón y proporción. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 23*(76), 229–251. https://www.scielo.org.mx/pdf/rmie/v23n76/1405-6666-rmie-23-76-229.pdf

Cohen, L. y Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa.* Madrid, España: La Muralla.

Cruz-Márquez, E., Díaz-Espinoza, I. A. y Juárez-López, J. A. (2024). Exploring the primary school teachers' reasoning and individuals with limited education when solving false proportionality problems. *International Journal of Instruction, 17*(4), 59-78. https://doi.org/10.29333/iji.2024.1744a

D'Amore, B., Fandiño-Pinilla, M. I., Marazzani, I. y Sarrazy, B. (2019). *El contrato didáctico en Educación Matemática.* México: NEISA.

Dragone, L., Temperman, G. y De Lievre, B. (2022). Teaching proportionality: Teachers' conceptions and reported practices. *Annals of the University of Craiova, 44*(2), 7-20.

Ekawati, R, Lin, F. L. y Yang, K. L. (2015). Primary teachers´ knowledge for teaching ratio and proportion in mathematics: The case of Indonesia. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 11*(3), 513-533.

Fernández, C. y Llinares, S. (2012). Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la educación primaria y secundaria. *Enseñanza de las Ciencias, 30*(12), 120-142.

Godino, J. D. y Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Edumat-Maestro*s*. http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/

Mayorga Pacheco, J. A. (2011). *Estrategias de tipo relativo en la resolución de problemas sobre situaciones de comparación de razones: una propuesta didáctica* [Tesis de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional].

Mochón, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Educación Matemática, 24*(1), 133-157.

Monje-Parrilla, J. y Gómez-Alfonso, B. (2019). Rutas cognitivas de futuros maestros ante una situación comparativa de razones desiguales. *Enseñanza de las Ciencias, 37*(2).151-172. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2606

Nugraha, Y., Sa'dijah, C., Susiswo y Chandra, T. D. (2023). Proportional and non-proportional situation: How to make sense of them. *International Journal of Educational Methodology, 9*(2), 355–365. https://doi.org/10.12973/ijem.9.2.355

Obando, G., Vasco, C. E., y Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*(1), 59-81. https://doi.org/10.12802/relime.13.1713

Pişkin-Tunç, M. (2020). Investigation of middle school students' solution strategies in solving proportional and non-proportional problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education.* https://doi.org/10.16949/turkbilmat.560349

Rodríguez, M. A. y Rodríguez, A. (2011). La estrategia como resultado científico de la investigación educativa. En N. de Armas y A. Valle (Eds.), *Resultados Científicos en la Investigación Educativa* (pp. 22-40). Editorial Pueblo y Educación. https://es.scribd.com/document/812701925/Estrategia

Valverde-Soto, A. G., y Castro-Martínez, E. (2009). Actuaciones de maestros en formación en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 523-531). Santander: SEIEM.https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3629215

ANEXO 1

Participante	Género	Formación	Años de servicio	Asignaturas que imparte
P1	Masculino	Licenciatura en Ingeniería.	2	Pensamiento matemático 1, Razonamiento matemático y Mecatrónica
P2	Femenino	Licenciatura en Matemáticas Aplicadas	4	Razonamiento Matemático
P3	Femenino	Licenciatura en Matemáticas Aplicadas	18	Geometría
P4	Femenino	Licenciatura en Matemáticas Aplicadas	16	Álgebra 1 y 2, Trigonometría, Funciones Algebraicas y trascendentales, Cálculo y Modelación Matemática
P5	Masculino	Licenciatura en Matemáticas	2	Cálculo, Geometría analítica y Temas selectos de Matemáticas
P6	Femenino	Especialidad en didáctica de las matemáticas	18	Cálculo y Preparación para Olimpiadas matemáticas
P7	Masculino	Licenciatura en Matemáticas	7	Cálculo, Álgebra y Temas selectos de matemáticas
P8	Femenino	Maestría en enseñanza de ciencias exactas	14	Cálculo integral y Probabilidad y estadística
P9	Masculino	Licenciatura en Arquitectura	10	Geometría y trigonometría, Probabilidad y estadística y Pensamiento matemático
P10	Masculino	Licenciatura en Física	38	Física, matemáticas 1, 2, 3 y 4, cálculo diferencial e integral

ANEXO 2

Formación: ______________________ **Años de servicio:** _______________________

Género: __________________________ **Materias que imparte:** __________________

Instrucción: Resuelva los siguientes problemas escribiendo el procedimiento lo más detallado posible.

1. En 2020, la atleta Ana corría 100 m en 18 segundos y el atleta Luis en 20 segundos. Después de un año de entrenamiento, Ana logró correr los 100 m en 15 segundos y Luis en 17 segundos. ¿Cuál de los dos mejoró su rendimiento?

2. Fernando tiene dos automóviles y quiere modificar uno de los dos.

Automóvil	Rendimiento actual (Km/L)	Rendimiento modificado (Km/L)
A	25 km/L	40 km/L
B	30 km/L	45 km/L

¿Cuál auto le conviene modificar a Fernando?

3. A la familia de Juan le gusta comer yogurt de distintas marcas. Su esposa fue al supermercado y compró la marca A, en una presentación de 20 unidades, pero Juan ya había comprado la marca B con 12 unidades en un supermercado diferente, como se muestra en las siguientes imágenes. ¿Qué marca les conviene volver a comprar si consumen más yogurt de fresa?

Marca A

Marca B

4. Alberto y Alondra revisaron el registro de partidas que jugaron en un videojuego, decidieron comparar la cantidad de partidas y victorias que obtuvieron en el juego hasta el momento, al final estos fueron los resultados:

Nombre	Partidas	Victorias
Alberto	784	424
Alondra	101	59

a) ¿Quién es mejor en el juego? Explica tu respuesta

b) ¿Cuántas victorias tendría Alondra si jugara 784 partidas?

Sahian Ivette Uscanga-Alvarez
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
ua225470032@alm.buap.mx

Yeimi Durán-Vargas
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
dv225470022@alm.buap.mx

Félix Alberto Gauna-Martínez
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
gm225470024@alm.buap.mx

Andrea Iedani Gutiérrez-Carrada
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
gc225470026@alm.buap.mx

Daniel Giles-Cuanenemi
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
gc225470025@alm.buap.mx

José Antonio Juárez-López
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México
jajul1969@gmail.com

ISSN: 2603-9982

Rodríguez-Baiget, M.J., Villarraga-Rico, M.E., Rodríguez-Baiget, D. y Arjona Aranda, G. (2026). ¿Cómo intervenir ante errores en Matemáticas? Un estudio con futuros maestros de educación Primaria*, Educación y Sociedad, 9*(1), 19-33

¿CÓMO INTERVENIR ANTE ERRORES EN MATEMÁTICAS? UN ESTUDIO CON FUTUROS MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

María Josefa Rodríguez-Baiget, Universidad de Córdoba, España

Miguel Ernesto Villarraga-Rico, Universidad de Salamanca, España

Débora Rodríguez-Baiget, Universidad Nacional de Educación a Distancia, España

Gregorio Arjona Aranda, Universidad de Málaga, España

Resumen

La formación inicial de maestros debe incluir conocimiento didáctico para interpretar el pensamiento matemático del alumnado. Este estudio analiza cómo 45 estudiantes de magisterio interpretan y responden al error de un alumno al calcular áreas con decimales. Predominan intervenciones de bajo nivel, centradas en reexplicaciones y práctica, con poca atención a la comprensión conceptual. También aparece una desconexión entre el diagnóstico del error y la ayuda propuesta. El estudio subraya la necesidad de secuencias formativas que utilicen el análisis de errores para desarrollar el conocimiento didáctico del contenido.

Palabras clave: *Conocimiento didáctico del contenido, Profesional noticing, Análisis de errores, Formación de profesores, Educación primaria*.

How to intervene in mathematics errors? A study with future primary school teachers.

Abstract

Initial teacher training should include pedagogical knowledge for interpreting students' mathematical thinking. This study analyzes how 45 student teachers interpret and respond to a student's error in calculating areas with decimals. Low-level interventions predominate, focused on re-explanation and practice, with little attention to conceptual understanding. A disconnect also emerges between the diagnosis of the error and the support offered. The study underscores the need for training sequences that utilize error analysis to develop pedagogical content knowledge.

Keywords: *Pedagogical content knowledge, Professional noticing, Error analysis, Teacher training, Primary education.*

Recibido: 11/04/2026; Aceptado:27/04/2026

INTRODUCCIÓN

La formación inicial de docentes en educación primaria constituye un proceso complejo que debe equilibrar dos dimensiones esenciales e interdependientes: por un lado, el dominio sólido de los contenidos matemáticos que conforman el currículo escolar; y por otro, el desarrollo sistemático del conocimiento especializado que permite transformar ese saber disciplinar en experiencias de aprendizaje significativas para los estudiantes. Esta dualidad formativa ha sido objeto de reflexión teórica y empírica durante las últimas cuatro décadas, generando un consenso creciente respecto a la insuficiencia de concebir la preparación docente únicamente como la acumulación de conocimientos matemáticos avanzados.

En este contexto, diversos estudios de investigación han destacado la centralidad del conocimiento didáctico del contenido —conocido en la literatura anglosajona como *Pedagogical Content Knowledge* o PCK— como componente nuclear del saber profesional del profesorado de matemáticas. Este constructo, introducido originalmente por Shulman (1986, 1987) en su célebre programa de investigación sobre el conocimiento docente, se define como "el conocimiento especial que poseen los profesores experimentados y que fusiona el conocimiento de la materia y la pedagogía" (Shulman, 1986, p. 9), distinguiéndose así tanto del mero dominio disciplinar como de las competencias pedagógicas genéricas.

El PCK engloba, entre otros elementos, la capacidad de interpretar con precisión las producciones matemáticas de los alumnos —reconociendo tanto sus concepciones correctas como sus errores sistemáticos—, la habilidad para identificar las dificultades de aprendizaje más frecuentes asociadas a determinados contenidos, y la destreza para diseñar intervenciones didácticas apropiadas que respondan a las necesidades específicas de los estudiantes. Posteriormente, Deborah Ball y sus colaboradores en el proyecto Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) de la Universidad de Michigan (Ball et al., 2008) desarrollaron operativamente esta noción, descomponiéndola en subdominios específicos que permiten su evaluación y desarrollo en programas de formación de profesores. La relevancia de este constructo radica en que proporciona un marco conceptual robusto para comprender qué saben los docentes de matemáticas, cómo ese saber se manifiesta en la práctica instruccional y cómo puede potenciarse desde la formación inicial.

Una competencia fundamental en el repertorio profesional del docente de matemáticas consiste en la capacidad de interpretar el pensamiento matemático de sus estudiantes, es decir, de acceder a sus procesos de razonamiento a través de las manifestaciones externas de su trabajo. Esta competencia interpretativa adquiere una relevancia particular en el contexto de la enseñanza cotidiana, donde los profesores se enfrentan de manera recurrente a producciones estudiantiles que desvían de las soluciones esperadas o correctas. En estas situaciones, el análisis de soluciones incorrectas no se concibe como mero ejercicio de corrección, sino como una oportunidad privilegiada para comprender la lógica subyacente al razonamiento del alumno y, sobre esta base, orientar de manera pertinente su proceso de aprendizaje (Jacobs et al., 2010). Esta aproximación demanda del docente una escucha activa, una actitud de investigación ante la práctica y la disponibilidad para suspender juicios apresurados sobre la calidad del trabajo estudiantil.

El análisis de errores constituye, en este sentido, una herramienta formativa de notable potencial tanto para la práctica docente en ejercicio como para los programas de formación inicial de profesores. Desde la perspectiva de la investigación en educación matemática, examinar los errores permite acceder a las concepciones alternativas, los esquemas de pensamiento y los procedimientos espontáneos que los estudiantes movilizan al abordar tareas matemáticas (Borasi, 1996; Rico et al., 2011; Martínez et al, 2024). Paralelamente, esta práctica analítica favorece el desarrollo de habilidades de diagnóstico didáctico, esto es, la capacidad de identificar no solo qué produce el estudiante, sino por qué lo produce y qué implicaciones tiene ello para la planificación de la enseñanza. Como señaló Raffaella Borasi (1996) en su influyente trabajo sobre la reconceptualización del error en matemáticas, resulta imprescindible establecer en el aula un ambiente de aprendizaje compatible con esta aproximación, lo cual implica un cambio de paradigma que traslada el énfasis "del producto al proceso" (p. 7) y promueve una actitud de aceptación hacia los errores como oportunidades genuinas de aprendizaje, en lugar de meros indicadores de fracaso o de ausencia de conocimiento.

No obstante, la realidad de los programas de formación inicial de maestros presenta con frecuencia un desajuste preocupante respecto a estas demandas del ejercicio profesional. En numerosas propuestas curriculares, el énfasis formativo se sitúa predominantemente en la resolución de problemas matemáticos desde la perspectiva del futuro docente como resolutor, mientras que se presta una atención considerablemente menor a la interpretación de producciones de alumnos reales o simulados y al diseño de respuestas pedagógicas diferenciadas (Rico et al., 2011; Godino et al., 2004). Esta asimetría genera una formación desequilibrada, donde el dominio de los contenidos matemáticos no se articula sistemáticamente con el desarrollo del conocimiento didáctico necesario para enseñarlos.

Esta desconexión entre la teoría matemática y la práctica docente ha sido identificada de manera recurrente como una de las principales deficiencias estructurales en los programas de formación de maestros de educación primaria en el contexto español. Diversos estudios han señalado que en estas titulaciones predominan los aspectos pedagógicos generales —válidos para cualquier área curricular— sobre la didáctica específica de las matemáticas, es decir, aquella que integra el conocimiento disciplinar con las particularidades del aprendizaje y la enseñanza de esta materia (Rico et al., 2011; Hernández Suárez et al., 2002; Russo y Hopkins, 2026). Esta situación configura un escenario en el que los egresados acceden a las aulas con sólidas competencias matemáticas personales, pero con limitadas herramientas para comprender el pensamiento de sus estudiantes y para transformar ese conocimiento en prácticas de enseñanza efectivas.

Con el propósito de contribuir al desarrollo de estas competencias profesionales de manera sistemática y fundamentada, se diseñó una actividad formativa que sitúa a los estudiantes del grado en Educación Primaria en el rol de docente responsable de analizar la respuesta matemática de un alumno y tomar decisiones sobre cómo intervenir pedagógicamente. Esta aproximación metodológica se fundamenta en el concepto de *aproximaciones de la práctica* (*approximations of practice*), desarrollado por Grossman y sus colaboradores en el ámbito de la formación de profesores (Grossman et al., 2009). Según estos autores, las aproximaciones de la práctica constituyen "oportunidades para participar en prácticas que son más o menos próximas a las prácticas de una profesión" (p. 2055), permitiendo que los futuros docentes experimenten situaciones de enseñanza en entornos controlados de menor complejidad antes de enfrentarse a la realidad impredecible del aula. La metáfora que emplean Grossman et al. (2009) resulta ilustrativa: se trata de "aprender a hacer kayak en aguas tranquilas" antes de aventurarse en las olas del océano, es decir, de practicar componentes aislados de la enseñanza en condiciones que reducen la sobrecarga cognitiva y emocional inherente a la práctica real.

La innovación didáctica que se propone se sustenta en el principio de aproximar la formación inicial a situaciones auténticas de la práctica docente, promoviendo que los futuros maestros desarrollen progresivamente habilidades de interpretación de producciones estudiantiles, diagnóstico de dificultades de aprendizaje y toma de decisiones didácticas fundamentadas. Este enfoque se alinea conceptualmente con el constructo de *professional noticing*, definido por Jacobs et al. (2010) como "un conjunto de tres habilidades interrelacionadas: (a) prestar atención a las estrategias de los niños, (b) interpretar sus comprensiones, y (c) decidir cómo responder basándose en esas comprensiones" (p. 169). En el contexto iberoamericano, Llinares (2013) ha caracterizado esta competencia como "la capacidad de identificar e interpretar elementos relevantes de las producciones de los estudiantes para tomar decisiones informadas" (p. 76), destacando su papel central en el desarrollo de la identidad y la competencia docente en matemáticas. Desde una perspectiva complementaria, el trabajo de Santagata y Guarino (2011) ha evidenciado que las intervenciones formativas centradas en el análisis de videos de prácticas reales de aula —denominadas *lesson analysis*— permiten a los futuros docentes desarrollar capacidades de observación sistemática y razonamiento basado en evidencia, elementos constitutivos del *noticing* profesional.

La actividad diseñada integra de manera articulada tres dimensiones fundamentales del conocimiento docente: (1) el conocimiento matemático para la enseñanza (*Mathematical Knowledge for Teaching*, MKT), desarrollado por Ball y sus colaboradores (Ball et al., 2008), que incluye específicamente el análisis de respuestas de estudiantes y la identificación de patrones de error característicos; (2) el conocimiento didáctico del contenido (*Pedagogical Content Knowledge*, PCK), conceptualizado por Shulman (1987), que permite diseñar intervenciones pedagógicas adaptadas a las necesidades específicas de los aprendices; y (3) la competencia de *noticing* profesional, investigada por Sherin y van Es (2009) y Llinares (2013), que capacita al docente para leer de manera experta las situaciones de aprendizaje y actuar en consecuencia de forma fundamentada. La integración de estas dimensiones permite superar la tradicional dicotomía entre contenido y pedagogía que ha caracterizado históricamente la formación de profesores, promoviendo una preparación integrada que responde a las complejidades de la enseñanza matemática contemporánea (Hu et al., , 2024). En esta línea, Maz-Machado (2018) ha señalado que el ejercicio efectivo de la docencia en Educación Primaria requiere la conjunción armónica de competencias matemáticas, competencias docentes específicas y competencias profesionales de carácter transversal. El objetivo central de esta innovación consiste en favorecer el desarrollo del conocimiento didáctico del contenido en futuros maestros de Educación Primaria mediante una actividad centrada específicamente en el análisis de producciones erróneas de alumnos, entendidas como ventanas de acceso al pensamiento matemático de los estudiantes.

MÉTODO

La actividad se implementó con un grupo de 45 estudiantes de tercer curso del grado en Educación Primaria de una universidad pública ubicada en la comunidad autónoma de Andalucía, España. El contexto curricular correspondía a una asignatura obligatoria de la mención en Didáctica de las Matemáticas, impartida durante el primer cuatrimestre del curso académico. Previamente a la diseñada, se realizó un diagnóstico formativo a partir de diversas tareas desarrolladas en las sesiones presenciales de prácticas de la asignatura, con el objetivo de caracterizar el estado inicial de las competencias profesionales del grupo.

El análisis cualitativo de las producciones escritas de los estudiantes, complementado con el registro de las discusiones grupales mantenidas en el aula, puso de manifiesto un patrón consistente: ante situaciones vinculadas a contenidos matemáticos propios del currículo de educación primaria, los participantes tendían a situarse predominantemente en el rol de *estudiantes que resuelven problemas*, más que en el de *futuros docentes que analizan, interpretan y orientan el aprendizaje de otros*. Esta orientación ego-céntrica —término empleado por Mason (2002) para describir la dificultad de descentrarse de la propia perspectiva— se manifestó de manera particularmente evidente cuando se propusieron actividades relacionadas con errores o dificultades de alumnos de educación primaria. En estos casos, las respuestas se centraban mayoritariamente en la obtención del resultado correcto, en la aplicación del procedimiento matemático convencional o en la identificación superficial del error, sin considerar de manera explícita la interpretación del razonamiento subyacente del alumno ni la planificación de una intervención didáctica fundamentada. Este diagnóstico inicial, coherente con las evidencias reportadas en la literatura internacional (Morris et al, 2009; Son y Crespo, 2009), motivó el diseño de la actividad que se presenta a continuación, orientada precisamente a favorecer que los estudiantes paraeducadores adopten progresivamente una *mirada profesional* (*professional vision*) propia del ejercicio docente (Sherin y van Es, 2009).

Descripción de la tarea

A los participantes se les presentó, de manera individual y por escrito, la resolución de un problema de cálculo de área realizada por un alumno ficticio de quinto curso de educación primaria. La producción contenía un error sistemático en la multiplicación de un número decimal por un entero (7 cm × 3,5 cm = 21,35 cm²), resultado de una aplicación incorrecta del algoritmo de multiplicación que ignoraba el valor posicional de las cifras decimales. En lugar de solicitar a los futuros maestros que simplemente corrigieran el cálculo o evaluaran la validez de la respuesta, se les planteó una tarea orientada explícitamente al análisis didáctico de la producción estudiantil.

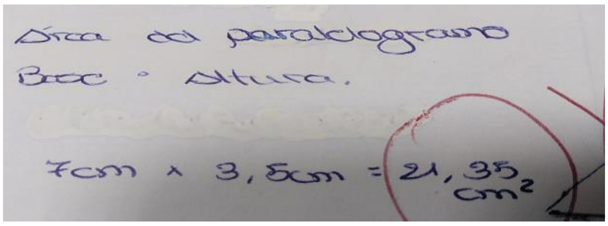

Figura 1. Producción del alumno presentada a los participantes

Concretamente, se solicitó a los estudiantes universitarios que respondieran por escrito a las siguientes cuatro cuestiones secuenciales:

1. Explicar el procedimiento seguido por el alumno en la resolución del problema.
2. Indicar las posibles razones por las que el alumno pudo haber respondido de ese modo.
3. Formular qué le dirían al alumno al revisar conjuntamente su respuesta.
4. Proponer una intervención didáctica para ayudarle a comprender el procedimiento correcto.

Este diseño de cuatro fases buscaba desplazar progresivamente el foco atencional de la actividad: desde la mera resolución del problema matemático hacia la interpretación del razonamiento del alumno, y desde esta hacia la toma de decisiones didácticas informadas.

De este modo, la tarea situaba a los estudiantes de magisterio en una *situación profesional simulada* (*simulated teaching situation*), en la que debían asumir temporalmente el rol de docente que analiza una producción auténtica de un alumno y decide cómo intervenir pedagógicamente para favorecer su aprendizaje.

Dimensiones formativas de la actividad

La actividad diseñada permite trabajar de manera integrada diversas dimensiones relevantes para el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas, tal como se sintetiza en la Tabla I:

Tabla 1. *Dimensiones formativas integradas en la actividad*

Dimensión	Descripción	Fundamento teórico
Interpretación del pensamiento matemático	Reconstrucción del procedimiento seguido por el estudiante y comprensión de la lógica interna de su respuesta	*Professional noticing* (Jacobs et al., 2010)
Diagnóstico didáctico	Identificación de las posibles causas del error y dificultades de aprendizaje asociadas	Conocimiento de los estudiantes (Ball et al., 2008)
Comunicación pedagógica	Formulación de intervenciones verbales apropiadas para la revisión del trabajo del alumno	*Discourse-based instruction* (Chapin, O'Connor y Anderson, 2009)
Diseño de intervenciones	Propuesta de acciones didácticas para la reconstrucción del aprendizaje	Conocimiento didáctico del contenido (Shulman, 1987)

Fuente: Elaboración propia

En primer lugar, la tarea promueve la interpretación del pensamiento matemático del alumno, ya que los participantes deben reconstruir el procedimiento seguido por el estudiante ficticio y comprender la lógica —errónea desde la perspectiva matemática formal, pero coherentemente construida desde la experiencia del alumno— de su respuesta. Este tipo de análisis contribuye a desarrollar la capacidad de leer las producciones de los estudiantes no únicamente en términos dicotómicos de acierto o error, sino como manifestaciones de determinadas estrategias de cálculo, concepciones numéricas o reglas de sentido que el alumno ha construido a partir de su trayectoria escolar (Empson y Jacobs, 2008).

En segundo lugar, la actividad favorece el desarrollo de habilidades de diagnóstico didáctico, al requerir a los futuros maestros que identifiquen y argumenten las posibles causas del error observado. Este proceso implica reflexionar sobre las dificultades epistemológicas que pueden surgir en el aprendizaje de determinados contenidos matemáticos —en este caso, la multiplicación con decimales— y sobre las interpretaciones idiosincrásicas que los estudiantes pueden realizar de los procedimientos algorítmicos escolares. La identificación de estos *patrones de error* (*error patterns*) constituye un componente esencial del conocimiento matemático para la enseñanza (Ball et al., 2008).

En tercer lugar, la actividad introduce a los participantes en la comunicación pedagógica con el alumno, ya que deben formular explícitamente qué le dirían al estudiante al revisar su respuesta. Este aspecto resulta fundamental en la práctica docente efectiva, puesto que la forma en que el profesor aborda los errores —desde la corrección directa hasta la indagación de la estrategia del alumno— influye decisivamente en las oportunidades de aprendizaje que se generan y en el clima afectivo de la clase (Borasi, 1996; Stockero y Van Zoest, 2013). La formulación de esta intervención verbal requiere que los futuros docentes anticipen la respuesta posible del alumno y ajusten su lenguaje a la comprensión del niño, desarrollando así competencias de comunicación matemática específicas del rol docente.

RESULTADOS

Análisis de las propuestas de intervención didáctica (ítem 4)

El análisis del ítem 4, referido a las acciones que los participantes llevarían a cabo para ayudar al alumno, permite explorar con mayor profundidad el tipo de conocimiento didáctico que movilizan los futuros maestros. A diferencia de los ítems anteriores, centrados en la interpretación del procedimiento y la atribución de causas del error, esta pregunta exige formular una propuesta de intervención, lo que la convierte en un indicador relevante del grado en que los participantes adoptan una perspectiva profesional orientada a la enseñanza.

Predominio de intervenciones generales y procedimentales

Un primer resultado destacable es el predominio de respuestas que plantean intervenciones de carácter general, con escaso nivel de concreción. Entre las propuestas más frecuentes se encuentran expresiones como “explicárselo de nuevo”, “hacerlo paso a paso” o “practicar con más ejercicios similares”. Estas respuestas reflejan una disposición a intervenir ante el error, pero no siempre especifican cómo se abordaría el contenido matemático implicado ni de qué manera se adaptaría la ayuda al razonamiento del alumno.

En muchos casos, la intervención se concibe como una reexplicación del algoritmo o como un refuerzo mediante la repetición, lo que sugiere una visión de la enseñanza centrada en la transmisión del procedimiento correcto y en la práctica como mecanismo principal de aprendizaje.

Intervenciones centradas en el acompañamiento afectivo

Junto a las respuestas de carácter procedimental, se identificó un conjunto de producciones en las que la ayuda propuesta se sitúa principalmente en un plano afectivo y de acompañamiento. En estas respuestas, los participantes destacan la importancia de generar un clima de confianza, mostrarse disponibles ante las dudas del alumno y transmitirle seguridad en su capacidad de mejora.

Por ejemplo, uno de los participantes señala que preguntaría al alumno si tiene dudas, le explicaría que ha cometido un error y le indicaría que puede consultar cualquier dificultad en cualquier momento, enfatizando que “con trabajo y apoyo podemos solucionarlo”.

Este tipo de respuestas pone de manifiesto una sensibilidad pedagógica positiva, orientada al acompañamiento del alumno, aunque no siempre se concreta en una estrategia específica para abordar el error desde el punto de vista matemático.

Escasa presencia de intervenciones conceptualmente fundamentadas

En contraste con las categorías anteriores, son menos frecuentes las respuestas que proponen intervenciones centradas en la comprensión del contenido matemático. En estos casos, algunos participantes sugieren estrategias como descomponer el número decimal en sus partes (por ejemplo, considerar 3,53 como 3+0,53), trabajar el significado de la coma decimal o utilizar ejemplos y representaciones que permitan al alumno reconstruir el sentido de la operación.

Este tipo de propuestas resulta especialmente relevante, ya que conecta directamente el error del alumno con una intervención orientada a la comprensión, y no únicamente a la corrección del procedimiento. Sin embargo, su presencia minoritaria indica que este tipo de conocimiento didáctico más elaborado aún no está ampliamente desarrollado entre los participantes.

Relación entre el diagnóstico del error y la intervención propuesta

Otro aspecto relevante del análisis es la relación entre la interpretación del error (ítems 1 y 2) y la ayuda propuesta en el ítem 4. Se observa que, en numerosos casos, aunque los participantes logran identificar de manera aproximada el procedimiento seguido por el alumno, la intervención sugerida no se vincula explícitamente con dicho diagnóstico.

Así, es frecuente que, tras reconocer que el alumno ha separado indebidamente la parte entera y decimal del número, la propuesta de ayuda consista simplemente en repetir el algoritmo o realizar más ejercicios, sin abordar directamente la idea errónea que subyace a su razonamiento. Solo en un número reducido de respuestas se aprecia una coherencia clara entre diagnóstico e intervención, en la que la ayuda propuesta se orienta específicamente a superar la dificultad identificada.

Modelos implícitos de enseñanza en las respuestas

El análisis del ítem 4 permite también identificar distintos modelos implícitos de enseñanza que subyacen en las respuestas de los participantes. En particular, se observan tres tendencias principales:

- Un **modelo transmisivo**, en el que el aprendizaje se concibe como resultado de la explicación del profesor y la correcta aplicación del procedimiento.
- Un modelo basado en la práctica, donde la mejora del alumno se atribuye a la repetición de ejercicios similares.
- Un modelo de acompañamiento, centrado en el apoyo afectivo y la disponibilidad del docente.

Frente a estos enfoques, menos frecuentes, se encuentran respuestas que reflejan un modelo más comprensivo o constructivo, en el que el error del alumno se considera un punto de partida para reconstruir el significado matemático mediante preguntas, descomposición de números o el uso de representaciones.

Con el fin de sintetizar el análisis del ítem 4, se elaboró una clasificación de las intervenciones propuestas por los futuros maestros en función de su grado de concreción y de su orientación didáctica. Como se muestra en la Tabla 2, predominan las respuestas centradas en la reexplicación del procedimiento y en la práctica adicional, mientras que las intervenciones orientadas a la comprensión del contenido matemático o al uso de representaciones aparecen con menor frecuencia.

Tabla 2. *Clasificación de las intervenciones propuestas por los futuros maestros en el ítem 4*

Categoría	**Descripción**	**Rasgos característicos en las respuestas**	**Nivel de elaboración didáctica**
Ayuda general e inespecífica	Expresión de intención de ayudar sin detallar cómo se abordará el error	"Le ayudaría", "se lo explicaría mejor", "haría que lo entendiera"	Bajo
Reexplicación procedimental	La intervención consiste en volver a mostrar el algoritmo correcto	"Se lo explicaría paso a paso", "le enseñaría cómo multiplicar decimales"	Bajo-medio
Refuerzo mediante práctica	Se propone repetir ejercicios similares para consolidar el aprendizaje	"Haría más operaciones", "practicaríamos ejercicios parecidos"	Bajo-medio
Acompañamiento afectivo	Se enfatiza el apoyo emocional, la confianza y la disponibilidad del docente	"Puede preguntarme", "con trabajo y apoyo lo conseguiremos"	Medio
Intervención guiada	El docente acompaña mediante preguntas o revisión conjunta del procedimiento	"Le preguntaría qué hizo", "lo haríamos juntos", "revisaríamos el error"	Medio
Intervención conceptual	La ayuda se orienta a reconstruir el significado matemático del contenido	"Separaría 3,5 en 3 y 0,5", "trabajaría el valor de la coma decimal"	Alto
Uso de representaciones o recursos	Se incorporan materiales, dibujos o ejemplos visuales para favorecer la comprensión	"Usaría material manipulativo", "lo representaría visualmente"	Alto

Fuente: Elaboración propia

La Figura 2 muestra el nivel de elaboración didáctica de las intervenciones propuestas, evidenciando una concentración en los niveles bajos e intermedios, correspondientes a respuestas de carácter general o procedimental, frente a una menor presencia de intervenciones conceptualmente fundamentadas. Los valores representados en el eje horizontal no corresponden a frecuencias ni a medidas cuantitativas, sino a una escala ordinal construida con fines analíticos para representar el grado de elaboración didáctica de las intervenciones propuestas.

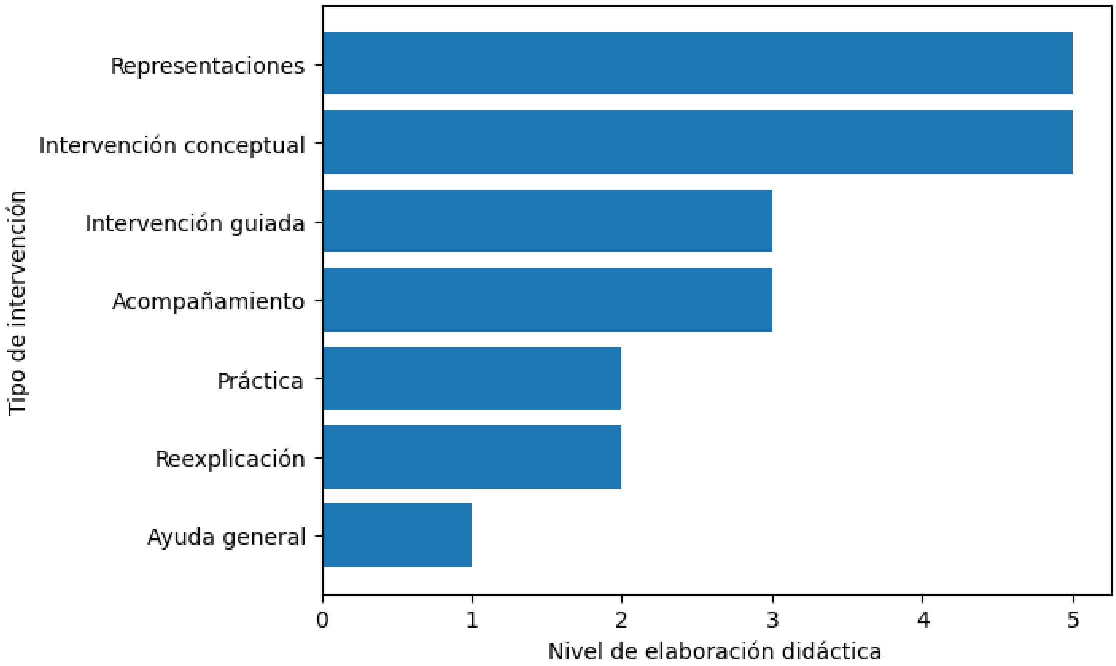

Figura 2. Continuo de elaboración didáctica del item 4. Fuente: Elaboración propia

Síntesis interpretativa

Los resultados del ítem 4 muestran que, aunque los futuros maestros manifiestan una clara disposición a ayudar al alumno y, en muchos casos, una actitud pedagógica positiva, las intervenciones propuestas se sitúan mayoritariamente en un nivel general o procedimental. Las estrategias más elaboradas, orientadas a la comprensión del contenido y ajustadas al razonamiento del alumno, aparecen de forma minoritaria.

Este resultado sugiere que el tránsito desde una concepción de las matemáticas como conjunto de procedimientos a una comprensión de la enseñanza como proceso de interpretación y reconstrucción del conocimiento del alumno se encuentra aún en desarrollo. En este sentido, el ítem 4 se revela como un indicador clave del grado en que los participantes comienzan a construir un conocimiento didáctico del contenido más sólido y orientado a la práctica profesional.

A partir del análisis se propone un modelo interpretativo de las intervenciones que presenta un continuo conceptual de las intervenciones propuestas por los futuros maestros, organizado en función de su nivel de elaboración didáctica (Figura 3). En el extremo izquierdo se sitúan las respuestas de carácter general o procedimental, mientras que en el derecho aparecen aquellas intervenciones que implican una reconstrucción del significado matemático. Esta representación permite sintetizar cualitativamente las tendencias observadas sin recurrir a una cuantificación de las respuestas.

Figura 3. Modelo interpretativo de las intervenciones didácticas. Fuente: Elaboración propia

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos, especialmente en relación con el ítem 4, permiten profundizar en el grado de desarrollo del conocimiento profesional de los futuros maestros, en particular en lo que respecta al conocimiento didáctico del contenido. Tal como se ha evidenciado, aunque los participantes muestran una disposición clara a intervenir ante el error del alumno, las propuestas de ayuda se sitúan mayoritariamente en un nivel general o procedimental, con escasa concreción en términos de intervención didáctica específica.

Desde la perspectiva del conocimiento didáctico del contenido, este resultado puede interpretarse como una manifestación de un estadio inicial en el desarrollo profesional. Según Shulman (1986, 1987), enseñar un contenido no implica únicamente dominarlo desde el punto de vista disciplinar, sino ser capaz de transformarlo en formas comprensibles para los alumnos, lo que incluye anticipar errores, interpretar producciones y diseñar estrategias de intervención ajustadas. En este sentido, las respuestas analizadas indican que los futuros maestros aún no movilizan de manera sistemática este tipo de conocimiento, especialmente en lo que se refiere a la transformación del error en una oportunidad de aprendizaje.

En la misma línea, los resultados pueden analizarse a la luz del modelo de Mathematical Knowledge for Teaching propuesto por Ball, Thames y Phelps (2008), que distingue entre distintos tipos de conocimiento necesarios para la enseñanza de las matemáticas. En particular, el ítem 4 pone en juego el denominado *knowledge of content and students* (conocimiento del contenido y de los estudiantes) y el *knowledge of content and teaching* (conocimiento del contenido y de la enseñanza). Las respuestas más generales o centradas en la repetición del algoritmo evidencian una movilización limitada de estos componentes, mientras que aquellas que proponen intervenciones basadas en la descomposición del número decimal o en la reconstrucción del significado matemático muestran un nivel más avanzado de este tipo de conocimiento.

Estos resultados coinciden con investigaciones previas que señalan la dificultad de los futuros docentes para interpretar los errores de los alumnos y diseñar intervenciones didácticas adecuadas (Even & Tirosh, 2002; Philipp, 2007). En muchos casos, los participantes identifican el error desde una perspectiva procedimental, pero no profundizan en las concepciones subyacentes ni en las dificultades conceptuales implicadas. Esto se traduce en propuestas de intervención centradas en la explicación o la práctica, más que en la reconstrucción del significado matemático.

Por otra parte, la presencia de respuestas centradas en el acompañamiento afectivo pone de manifiesto que los futuros maestros comienzan a desarrollar una sensibilidad pedagógica hacia el alumno, valorando la importancia del apoyo, la motivación y la generación de un clima de confianza. Este aspecto resulta relevante y positivo, ya que forma parte de la competencia docente. Sin embargo, como señalan diversos autores, el desarrollo de disposiciones afectivas debe ir acompañado de un conocimiento didáctico sólido que permita intervenir de manera eficaz sobre el aprendizaje matemático (Schoenfeld, 2010).

Un aspecto significativo es la escasa relación que, en muchos casos, se observa entre el diagnóstico del error y la intervención propuesta. Este resultado sugiere que los participantes aún no han integrado plenamente la idea de que la enseñanza debe partir del pensamiento del alumno. Desde una perspectiva constructivista, el error no debe ser simplemente corregido, sino comprendido como una manifestación de un sistema de ideas que puede y debe ser transformado mediante una intervención ajustada (Radatz, 1979).

La falta de correspondencia entre diagnóstico e intervención indica, por tanto, una dificultad en la articulación entre análisis y acción didáctica.

Los resultados refuerzan la necesidad de incorporar en la formación inicial del profesorado tareas que, como la presentada en este estudio, sitúen a los futuros maestros en el papel de docentes que deben interpretar, diagnosticar e intervenir. Este tipo de actividades favorece el desarrollo de una mirada profesional sobre el aprendizaje de las matemáticas, en la que el foco se desplaza desde la resolución de problemas hacia la comprensión del pensamiento del alumno y la toma de decisiones didácticas fundamentadas.

En este sentido, la actividad analizada constituye una herramienta valiosa para promover el desarrollo del conocimiento didáctico del contenido, al tiempo que permite identificar las dificultades que aún presentan los futuros maestros en la transición desde una perspectiva de estudiante hacia una perspectiva docente. Estos resultados sugieren la conveniencia de diseñar secuencias formativas que incluyan de manera sistemática el análisis de producciones de alumnos, la discusión de errores y la elaboración de propuestas de intervención, con el fin de fortalecer la conexión entre conocimiento matemático y práctica docente.

CONCLUSIONES

El estudio realizado pone de manifiesto las dificultades que presentan los estudiantes de tercer curso del grado en Educación Primaria para adoptar una perspectiva docente cuando se enfrentan a producciones erróneas de alumnos de educación primaria. A pesar de haber cursado formación previa en didáctica de las matemáticas, los participantes muestran una tendencia predominante a situarse en el rol de estudiantes que resuelven problemas, más que en el de futuros profesores que deben interpretar, diagnosticar e intervenir pedagógicamente.

Los resultados evidencian que las intervenciones didácticas propuestas por los futuros maestros se concentran mayoritariamente en niveles de elaboración bajos o intermedios, caracterizados por propuestas generales, reexplicaciones procedimentales o refuerzo mediante práctica repetida. Son significativamente menos frecuentes las intervenciones conceptualmente fundamentadas, orientadas a la reconstrucción del significado matemático del contenido o al uso de representaciones que favorezcan la comprensión del alumno. Esta distribución sugiere que el desarrollo del conocimiento didáctico del contenido y del *professional noticing* constituye un proceso gradual que requiere oportunidades sistemáticas de práctica en entornos controlados.

La actividad diseñada —fundamentada en las aproximaciones de la práctica y en el análisis de errores como ventanas de acceso al pensamiento estudiantil— se revela como una herramienta formativa pertinente para promover el tránsito hacia una mirada profesional. No obstante, los resultados indican que una sola experiencia de este tipo resulta insuficiente para consolidar competencias docentes sólidas. Se hace necesario, por tanto, diseñar secuencias formativas que integren de manera recurrente el análisis de producciones de alumnos, la discusión colectiva de errores y la elaboración de propuestas de intervención fundamentadas, permitiendo a los futuros maestros desarrollar progresivamente la capacidad de conectar diagnóstico con acción didáctica.

Este estudio contribuye a caracterizar el estado de desarrollo del conocimiento profesional en la formación inicial de maestros de educación primaria en el contexto español, identificando áreas de fortaleza —como la disposición afectiva hacia el acompañamiento del alumno— y aspectos que requieren mayor atención curricular, particularmente la articulación entre el dominio matemático y el diseño de intervenciones adaptadas al pensamiento del estudiante.

A pesar del interés de los resultados obtenidos, este estudio presenta algunas limitaciones que deben ser consideradas. En primer lugar, el análisis se basa en respuestas escritas ante una situación simulada, lo que no garantiza que las intervenciones propuestas se correspondan con la práctica real en el aula, donde intervienen factores contextuales y de interacción difíciles de anticipar (Grossman et al., 2009). Asimismo, el estudio se centra en un único contenido matemático y en un tipo específico de error, lo que limita la generalización de los resultados a otros ámbitos del currículo. Por otra parte, la categorización de las respuestas, aunque fundamentada en un análisis sistemático, conlleva un componente interpretativo que podría beneficiarse de procedimientos adicionales de validación, como la triangulación entre investigadores o el cálculo de fiabilidad Inter codificador.

Estas limitaciones abren diversas líneas para futuras investigaciones. Resultaría especialmente relevante ampliar el análisis a otros contenidos matemáticos y a diferentes tipos de errores, así como incorporar diseños metodológicos que permitan observar la actuación de los futuros docentes en contextos más próximos a la práctica, como el uso de vídeos de aula o simulaciones interactivas. Igualmente, sería conveniente desarrollar estudios longitudinales que analicen la evolución del conocimiento didáctico del contenido a lo largo de la formación inicial, así como explorar la influencia de variables como las creencias, la experiencia previa o la formación recibida. Este tipo de investigaciones contribuiría a profundizar en la comprensión de cómo se construye la competencia docente para interpretar el pensamiento matemático del alumnado y diseñar intervenciones didácticas ajustadas.

REFERENCIAS

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction: A focus on errors*. Ablex.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, grades K-6* (2nd ed.). Math Solutions.

Empson, S. B., & Jacobs, V. R. (2008). Learning to listen to children's mathematics. In D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 257-281). Sense Publishers.

Even, R., & Tirosh, D. (2002). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical learning. En L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 219–240). Lawrence Erlbaum Associates.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Proyecto Edumat-Maestros, Universidad de Granada.

Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E., & Williamson, P. (2009). Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record, 111*(9), 2055-2100.

Hernández Suárez, V. M., Ríos Villar, M. C., y Carrión Pérez, J. C. (2002). La formación inicial en matemáticas de los profesores de educación primaria y secundaria. En L. C. Contreras y L. J. Blanco (Eds.), *Formación del profesorado e investigación en educación matemática IV* (pp. 159-169). Universidad de Extremadura.

Hu, Z., Li, H., Liu, Y., & Su, X. (2024). The impact of teacher facilitation on students' mathematics learning in a problem-based learning environment: A metacognitive strategy perspective. *Humanities and Social Sciences Communications, 11*(1), 1-15. https://doi.org/10.1057/s41599-024-03520-0

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(2), 169-202. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.41.2.0169

Llinares, S. (2013). Professional noticing: A component of the mathematics teacher's professional practice. *Sisyphus—Journal of Education, 1*(3), 76-93.

Martínez Sánchez-Arévalo, B, González-García, R. y Fernández-Cézar, R. (2024). Competencia matemática y plan de mejora: evidencias desde el diagnóstico. *Matemáticas, Educación y Sociedad,* 7(2), 25-48

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. RoutledgeFalmer.

Maz-Machado, A. (2018). Investigando en el aula de matemáticas con los maestros en formación. En Rodríguez, A. y otros (Eds*.): Livro de Atas do EIEM 2018, Encontro em Investigação em Educação Matemática* (pp. 27-37). EIEM.

Morris, A. K., Hiebert, J., & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction: What can preservice teachers learn? *Journal for Research in Mathematics Education, 40*(5), 491-529. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.40.5.0491

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. En F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257–315). Information Age Publishing.

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 10*(3), 163–172. https://doi.org/10.2307/748804

Rico, L., Gómez, P., y Cañadas, M. C. (2011). Formación inicial en educación matemática de los maestros de Primaria en España, 1991-2010. *Revista de Educación, 363*, 1-16. https://doi.org/10.4438/1988-592X-RE-2011-362-152

Russo, J., & Hopkins, S. (2026). Designing and implementing a teacher professional learning program to support teachers' exercise of professional judgment to interpret and respond to student mathematical thinking. *Mathematics Education Research Journal, 38*(1), 1-25. https://doi.org/10.1007/s13394-024-00499-0

Santagata, R., & Guarino, J. (2011). Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM–Mathematics Education, 43*(1), 133-145. https://doi.org/10.1007/s11858-010-0292-3

Schoenfeld, A. H. (2010). How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications. *Routledge*.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education, 60*(1), 20-37. https://doi.org/10.1177/0022487108328155

Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (Eds.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1–22. https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Son, J. W., & Crespo, S. (2009). Prospective teachers' reasoning and response to a student's non-traditional strategy when dividing fractions. *Journal of Mathematics Teacher Education, 12*(4), 235-261. https://doi.org/10.1007/s10857-009-9112-5

Stockero, S. L., & Van Zoest, L. R. (2013). Characterizing pivotal teaching moments in beginning mathematics teachers' practice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*(2), 125-147. https://doi.org/10.1007/s10857-012-9222-3

María Josefa Rodríguez-Baiget

Universidad de Córdoba, España

m62robam@uco.es

Miguel Ernesto Villarraga-Rico

Universidad de Salamanca, España

MiguelVilla@usal.es

Débora Rodríguez-Baiget

Universidad Nacional de Educación a Distancia, España

debora369rodriguez@gmail.com

Gregorio Arjona Aranda

Universidad de Málaga, España

gregorio.arjona@uma.es

García-Suárez, J. (2026). Tareas de álgebra en Secundaria: progresión formal sin demanda cognitiva en libros de texto mexicanos. *Matemáticas, Educación y Sociedad, 9*(1), 34-47

ISSN: 2603-9982

TAREAS DE ÁLGEBRA EN SECUNDARIA: PROGRESIÓN FORMAL SIN DEMANDA COGNITIVA EN LIBROS DE TEXTO MEXICANOS

José García-Suárez, Universidad de Guadalajara, México

Resumen

Este estudio analiza las tareas de álgebra en libros de texto oficiales de secundaria en México, con el propósito de examinar la relación entre la progresión formal de los contenidos y la demanda cognitiva que promueven. Se adopta un enfoque cualitativo de análisis documental aplicado a 78 tareas, mediante una matriz basada en el análisis didáctico, la teoría de los registros de representación y el marco de demanda cognitiva. Los resultados evidencian un predominio de tareas procedimentales y una presencia limitada de actividades de alta demanda cognitiva. Asimismo, se identifica una progresión formal del contenido que no se acompaña de un incremento en la exigencia cognitiva, lo que sugiere una estabilidad en la naturaleza de la actividad matemática promovida.

Palabras clave: *álgebra, libro de texto, enseñanza secundaria, demanda cognitiva, análisis didáctico*

Secondary school algebra exercises: formal progression without cognitive demands in Mexican textbooks

Abstract

This study analyses algebra tasks in official secondary school textbooks in Mexico, with the aim of examining the relationship between the formal progression of content and the cognitive demands they entail. A qualitative approach to document analysis is adopted, applied to 78 tasks, using a matrix based on didactic analysis, the theory of representational registers, and the cognitive demand framework. The results show a predominance of procedural tasks and a limited presence of activities with high cognitive demands. Furthermore, a formal progression of content is identified is not accompanied by an increase in cognitive demands, suggesting a stability in the nature of the mathematical activity promoted.

Keywords: *algebra, textbook, secondary education, cognitive demands, didactic analysis*

Recibido: 12/04/2026; Aceptado:27/04/2026

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje del álgebra constituye uno de los desafíos más persistentes en la educación secundaria, no solo por la complejidad conceptual de sus contenidos, sino por las dificultades que enfrentan los estudiantes al transitar desde formas de pensamiento aritmético hacia estructuras de razonamiento más generales y abstractas (Kieran, 2007; Radford, 2014). Este tránsito no depende exclusivamente de la incorporación de nuevos objetos matemáticos, sino de las oportunidades de aprendizaje que se configuran en el aula, particularmente a través de las tareas que organizan la actividad matemática.

Desde esta perspectiva, el desarrollo del pensamiento algebraico implica más que la manipulación simbólica; supone la capacidad de establecer relaciones, interpretar expresiones, coordinar representaciones y justificar resultados de manera estructurada (Blanton y Kaput, 2005; Kieran, 2018; Küchemann, 1981). En consecuencia, la naturaleza de las tareas propuestas adquiere un papel central, en la medida en que delimita los procesos cognitivos que los estudiantes tienen oportunidad de movilizar.

Sin embargo, la evidencia empírica ha documentado de manera consistente una tensión entre los propósitos curriculares —orientados al razonamiento y la comprensión— y las prácticas escolares, que tienden a privilegiar la aplicación de procedimientos previamente establecidos (Arcavi, 2003; Drijvers, Doorman, Boon, Reed, & Gravemeijer, 2010). Esta situación se traduce en dificultades persistentes en la comprensión del lenguaje algebraico, así como en limitaciones para establecer conexiones entre diferentes formas de representación.

En este contexto, los libros de texto constituyen un dispositivo central en la organización de la enseñanza. Más allá de su función como recurso de apoyo, estos materiales estructuran la secuencia de contenidos, modelan formas de resolución y delimitan las prácticas matemáticas consideradas legítimas en el aula (Rezat y Sträßer, 2014). En sistemas educativos donde su uso es generalizado, como el mexicano, su influencia en la configuración de la actividad escolar resulta especialmente significativa.

La investigación en educación matemática ha consolidado el análisis de libros de texto como una línea relevante para comprender cómo se articulan el currículo prescrito y las oportunidades efectivas de aprendizaje (Burgos et al., 2023; Fan, 2013; Rezat et al., 2021). Diversos estudios han mostrado que los materiales curriculares tienden a privilegiar tareas centradas en la ejecución de procedimientos, con escasa presencia de actividades que promuevan la exploración, la argumentación o la construcción autónoma de estrategias (Schoenfeld, 2017; Stylianides, 2009).

En el ámbito específico del álgebra, esta problemática adquiere una relevancia particular. Investigaciones recientes han señalado que las tareas incluidas en libros de texto suelen concentrarse en la manipulación simbólica, con un uso limitado de situaciones que requieran generalizar, justificar o establecer relaciones entre representaciones (Namlı y Özçakır, 2024; Pincheira y Alsina, 2021). Asimismo, aunque se incorporan diversos registros de representación, su articulación se presenta generalmente de forma guiada, reduciendo las oportunidades para la construcción de significado (Duval, 2006).

A pesar de estos avances, la literatura muestra una limitación importante: la mayoría de los estudios analiza de manera fragmentada aspectos como el tipo de tareas, la demanda cognitiva o el uso de representaciones, sin abordar de manera integrada la relación entre estos elementos a lo largo de la progresión curricular.

Esta limitación adquiere una relevancia particular en el contexto mexicano reciente, a partir de la implementación de un modelo de libro de texto único para la educación secundaria (Secretaría de Educación Pública, 2024), que reorganiza el conocimiento escolar en torno a proyectos y campos formativos. En este escenario, el álgebra deja de presentarse como un dominio disciplinar explícito, lo que hace necesario analizar no solo su presencia, sino la forma en que se configura a través de las tareas.

En este marco, el presente estudio tiene como objetivo analizar las tareas de álgebra en libros de texto de educación secundaria en México con el fin de examinar la relación entre la progresión formal del contenido algebraico y la demanda cognitiva que estas tareas promueven.

De manera específica, el estudio tiene como objetivos:

- Caracterizar el tipo de tareas algebraicas propuestas en los libros de texto;
- Analizar el nivel de demanda cognitiva que dichas tareas movilizan;
- Examinar la organización y coordinación de los sistemas de representación implicados;
- Explorar la relación entre la complejidad formal del contenido y la naturaleza de la actividad matemática promovida.

MARCO TEÓRICO

El análisis de las tareas constituye un enfoque relevante para comprender la enseñanza de las matemáticas, en tanto permite acceder a las formas de actividad que se promueven en el aula y a las oportunidades de aprendizaje que se configuran para los estudiantes. En el caso del álgebra, este análisis resulta particularmente pertinente, debido a la naturaleza abstracta de sus objetos y a la complejidad de los procesos de significación que implica.

El desarrollo del pensamiento algebraico ha sido conceptualizado como un proceso que involucra la generalización de relaciones, la modelación de situaciones y la construcción de significados a través de diferentes sistemas de representación (Kaput, 2008; Kieran, 2007). Desde esta perspectiva, aprender álgebra no se reduce a la aplicación de técnicas, sino que implica participar en prácticas matemáticas que integran interpretación, argumentación y validación.

No obstante, diversos estudios han señalado que las tareas propuestas en contextos escolares tienden a centrarse en la ejecución de procedimientos, lo que limita el desarrollo de formas más complejas de razonamiento (Drijvers et al., 2010). Esta tendencia ha sido analizada a través del concepto de demanda cognitiva, entendido como el tipo de actividad intelectual que una tarea requiere.

El marco de Stein, Smith, Henningsen, y Silver (2009) distinguen entre tareas de bajo nivel, asociadas a la reproducción de procedimientos, y tareas de alto nivel, que implican procesos de conexión, razonamiento y resolución de problemas no rutinarios. Esta clasificación permite analizar no solo la dificultad de las tareas, sino el tipo de pensamiento matemático que se promueve.

Por otra parte, el análisis del álgebra requiere considerar la dimensión semiótica del conocimiento matemático. De acuerdo con Duval (2006), la comprensión de los objetos matemáticos depende de la coordinación de distintos registros de representación, tales como el simbólico, el gráfico o el tabular. Esta coordinación implica procesos de tratamiento y conversión, cuya complejidad influye directamente en la construcción de significado.

En el ámbito del álgebra, la articulación entre registros resulta fundamental, dado que las expresiones simbólicas no remiten directamente a referentes concretos. En este sentido, la capacidad de interpretar, transformar y relacionar representaciones constituye un elemento central del pensamiento algebraico.

Sin embargo, la investigación ha mostrado que, en muchos casos, la presencia de múltiples representaciones en los materiales didácticos no se traduce en una mayor comprensión, ya que su uso suele estar guiado por procedimientos preestablecidos. En consecuencia, la coordinación entre registros no se configura como una actividad cognitiva autónoma, sino como un paso dentro de secuencias de resolución previamente definidas.

A pesar de los avances en el análisis de tareas, la literatura presenta una limitación relevante: la tendencia a abordar de manera aislada dimensiones como la demanda cognitiva o el uso de representaciones. Esta fragmentación dificulta comprender cómo se articulan estos elementos en la configuración de la actividad matemática a lo largo de la progresión curricular.

Con base en estas consideraciones, el presente estudio adopta un enfoque que integra el análisis didáctico de tareas, el marco de demanda cognitiva y la teoría de los registros de representación, con el propósito de examinar de manera articulada la relación entre la complejidad del contenido algebraico y la naturaleza de la actividad matemática promovida en los libros de texto.

MÉTODO

Enfoque metodológico

El estudio se inscribe en un enfoque cualitativo, orientado a interpretar la naturaleza de la actividad matemática promovida por las tareas, más que a medir su frecuencia. No obstante, se incorporan datos de frecuencia como recurso descriptivo para identificar patrones en la distribución de las tareas, los cuales apoyan la interpretación cualitativa.

La metodología se fundamenta en el modelo de análisis didáctico de Rico, Lupiáñez, y Molina, (2013), que permite descomponer las propuestas de enseñanza en dimensiones epistemológicas y cognitivas. Desde este enfoque, el álgebra escolar se concibe como un campo que integra contenidos, procesos y prácticas de representación, lo que exige analizar simultáneamente el tipo de tareas, su demanda cognitiva y la organización semiótica del trabajo algebraico.

Materiales y unidad de análisis

El corpus está compuesto por los libros de texto de matemáticas de primero, segundo y tercer grado de educación secundaria, editados por la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2024). Se analizaron los bloques dedicados al álgebra y contenidos relacionados, como ecuaciones, funciones, sucesiones y proporcionalidad en lenguaje algebraico.

Dado que los libros no presentan ejercicios dirigidos al estudiante, la unidad de análisis se definió como toda situación en la que el texto modela un proceso de resolución algebraica. Estas secuencias se consideraron equivalentes a tareas didácticas, en la medida en que proyectan formas de actividad matemática y estructuran expectativas sobre el trabajo del estudiante.

Asimismo, se definió como proceso de resolución algebraica aquel que implica establecer y transformar dichas relaciones mediante el uso de expresiones simbólicas, excluyendo aquellos usos de los símbolos que se limitan a su empleo formal sin involucrar tratamiento algebraico.

Instrumento de análisis

Se diseñó una matriz de análisis basada en el modelo de Rico, complementada con los aportes de Duval (2006) y Stein et al. (2009), organizada en quince ejes de carácter epistemológico, cognitivo y semiótico. Para este estudio se reportan únicamente los ejes vinculados con las preguntas de investigación: tipo de tarea, nivel de demanda cognitiva, sistemas de representación y configuración epistemológica del álgebra.

Cada categoría fue definida mediante una guía de codificación con criterios operativos y ejemplos, lo que permitió asegurar consistencia en el análisis. El instrumento fue revisado por dos especialistas en didáctica de las matemáticas, externos al equipo de investigación y seleccionados con base en su experiencia en análisis de tareas y en investigación en educación matemática, cuyas observaciones permitieron ajustar definiciones y fortalecer su coherencia conceptual.

Procedimiento de análisis

Se analizaron 78 tareas algebraicas (32 en primer grado, 35 en segundo y 11 en tercero). La codificación fue realizada por un equipo de tres investigadores. Inicialmente se llevó a cabo una fase de calibración mediante el análisis conjunto de un conjunto piloto, con el fin de afinar los criterios de clasificación.

Posteriormente, cada investigador codificó un subconjunto de tareas y se realizó una revisión cruzada para resolver discrepancias por consenso. El nivel de acuerdo inicial, calculado durante la fase de calibración sobre el conjunto piloto, fue superior al 85% en las categorías centrales, lo que se considera adecuado en estudios de análisis cualitativo.

La información se organizó por grado, permitiendo identificar frecuencias y distribuciones de las categorías analizadas. Estos datos se complementaron con un análisis interpretativo de casos representativos, seleccionados por su capacidad para ilustrar tendencias relevantes.

Validez del estudio

Para fortalecer la validez se emplearon estrategias de triangulación. El instrumento fue sometido a revisión externa y los resultados se interpretaron a la luz del marco curricular vigente y de investigaciones recientes en educación matemática.

La combinación de análisis categorial y estudio de casos permitió integrar evidencia empírica con interpretación teórica, favoreciendo la coherencia entre los datos y las conclusiones.

RESULTADOS

Los resultados se presentan según las dimensiones analíticas consideradas: tipo de tareas, nivel de demanda cognitiva, organización de los sistemas de representación y configuración epistemológica del álgebra escolar.

Tipos de tareas algebraicas

El análisis de las tareas incluidas en los libros de texto de secundaria evidencia una predominancia de propuestas altamente estructuradas y guiadas en los tres cursos.

En primer grado (n = 32), las actividades se concentran en la introducción del lenguaje algebraico, la resolución de ecuaciones lineales simples y el uso de la jerarquía de operaciones, mediante ejercicios estructurados con un único camino de solución lo que favorece, la ejecución de procedimientos con escaso margen para la exploración.

En segundo grado (n = 35), se observa una mayor articulación entre representaciones, especialmente en sistemas de ecuaciones y proporcionalidad. No obstante, la estructura de las tareas continúa estando fuertemente guiada, con secuencias de resolución definidas de antemano.

En tercer grado (n = 11), aunque se incorporan contenidos de mayor complejidad —como ecuaciones cuadráticas y situaciones de variación—, las tareas mantienen un formato predominantemente estructurado, basado en la aplicación de técnicas específicas.

Los tres grados muestran una organización de tareas centrada en procedimientos, lo que mantiene una actividad matemática altamente dirigida. Esta característica se mantiene relativamente estable a lo largo de la progresión curricular, aun cuando se incrementa la complejidad formal de los contenidos abordados.

Nivel de demanda cognitiva de las tareas

La segunda dimensión analizada corresponde al nivel de demanda cognitiva de las tareas, entendido como el tipo de actividad intelectual promovida en el estudiante (Stein et al., 2009). Esta dimensión permite distinguir entre tareas procedimentales y aquellas que implican mayor complejidad cognitiva.

Los resultados muestran que predominan tareas procedimentales en los tres grados. En primer grado (n = 32), el 41% de las tareas corresponde a procedimientos sin conexiones y solo el 9% alcanza niveles de alta demanda cognitiva. En segundo grado (n = 35), aunque disminuye la proporción de procedimientos sin conexiones (26%) y aumenta la de procedimientos con conexiones (71%), la presencia de tareas de alta demanda cognitiva sigue siendo marginal (3%). En tercer grado (n = 11), se observa el mayor porcentaje de tareas de alta demanda cognitiva (18%), aunque sigue siendo minoritaria.

La distribución de las tareas según el nivel de demanda cognitiva y las características semióticas se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1. *Distribución porcentual de tareas algebraicas por grado según nivel de demanda cognitiva y características semióticas*

Dimensión	1° (n = 32)	2° (n = 35)	3° (n = 11)
Procedimientos sin conexiones	41%	26%	36%
Procedimientos con conexiones	16%	71%	45%
Alta demanda cognitiva	9%	3%	18%
Registro simbólico exclusivo	46%	29%	36%
Coordinación de registros	31%	71%	64%
Modelación contextual	16%	46%	45%

Nota. n indica el número total de tareas analizadas en cada grado. Las tres primeras filas corresponden a la clasificación de demanda cognitiva (Stein et al., 2009). Las tres últimas describen características semióticas según la teoría de los registros de representación (Duval, 2006).

Como se observa en la Tabla 1, la distribución de las tareas confirma la predominancia de niveles procedimentales en los tres grados, con una presencia marginal de tareas de alta demanda cognitiva. Asimismo, se evidencia una ampliación en la coordinación de registros a partir del segundo grado, aunque esta no se traduce necesariamente en una mayor exigencia cognitiva.

Estos datos indican que, a pesar de la progresiva complejidad de los contenidos algebraicos, la actividad cognitiva promovida se orienta predominantemente a la ejecución de procedimientos. Incluso en tareas clasificadas como procedimientos con conexiones, la estructura guiada reduce el margen de toma de decisiones autónoma, limitando la necesidad de justificar, comparar estrategias o adaptar conocimientos a nuevas situaciones.

En este sentido, la distribución observada permite cuestionar la correspondencia entre la progresión del contenido y la complejidad de las prácticas matemáticas promovidas, al no evidenciarse un incremento sostenido en la exigencia cognitiva a lo largo de los tres grados.

Organización y coordinación de sistemas de representación

La tercera dimensión analizada corresponde a la organización y coordinación de los sistemas de representación en las tareas, en el marco de la teoría de los registros de representación semiótica (Duval, 2006). Esta dimensión permite examinar no solo la diversidad de registros empleados, sino el tipo de relaciones que se establecen entre ellos y su papel en la construcción de significado algebraico.

Los resultados muestran que los tres libros analizados emplean diversos sistemas de representación —simbólico, verbal, tabular, gráfico e icónico—, aunque con distinta intensidad y profundidad conceptual. El registro simbólico constituye el eje del trabajo algebraico, con énfasis en la manipulación formal. Predomina el tratamiento dentro del mismo registro, mientras que la conversión entre registros —por ejemplo, de tablas a expresiones o de gráficos a descripciones— es menos frecuente y rara vez objeto de reflexión explícita.

El registro verbal se utiliza principalmente para formular consignas y contextualizar situaciones, generalmente mediante un lenguaje técnico y escolarizado. El registro tabular aparece en contenidos como proporcionalidad, sucesiones y relaciones funcionales, permitiendo visualizar regularidades; sin embargo, su uso suele limitarse al completado de valores estructurados, sin promover la construcción autónoma de reglas generales. El registro gráfico cumple con frecuencia un papel ilustrativo más que analítico, mientras que el registro icónico favorece la visualización de patrones, aunque con limitada articulación con representaciones algebraicas o cartesianas.

Se identifican algunas tareas que promueven la articulación entre registros, como aquellas que vinculan tabla, plano cartesiano y expresión algebraica en segundo grado, o las que relacionan la gráfica de funciones cuadráticas con propiedades algebraicas en tercero. No obstante, en la mayoría de los casos la conversión entre registros se presenta como un paso técnico dentro de secuencias guiadas, más que como un proceso que requiera interpretación, comparación o validación.

En consecuencia, aunque se observa una mayor diversidad y coordinación de registros en los grados superiores, esta articulación se encuentra generalmente subordinada a procedimientos previamente definidos. La coordinación representacional, por tanto, no se traduce necesariamente en una profundización conceptual, sino que opera como soporte para la ejecución algorítmica.

Configuración epistemológica del álgebra escolar

La cuarta dimensión analizada corresponde a la configuración epistemológica del álgebra escolar, entendida como la forma en que se articulan los contenidos matemáticos, los procedimientos y las prácticas promovidas por las tareas a lo largo de la progresión curricular.

Los resultados muestran que, en los tres grados de secundaria, la organización del álgebra se estructura en torno a una secuencia de creciente complejidad formal. Los contenidos evolucionan desde la introducción del lenguaje simbólico y la resolución de ecuaciones lineales en primer grado, hasta el tratamiento de sistemas de ecuaciones, funciones y expresiones cuadráticas en los cursos posteriores. Esta progresión implica la incorporación de nuevos objetos matemáticos, técnicas más sofisticadas y una mayor diversidad de representaciones.

Para ilustrar cómo estas dimensiones se concretan en tareas específicas, se presenta el siguiente ejemplo representativo, tomado de los libros analizados:

"El entrenador menciona que una atleta ha recorrido tres cuartas partes del circuito y debe completarlo. Si ha recorrido 1200 m, hallar la longitud del circuito."

El problema se presenta acompañado de una secuencia explícita de pasos: comprensión del enunciado, identificación de datos, establecimiento de la ecuación y resolución mediante operaciones previamente modeladas. La solución incluye la construcción de la ecuación $1200 = \frac{3}{4}c$, la aplicación de inversos multiplicativos y la verificación del resultado.

Desde la perspectiva de las dimensiones analíticas adoptadas, la tarea presenta las siguientes características: se trata de una actividad altamente estructurada, con un único camino de resolución previamente modelado; su demanda cognitiva corresponde a un procedimiento con conexiones, en tanto implica comprender una relación proporcional, aunque la explicitación de los pasos reduce la necesidad de toma de decisiones o argumentación; predomina el registro simbólico acompañado de explicaciones verbales, con conversiones entre registros guiadas; y, desde el punto de vista epistemológico, la relación entre los datos y la incógnita no se construye como problema, sino que se presenta organizada dentro de un procedimiento previamente establecido.

Se identifican también fragmentos en los que el contenido algebraico se introduce mediante explicaciones y ejemplos completamente desarrollados, sin constituir propiamente tareas para el estudiante. Un caso representativo se observa en el tratamiento de la proporcionalidad inversa documentada en el libro de segundo grado, donde se establece que:

"Si los datos de una magnitud varían en una razón r, los datos de la otra magnitud deben variar en la razón inversa $1/r$.*"*

Este enunciado se acompaña de ejemplos numéricos ya resueltos, presentados como relaciones que el estudiante debe reconocer, más que construir. Desde las dimensiones analíticas adoptadas, este fragmento no constituye una tarea en sentido estricto, sino una exposición conceptual: se orienta a la comprensión de una relación previamente formulada, sin requerir procesos de modelación, conjetura o validación; emplea el registro simbólico acompañado de lenguaje verbal, sin implicar conversiones ni interpretación autónoma; y configura el conocimiento algebraico como una propiedad establecida cuya función es ser aplicada.

Estos casos muestran que la actividad matemática se organiza bajo una lógica de anticipación y resolución previa, tanto en las tareas como en la exposición del contenido.

Este patrón se mantiene en contenidos de mayor complejidad. Por ejemplo, en tercer grado se presentan problemas contextualizados, como el cálculo de la distancia entre el punto de penal y el punto central del larguero de una portería, en los que se identifican explícitamente los elementos del triángulo rectángulo y se indica directamente la fórmula a utilizar. La resolución se desarrolla paso a paso, incluyendo la sustitución de valores y la obtención del resultado final.

Desde la perspectiva de las dimensiones analíticas adoptadas, este tipo de tareas presenta las siguientes características: actividad estructurada y contextualizada, con un procedimiento previamente identificado; demanda cognitiva orientada a la aplicación de un algoritmo conocido (teorema de Pitágoras), sin requerir procesos de modelación o toma de decisiones relevantes; uso de registros gráfico y simbólico, cuya relación se presenta explícitamente; y una configuración epistemológica en la que el conocimiento matemático se organiza como aplicación directa de una fórmula, donde la situación contextual funciona como soporte ilustrativo más que como problema a construir, sin requerir interpretación autónoma de la relación entre sus elementos.

A partir de estos ejemplos, se observa que el incremento en la complejidad del contenido no se acompaña de una transformación equivalente en la naturaleza de la actividad matemática promovida. Las tareas mantienen una estructura predominantemente guiada, centrada en la aplicación de procedimientos previamente modelados, con escaso margen para la toma de decisiones, la comparación de estrategias o la construcción autónoma de significados.

Desde la dimensión cognitiva, la predominancia de tareas de baja y media exigencia, junto con la presencia marginal de actividades de alta demanda, indica que la progresión curricular no se traduce en un aumento sostenido en la complejidad de las prácticas matemáticas requeridas. Del mismo modo, desde la dimensión semiótica, aunque se amplía la diversidad de registros y su coordinación, estas articulaciones suelen presentarse como pasos técnicos dentro de secuencias estructuradas, más que como oportunidades para la interpretación o la validación.

En esta línea, la organización del álgebra escolar en los materiales analizados se caracteriza por una estabilidad en las formas de actividad matemática, incluso cuando los contenidos se vuelven más complejos. La centralidad del procedimiento, la anticipación de los pasos de resolución y la limitada presencia de tareas que requieran argumentación o generalización configuran un modelo de enseñanza orientado a la consolidación operativa.

En conjunto, estos resultados permiten identificar una disociación entre la progresión formal del contenido y la evolución de la actividad matemática promovida. Mientras los objetos algebraicos se complejizan progresivamente, las prácticas matemáticas que se demandan permanecen relativamente estables. Esta relación constituye el núcleo del fenómeno que se propone conceptualizar como una progresión formal sin progresión cognitiva.

DISCUSIÓN

El análisis de los libros de texto oficiales mexicanos de secundaria muestra tendencias que dialogan con patrones documentados en la literatura internacional (Rezat, Fan, y

Pepin, 2021), particularmente en la predominancia de tareas centradas en la ejercitación basada en técnicas y de baja exigencia cognitiva. Este patrón ha sido señalado en estudios recientes en distintos contextos educativos, donde se evidencia un predominio de tareas procedimentales y una limitada presencia de actividades que demanden pensamiento matemático de alto nivel (Polat y Dede, 2023; Purnomo et al., 2022). En los tres grados analizados, la mayoría de las actividades se sitúa en niveles de procedimiento sin conexión o con conexión, mientras que las tareas de alta demanda cognitiva representan una proporción reducida, lo que limita la exploración, la justificación y la generalización de ideas algebraicas.

Esta evidencia resulta especialmente relevante al contrastarse con el Marco Curricular 2022, que enfatiza la problematización, la argumentación y la toma de decisiones fundamentadas. En los materiales analizados, en cambio, la secuencia de resolución aparece anticipada y regulada por el texto, configurando un modelo de actividad centrado en la ejecución estructurada.

Estos resultados adquieren particular relevancia cuando se interpretan desde la especificidad del pensamiento algebraico. A diferencia de otros dominios matemáticos, el álgebra implica la construcción de significados en torno a objetos simbólicos —como variables, expresiones y relaciones funcionales— que no poseen un referente inmediato, lo que exige procesos de interpretación, generalización y coordinación de representaciones (Kieran, 2007; Radford, 2014; Sfard, 2008). En este sentido, la predominancia de tareas estructuradas y la limitada presencia de actividades de alta demanda cognitiva no solo restringen la complejidad de la actividad matemática, sino que pueden incidir en la forma en que los estudiantes construyen el significado de las expresiones algebraicas.

Los resultados permiten identificar una progresión formal sin progresión cognitiva como rasgo estructural de los materiales. Aunque los objetos matemáticos se complejizan y se amplían los registros empleados, la naturaleza de la actividad intelectual demandada se mantiene relativamente estable, configurando un modelo de álgebra escolar centrado en la consolidación operativa.

Un hallazgo central es la estabilidad del perfil procedimental a lo largo de los tres grados. Aunque los contenidos se formalizan progresivamente, la estructura de las tareas mantiene un formato guiado que reduce la necesidad de tomar decisiones matemáticas sustantivas. Desde el análisis didáctico (Rico et al., 2013), esta organización muestra coherencia en la secuenciación epistemológica, pero una menor transformación en la dimensión cognitiva. En términos de Smith y Stein (1998), puede interpretarse como una reducción del potencial de la tarea en el diseño, donde la complejidad de los objetos no se traduce en una exigencia proporcional en prácticas como la argumentación o la modelización.

El análisis semiótico aporta matices adicionales. Si bien en segundo y tercer grado aumenta la coordinación de registros, el registro simbólico continúa siendo central, y las conversiones suelen presentarse como pasos técnicos dentro de procedimientos definidos. En términos de Duval (2006), esta situación restringe el desarrollo de flexibilidad representacional, condición clave para la comprensión algebraica.

El uso predominantemente instrumental de los registros tiene implicaciones en las competencias promovidas. Aunque se activan capacidades de cálculo y representación, dimensiones como la argumentación, la formulación de problemas o la modelización reciben una atención limitada, en contraste con marcos internacionales (OECD, 2019).

La presencia de tablas y gráficos no siempre se traduce en oportunidades sistemáticas para interpretar o transformar representaciones con sentido matemático.

El análisis de las secuencias muestra una tendencia a estabilizar procedimientos mediante desarrollos paso a paso. Esta estrategia actúa de forma preventiva frente al error, que no se aborda como objeto de análisis didáctico. No se incluyen producciones incorrectas para su discusión ni situaciones que promuevan el contraste entre estrategias. Desde la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997), este enfoque limita el potencial del error como generador de conflicto cognitivo productivo.

En cuanto al modelo de interacción proyectado, las tareas privilegian la reproducción individual de procedimientos. Las oportunidades para el debate, la confrontación de estrategias o la construcción colectiva de significados son limitadas, lo que contrasta con enfoques que sitúan al docente como mediador semiótico (Bussi y Mariotti, 2008; Sfard, 2008). No obstante, el análisis se centró en la estructura de las tareas y no en su implementación en el aula.

En los materiales oficiales de la Secretaría de Educación Pública (2024), estas tendencias adquieren especial relevancia por su carácter prescriptivo. Aunque el Marco Curricular común de la educación básica enfatiza la problematización y la comprensión de relaciones, el patrón de tareas identificado sugiere tensiones entre los principios declarados y su concreción en las actividades.

Esta discrepancia refleja una brecha en la traducción didáctica del currículo y la necesidad de incorporar tareas que favorezcan la formulación de conjeturas, la justificación y la coordinación entre registros. Asimismo, resulta fundamental que la formación del profesorado contemple estrategias para reinterpretar y enriquecer las actividades propuestas, favoreciendo prácticas más abiertas, argumentativas y reflexivas, dado el peso estructural de los libros de texto en la planificación docente.

CONCLUSIONES

Los resultados del estudio muestran que la organización del álgebra escolar en los libros de texto analizados se caracteriza por una progresión en la complejidad formal de los contenidos que no se acompaña de un incremento equivalente en las oportunidades de aprendizaje para el desarrollo de actividad matemática más compleja en los estudiantes. A lo largo de los tres cursos de educación secundaria, las tareas mantienen una estructura guiada centrada en la aplicación de procedimientos previamente modelados, con una presencia limitada de actividades que requieran argumentación o toma de decisiones.

Este patrón se manifiesta de manera consistente en las distintas dimensiones analizadas: predominio de tareas altamente estructuradas, centralidad de niveles procedimentales de demanda cognitiva, uso de los sistemas de representación como soporte técnico y organización del conocimiento algebraico como aplicación de procedimientos más que como construcción de relaciones. En conjunto, estos resultados permiten proponer la categoría de progresión formal sin progresión cognitiva como herramienta analítica para interpretar la relación entre la evolución del contenido matemático y la naturaleza de la actividad matemática promovida.

Esta categoría permite cuestionar una correspondencia asumida en el discurso curricular: que el aumento en la complejidad de los objetos matemáticos implica necesariamente un desarrollo del pensamiento matemático de mayor nivel. En el caso del álgebra escolar, esta disociación resulta especialmente relevante, dado que su comprensión depende de la interpretación de expresiones simbólicas, la construcción de relaciones generales y la coordinación entre registros, procesos que se ven limitados cuando las tareas se estructuran en torno a procedimientos previamente definidos.

Desde una perspectiva más amplia, el estudio aporta evidencia empírica sobre la organización de las tareas algebraicas en libros de texto en un contexto latinoamericano reciente, caracterizado por la adopción de materiales curriculares únicos. Asimismo, propone un marco interpretativo transferible a otros sistemas educativos en los que se ha documentado la tensión entre la complejidad del contenido y la naturaleza de las prácticas matemáticas promovidas.

En términos educativos, los resultados sugieren la necesidad de revisar el diseño de tareas en los materiales curriculares, de modo que promuevan procesos de argumentación, generalización y toma de decisiones. Asimismo, ponen de relieve la importancia de que el profesorado cuente con criterios didácticos para seleccionar y enriquecer las actividades propuestas, ampliando las oportunidades de aprendizaje más allá de la aplicación de procedimientos.

REFERENCIAS

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52*(3), 215–241. https://doi.org/10.1023/A:1024312321077

Blanton, M., y Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 412–446. https://doi.org/10.2307/30034944

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990* (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, y V. Warfield, Eds. y Trans.). Springer. https://doi.org/10.1007/0-306-47211-2

Burgos, M., Castillo, M. J., y Godino, J. D. (2023). Análisis de lecciones de libros de texto basado en las herramientas del Enfoque Ontosemiótico: Una experiencia con maestros en formación. *Paradigma, 44*(4), 34–58. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p34-58.id1399

Bussi, M. G., y Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd ed., pp. 746–783). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203930236.ch28

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., y Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 75(*2), 213–234. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-5

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1–2), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 45*(5), 765–777. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher, y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Lawrence Erlbaum Associates.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, pp. 707–762). Information Age Publishing.

Kieran, C. (Ed.). (2018). *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice*. Springer.

Küchemann, D. (1981). Algebra. En K. M. Hart (Ed.), *Children's understanding of mathematics: 11–16* (pp. 102–119). John Murray.

Namlı, Ş., y Özçakır, B. (2024). Analysing the tasks in middle school mathematics textbooks according to the levels of cognitive demand. TAY Journal, 8(3), 477–502. https://doi.org/10.29329/tayjournal.2024.1056.04

OECD. (2019*). PISA 2018 assessment and analytical framework. OECD Publishing*. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en

Pincheira, N., y Alsina, Á. (2021). El álgebra temprana en los libros de texto de Educación Primaria: Implicaciones para la formación docente. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 35*(71), 1316–1337. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a05

Polat, S., y Dede, Y. (2023). Trends in cognitive demands levels of mathematical tasks in Turkish middle school mathematics textbooks: Algebra learning domain. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 24*(1). 40–61. https://doi.org/10.4256/ijmtl.v24i1.476

Purnomo, Y. W., Shahrill, M., Pandansari, O., Susanti, R., y Winarni, W. (2022). Cognitive demands on geometrical tasks in Indonesian elementary school mathematics textbook. *Jurnal Elemen*, *8*(2), 466–479. https://doi.org/10.29408/jel.v8i2.5235

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal, 26*(2), 257–277. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2

Rezat, S., y Sträßer, R. (2014). Mathematics textbooks and how they are used. In P. Andrews y T. Rowland (Eds.), *Master class in mathematics education: International perspectives on teaching and learning* (pp. 51–62). Bloomsbury Academic. https://doi.org/10.5040/9781350284807.ch-005

Rezat, S., Fan, L., y Pepin, B. (2021). Mathematics textbooks and curriculum resources as instruments for change. *ZDM – Mathematics Education, 53*, 1189–1206. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01309-3

Rico, L., Lupiáñez, J. L., y Molina, M. (Eds.). (2013*). Análisis didáctico en educación matemática: Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular.* Comares.

Schoenfeld, A. H. (2017). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Journal of Education, 196*(2), 1–38. https://doi.org/10.1177/002205741619600202

Secretaría de Educación Pública. (2024). *Libros de texto gratuitos: Matemáticas secundaria (Serie Nueva Escuela Mexicana). SEP*.

Secretaría de Educación Pública. (2022*). Marco curricular común de la educación básica 2022. SEP.* https://www.gob.mx/basica/documentos/marco-curricular-comun-2022

Smith, M. S., y Stein, M. K. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 268–275. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., y Silver, E. A. (2009*). Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development. Teachers College Press.*

Stylianides, A. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning, 11*(4), 258–288. https://doi.org/10.1080/10986060903253954

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing. Cambridge University Press*.

José García-Suárez

Universidad de Guadalajara, México

jose.gsuarez@academicos.udg.mx

MES