



Escritura cooperativa de problemas matemáticos a través de la tutoría entre iguales

Cooperative writing of mathematical problems through peer tutoring

Verónica Quezada¹ & Marta Flores²

Fecha de recepción: 07/03/2023; Fecha de revisión: 26/04/2023; Fecha de aceptación: 14/07/2023

Cómo citar este artículo:

Quezada, V. & Flores, M. (2023). Escritura cooperativa de problemas matemáticos a través de tutoría entre iguales. *Revista de Innovación y Buenas Prácticas Docentes*, 12(2), 26-41.

Autor de Correspondencia: vquezahe10@alumnes.ub.edu

Resumen:

El objetivo de este trabajo es presentar una propuesta de intervención de escritura cooperativa de problemas matemáticos mediante la tutoría entre iguales, desde la perspectiva del tratamiento integrado de lengua y contenido (TILC), en relación con el *Programa Razonar en Pareja*. Además, se busca difundir los resultados de un estudio exploratorio llevado a cabo para identificar aprendizajes, fortalezas y debilidades de la propuesta diseñada. La intervención se realizó con una muestra de 32 alumnos de 5 grado de primaria en un centro educativo que implementó el programa *Razonar en Pareja* durante el curso 21-22. Los resultados obtenidos muestran que los estudiantes tienen conocimiento de la estructura y elementos que componen un problema matemático utilizando enunciados con un contexto cotidiano para ellos, sin embargo, presentan dificultades al formular preguntas. Se concluye que la tutoría entre iguales y el proceso de escritura pueden ser herramientas que favorecen el desarrollo y escritura de problemas matemáticos, si se utilizan de manera sistemática, logrando su internalización de forma progresiva.

Palabras clave: expresión escrita, solución de problemas, aprendizaje cooperativo, tutoría entre iguales.

Abstract:

The objective of this work is to present a proposal for cooperative writing of mathematical problems through peer tutoring, from the perspective of the integrated language and content treatment (ILCT), in relation to the Reasoning in Pairs Program. In addition, it seeks to disseminate the results of an exploratory study carried out to identify learning, strengths and weaknesses of the designed proposal. The intervention was carried out with a sample of 32 students from the 5th grade of primary school in an educational center that implemented the Reasoning in Pairs program during the 21-22 academic year. The results obtained show that the students have knowledge of the structure and elements that make up a problem mathematician using statements with an everyday context for them, however, they present difficulties when formulating questions. It is concluded that peer tutoring and the writing process can be tools that favor the development and writing of mathematical problems, if they are used systematically, achieving their internalization progressively.

Key Words: written expression, solving problem, cooperative learning, peer tutoring.

Financiación: Beca Chile Folio ANID No. 77200043.

¹ Universidad de Barcelona (España), vquezahe10@alumnes.ub.edu; CÓDIGO ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5191-9189>

² Universidad Autónoma de Barcelona (España), marta.flores@uab.cat; CÓDIGO ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0112-1851>

1. INTRODUCCIÓN

Durante un largo tiempo el currículum se ha ido modificando en función de los cambios que se observan en la sociedad y en cómo se debe orientar la educación de los estudiantes, considerando la multiplicidad de contextos y la hiperconectividad a la que se encuentran expuestos. De ahí la necesidad de establecer un currículum por competencias que les brinde las herramientas necesarias que favorezcan su aprendizaje y su participación como ciudadanos activos (Real Decreto 157/2022).

En este contexto, tanto las matemáticas como la asignatura de lengua ya no se circunscriben al aprendizaje de contenidos y uso de procedimientos limitados y repetitivos que se practican en el contexto escolar, sino más bien se conciben como instancias en las que los estudiantes adquieran conocimientos, habilidades y actitudes que les permitan tener la capacidad de analizar, reflexionar, resolver problemas y/o tomar decisiones en situaciones relacionadas con contextos reales que puedan formar parte de su vida cotidiana.

En relación con estos cambios que se han ido generando, se han creado propuestas de intervención pedagógica que buscan promover el desarrollo de estas habilidades y competencias. Una de estas propuestas es el programa Razonar en Pareja (Flores et al., 2016), que se centra en la resolución cooperativa de problemas matemáticos de la vida cotidiana a través del aprendizaje cooperativo, específicamente mediante la tutoría entre iguales. Este método ofrece oportunidades para que los estudiantes interactúen en conjunto, asumiendo roles predeterminados como tutor o tutorado, en actividades más constructivas en comparación con un entorno educativo tradicional (Duran y Vidal, 2004; Topping 2015).

Si bien la resolución de problemas se ve como una habilidad clave para el desarrollo de la competencia matemática, la actividad de plantear problemas también ha cobrado relevancia a lo largo del tiempo. Se han realizado diversos estudios (Ayllón y Gómez 2014; Espinoza 2011; Singer et al., 2011; Silver y Cai 1996) que ven este camino como una instancia de reflexión complejo que requiere de diversos procesos cognitivos, que favorecen la construcción de una estructura mental para desarrollar nuevas tareas en diversos contextos y establecer una correlación positiva entre la capacidad de plantear y resolver problemas.

Teniendo en cuenta estas consideraciones previas, se ha realizado una propuesta de intervención acompañada de un estudio exploratorio que va más allá. Se sabe que los estudiantes plantean problemas matemáticos y que esta actividad correlaciona con su capacidad de resolución (Jucoy y Maglipong, 2018). No obstante, no hemos encontrado experiencias previas ni investigaciones que aborden cómo se redactan estos problemas matemáticos y en qué medida el aprendizaje cooperativo, a través de la tutoría entre iguales favorece este proceso. Esta brecha en la investigación resalta la importancia de abordar esta área para conocer cómo se puede mejorar y fortalecer la escritura de problemas matemáticos y explorar el papel del aprendizaje cooperativo y la tutoría entre iguales en este proceso.

Por esta razón, se ha considerado importante desarrollar una propuesta en el marco del programa Razonar en pareja de escritura cooperativa de problemas desde la perspectiva del enfoque del TILC, visualizando el uso de la lengua como una herramienta transversal que favorece la construcción del aprendizaje de los estudiantes (Gómez, 2000).

Se pone un énfasis especial en el uso de la escritura como una herramienta que fomenta conductas metacognitivas en el alumnado facilitando la organización, ejecución y verificación de sus ideas (Pugalee 2004; 2010). Además, trabajar la escritura en tutoría entre iguales, puede funcionar como un andamiaje que promueva el aprendizaje de estrategias de escritura (planificación, escritura y revisión), fomente la motivación por la tarea, la superación de dificultades y la disminución del miedo al error y al fracaso.

En función de lo expuesto anteriormente, hemos formulado las siguientes preguntas de investigación: ¿Cuáles son las fortalezas y debilidades que identificadas en el proceso de escritura cooperativa de los estudiantes?, ¿De qué manera contribuye la tutoría entre iguales y el TILC al fortalecimiento de la escritura de problemas matemáticos por parte de los estudiantes?, ¿Se evidencian cambios en los problemas matemáticos escritos por los estudiantes, entre el pretest y el postest?

Estas preguntas nos permitirán analizar las fortalezas y debilidades del proceso de escritura cooperativa, así como comprender el impacto de la tutoría entre iguales y el enfoque TILC en el desarrollo de la escritura de problemas matemáticos. Además, nos permitirán valorar si hay cambios significativos en los problemas escritos por los estudiantes antes y después de la intervención.

1.1. Programa Razonar en Pareja. Tutoría entre iguales para el desarrollo de la competencia en resolución de problemas.

El programa *Razonar en Pareja* (Flores *et al.*, 2016) es un programa educativo desarrollado por el grupo de investigación sobre Aprendizaje entre Iguales (GRAI) de la Universitat Autònoma de Barcelona. Su objetivo es promover la competencia en resolución cooperativa de problemas matemáticos de la vida diaria de los estudiantes y así poder entregarles las herramientas necesarias para enfrentarse a los retos que conllevan los cambios a los que nos estamos viendo enfrentados en nuestra sociedad actual.

Es una propuesta que se aleja de los métodos de enseñanza tradicional, centrados en el aprendizaje individual, incorporando el trabajo cooperativo a través de la tutoría entre iguales. Es decir, a través de parejas de alumnos con una relación asimétrica entre ellos (rol de tutor y tutorado) que aprenden conjuntamente por medio de una actividad estructurada por el profesor donde ambos se benefician del proceso, dado que el tutor aprende a medida que enseña (Duran 2014) desarrollando estrategias para guiar a su compañero en el proceso de resolución, y el tutorado aprende al recibir la ayuda ajustada y personalizada del tutor (Duran y Vidal, 2004).

Para que este método sea efectivo es necesario realizar una planificación previa (Tooping, 1995). Esta planificación implica establecer metas que los estudiantes deben alcanzar, determinar el área de estudio y seleccionar el material con el que trabajarán. Además, es necesario tomar la decisión de cómo formar las parejas de trabajo, ya sea entre alumnos del mismo nivel y edad (same age) o de niveles diferentes (cross age). Está elección también determinará si la tutoría será fija, es decir, con roles definidos que no cambiarán durante el desarrollo de las actividades, o recíproca, donde los roles de los participantes se alternarán después de una preparación previa de la tarea (Topping, 2000, Duran y Vidal 2004).

Los resultados de una investigación realizada por Bastart y Flores (en prensa) indican que el programa *Razonar en pareja* contribuye a la mejora de la competencia en resolución de problemas matemáticos. Las autoras señalan, que esto se debe, a las oportunidades que brinda para el desarrollo del discurso matemático de los estudiantes a través de la tutoría entre iguales, ya que, al trabajar en pareja, los estudiantes tienen la posibilidad de expresar y discutir sus ideas matemáticas de manera activa y colaborativa, lo que a su vez les permite construir significados compartidos, negociar conceptos y argumentar sus puntos de vista.

Este programa se estructura en tres fases distintas, las cuales se desarrollan durante el transcurso del año escolar.

Una primera fase está centrada en la apropiación del programa, es decir, que los profesores conozcan las bases conceptuales del programa, la estructura de las sesiones y se familiaricen con los materiales que utilizarán. Además, es importante que puedan adaptar la propuesta y los materiales al contexto donde se llevará a cabo. Esta fase, que incluye la planificación de la propuesta, se realiza habitualmente durante el primer trimestre del curso. Una segunda fase, enfocada en el desarrollo del programa en las aulas, se inicia con el período de formación del alumnado participante. Para esta instancia se sugiere que se dediquen tres sesiones (1 hora cada sesión) para la formación de los estudiantes. El objetivo es que conozcan las bases conceptuales de la tutoría entre iguales, los objetivos del programa, el material con el que se trabajará y las evaluaciones que se llevarán a cabo para valorar los aprendizajes.

Una tercera fase está conformada por el proceso de evaluación. Ésta se desarrolla de forma transversal durante todo el período de implementación del programa a través de distintos instrumentos: prueba inicial y final (a modo de pre y postest en esta intervención), pauta de autoevaluación de parejas (realizadas cada cuatro sesiones para valorar los aprendizajes y los aspectos de mejora que se detectan y poder implementarlos en el siguiente período de cuatro sesiones), rúbrica de revisión (para la corrección de las pruebas inicial y final por parte de los docentes y disponibles también para el uso del alumnado), carpeta o portafolio de actividades desarrolladas durante el proceso por los estudiantes y un registro para las observaciones de los docentes durante las sesiones de trabajo.

La implementación de este programa en las aulas se lleva a cabo en dos sesiones semanales de 45 minutos cada una, durante aproximadamente doce semanas entre el segundo y tercer trimestre del curso. Aquí los estudiantes trabajan en parejas, utilizando la *Hoja de Actividades* que se les proporciona para resolver un problema matemático enfocado en situaciones del ámbito cotidiano.

Es importante señalar que los problemas que se plantean están basados en situaciones que responden a escenarios que los alumnos podrían observar y tener que afrontar en un contexto real llevando a los estudiantes a movilizar tanto sus habilidades y competencias matemáticas como sus propias experiencias (Flores *et al.*, 2016). Las preguntas que se plantean para dar solución al problema son preguntas abiertas, es decir, que pueden tener distintas respuestas, lo que conduce a las parejas a reflexionar, discutir, tomar decisiones para dar respuesta a la situación planteada y justificar sus respuestas.

En este proceso de matematización los estudiantes disponen de una guía de actuación según el rol asignado y deben ir respondiendo a las distintas fases de trabajo que componen la resolución de un problema matemático: primero deben leer el enunciado para explorar y asegurar la comprensión de la situación. A continuación, deben identificar los datos para poder representar y formular posibles hipótesis. Luego planificar la resolución, resolver y elaborar las respuestas. Finalmente, revisan la actividad realizada y reflexionan acerca del proceso.

Razonar en pareja



ANTES DE COMENZAR...
¿Qué tipos de juguetes prefieres? ¿Con qué juguetes juegas más?
QUÉ NOS DICE EL PROBLEMA?
<p>EXPOSICIÓN DE JUGUETES</p> <p>Hemos visto que, aunque hay semejanzas, en casa tenemos juguetes diferentes, así que le hemos dicho a la maestra que podríamos llevar los juguetes a la escuela para compartirlos y exponerlos al resto de niños y niñas de la escuela. Para empezar, debemos agrupar los juguetes por categorías para ordenar la presentación. Tenemos los siguientes juguetes:</p>  <p>¿Cómo las agruparías? ¿Qué clasificación haría? Diga las categorías que haría y piense en qué espacios de la escuela las pondría. Para facilitar las decisiones que debe tomar, una vez tenga las categorías pensadas puede hacer un gráfico de barras para ver cuántos juguetes de cada clase tiene y así pensar bien los espacios donde los expondrá.</p> <p>¿Qué título pondría a la exposición?</p>
DATOS
PLANIFICACIÓN
RESOLUCIÓN
ELABORACIÓN DE RESPUESTAS
REVISIÓN FINAL

Figura 1. *Hoja de Actividades*
Fuente: Programa *Razonar en Pareja*

Si bien, el objetivo de este programa es el desarrollo de la competencia en la resolución cooperativa de problemas, hacia la finalización de su implementación para reforzar este objetivo principal, cuenta con una propuesta de escritura de un problema matemático que no se encuentra completamente desarrollada. En ella, se propone la elaboración de una *Hoja de Actividades* por parte de los tutores, en la que se debe escribir un problema matemático que tenga las características y estructura similar a los problemas trabajados hasta el momento. Normalmente se propone realizar esta actividad a partir de la 8ª semana para asegurar que el alumnado conoce perfectamente la estructura y composición de la *Hoja de Actividades* y los tutores pueden inventar una nueva situación matemática en base a las trabajadas previamente.

1.2 Tratamiento Integrado de las Lenguas y el Contenido (TILC)

La interrelación que se da entre el uso que se hace de la lengua y los contenidos propios de un área disciplinar se ha puesto en evidencia a través de la metodología TILC, cuya finalidad es trabajar los contenidos de una disciplina no lingüística de forma conjunta con los recursos lingüísticos adecuados para aprender una o más lenguas (Departament d'Ensenyament, 2018; Pascual, 2006) dando lugar a una educación inclusiva, plurilingüe e intercultural que favorece el aprendizaje contextualizado de ambas disciplinas (lingüística y no lingüística), a través de la construcción colaborativa del conocimiento y la adquisición de la competencia comunicativa. El Departament d'Ensenyament (2018) señala que:

Optar por metodologías TILC en la enseñanza de las áreas o materias curriculares tiene sentido en el contexto sociolingüístico actual, en que el catalán no es la lengua familiar ni la lengua de uso de una parte importante de los alumnos del sistema educativo y en que la composición actual de los centros es de una gran diversidad, con alumnos de diferentes lenguas y culturas, diferentes grados de competencia en la lengua vehicular, diferentes niveles de conocimientos disciplinarios y de dominio del lenguaje académico. (p 26).

En este contexto el uso del lenguaje desempeña un papel fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Según Gómez (2000), el lenguaje no solo actúa como un sistema de comunicación en el aula, también favorece la asimilación de los conocimientos de diversas disciplinas y es un objeto de aprendizaje en sí mismo dentro del currículum escolar. En este sentido, el enfoque TILC resalta la importancia de la lengua (ya sea lengua materna, una segunda lengua o una lengua extranjera) y su uso en diferentes disciplinas, actuando como un instrumento vehicular que facilita el aprendizaje de los estudiantes al poner de manifiesto la relación entre el lenguaje y el conocimiento de las diferentes asignaturas.

De acuerdo con Pascal (2016), esta perspectiva destaca la necesidad de integrar la enseñanza de la lengua y los contenidos, reconociendo que el lenguaje es esencial para el acceso, comprensión y construcción de los saberes disciplinares, considerando que:

Un buen planteamiento del TILC, por lo general, consigue un alto rendimiento en los contenidos disciplinarios, enriquece la habilidad en el uso de la lengua vehicular, especialmente en los alumnos que no la tienen como L1, y desarrolla las destrezas metacognitivas, la conciencia crítica y la perspectiva intercultural de los aprendices. (p.47)

Según Gómez (2000), proporcionar a nuestros estudiantes numerosas oportunidades para acceder a una amplia gama de información en diversas formas y desde diferentes perspectivas, tanto de forma verbal como escrita, aumentan la probabilidad de que expresen sus razonamientos, planteen preguntas, busquen respuestas, analicen problemas y tomen decisiones asertivas. Esto implica, que sean capaces de seleccionar, analizar y procesar la información necesaria para construir sus aprendizajes de manera efectiva.

En este sentido, la competencia lingüística comunicativa juega un rol fundamental para que los estudiantes puedan aprender a plantear y resolver problemas matemáticos de forma exitosa. Al desarrollar este tipo de tareas deben ser capaces de comprender las situaciones y las preguntas que se les plantean, describir y explicar los procedimientos que desarrollan, así como también expresar los resultados o conclusiones a las que llegan (Linneweber-Lammerskitten, 2012). De esta forma, la escritura como parte de la competencia lingüística tiene un rol clave en este proceso, ayudando a los estudiantes a plasmar sus ideas a través del papel de forma organizada y estructurada, permitiéndoles planificar, ejecutar, evaluar y revisar las situaciones matemáticas que plantean.

Pocas investigaciones han reparado en la importancia de la escritura en el aprendizaje de las matemáticas. Habitualmente se usa como una herramienta útil para que los estudiantes puedan apuntar sus resultados, o responder a los interrogantes que se les plantean, sin considerar su importancia como medio de comunicación (Baquero, 1996). Además, no se considera su nivel de complejidad, ya que requiere un alto grado de organización y precisión al plasmar y estructurar las ideas que se quieren transmitir al momento de escribir.

Algunos estudios han investigado la influencia de la escritura en la resolución de problemas (Pugalee 2004, 2010) y han concluido que los estudiantes que escriben sobre el proceso de resolución obtienen tasas estadísticamente más altas de soluciones correctas en comparación con aquellos que utilizan el pensamiento en voz alta. Estos estudios también han detectado que la escritura actúa como un vehículo que favorece las conductas metacognitivas de los estudiantes, mejorando la organización, ejecución y verificación del proceso de resolución.

La escritura como un acto comunicativo complejo, demanda que el escritor integre varios componentes cognitivos, afectivos, motivacionales y sociales (Hayes, 1996). Teniendo en cuenta que los estudiantes son escritores principiantes que están en proceso de adquirir habilidades de escritura y que pueden enfrentar dificultades al generar ideas, establecer objetivos y organizar el texto, es crucial llevar a cabo este proceso de manera clara y estructurada, realizando una planificación previa de escritura.

Con el propósito de incentivar el uso de la escritura en las escuelas se comenzó a incorporar la escritura en pareja o *paired writing* (Topping, 1995; Yarrow y Topping 2001), con la finalidad de lograr que dos estudiantes que escriban juntos puedan producir una escritura de mejor calidad de cómo lo harían cada uno por su parte y al mismo tiempo facilitar el conocimiento y apropiación de estrategias que faciliten el proceso de escritura. Estudios como el de Yarrow y Topping (2001) han mostrado que el método de escritura en pareja (*paired writing*) favorece los niveles de escritura de ambos participantes y mejora su autoestima como escritores (Duran y Monereo, 2008). Efectos que atribuyen a la interacción y al mayor número de oportunidades que se generan para practicar la escritura durante la tutoría entre iguales.

2. DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA DE INNOVACIÓN

Esta experiencia educativa surge a partir de la revisión del programa *Razonar en Pareja* con el objetivo de complementar la actividad de escritura de problemas que este propone. De esta manera, se busca abordar el proceso de escritura de forma transversal en relación a los contenidos de matemática.

El diseño de esta experiencia se basa en la concepción del proceso de enseñanza aprendizaje, como una instancia donde los contextos de actividad (Tharp, 2002) deben ser planificados, considerando la actividad conjunta realizada a través de la tutoría entre iguales y en la interacción entre docentes, estudiantes y contenido. Además, considera la complejidad de los contenidos al organizar las actividades de manera que brinden a las parejas de estudiantes las ayudas ajustadas (Pascual, 2006; Tharp, 2002;) que requieren para avanzar en su proceso de aprendizaje, retirando progresivamente el apoyo a medida que logran desarrollar de forma autónoma las actividades.

Es importante destacar que esta propuesta se presenta como un andamiaje que ofrece distintos tipos de apoyo (recursos visuales, escritos, preguntas de apoyo) a través de cuatro niveles, utilizando *Hojas de Actividades*. *Estos niveles aumentan gradualmente su dificultad para que los estudiantes puedan avanzar de manera progresiva en la escritura de problemas matemáticos*, integrando el proceso de escritura

y los desafíos que conlleva. A continuación, se describen los cuatro niveles propuestos para que las parejas de estudiantes puedan escribir cooperativamente problemas matemáticos (Figura 2).

Nivel 1	<p>Proceso de escritura de preguntas iniciales: Se presenta una <i>Hoja de Actividad</i> con una imagen. En pareja, los estudiantes escriben preguntas que se plantean antes de presentar el problema. Están centradas en la activación de conocimientos y/o experiencias previas, en promover la creatividad y el interés del resolutor por averiguar cuál será la situación a la que se enfrentará y en ayudar a la comprensión de la situación que se plantea.</p>
Nivel 2	<p>Proceso de escritura de preguntas para resolver el problema: Se presenta una <i>Hoja de Actividad</i> que cuenta con preguntas iniciales y un texto en el que se muestra una situación (puede ir acompañado de alguna imagen). En pareja, los estudiantes piensan y escriben las preguntas que podrían plantear para problematizar la situación. Se enfatiza en la creación de preguntas abiertas que promuevan la toma de decisiones, y la justificación y/o argumentación de las respuestas.</p>
Nivel 3	<p>Proceso de escritura de una situación matemática: Se presenta una <i>Hoja de Actividad</i> con una imagen. En pareja, los estudiantes la observan y piensan en una situación matemática que se sitúe en ese contexto y en las preguntas que podrían escribir para problematizarla. Junto a la imagen hay un conjunto de preguntas (ajustables según necesidades) que actúan como guía para que puedan planificar mejor la escritura.</p>
Nivel 4	<p>Proceso de escritura autónoma: Se presenta una <i>Hoja de Actividad</i> que cuenta con los apartados del proceso de escritura. En este nivel se retiran los apoyos brindados en los niveles anteriores que actuaban como andamiaje para crear el problema o las preguntas. En pareja los estudiantes realizan la escritura del problema de manera completa.</p>

Figura 2. Niveles de la propuesta de intervención.

Fuente: Elaboración propia.

Para indagar sobre las oportunidades de aprendizaje que podrían alcanzar los estudiantes a través de la implementación de esta propuesta, se realizó un estudio piloto cuyos objetivos eran: 1) explorar fortalezas y debilidades de la implementación de una propuesta de intervención de escritura cooperativa, a través del método de tutoría entre iguales durante el desarrollo del programa *Razonar en pareja*, enmarcada en el enfoque TILC; 2) identificar las características de los problemas matemáticos escritos por las parejas de estudiantes después de desarrollar la propuesta en el aula.

2.1 Diseño

Este estudio piloto responde a un diseño exploratorio cuya finalidad es identificar los aprendizajes que pueden alcanzar los estudiantes al implementar el proceso de planificación en la situación de escritura de problemas matemáticos.

Para poder conocer si la propuesta de intervención generaba aprendizaje en los estudiantes se utilizó un diseño cuasi-experimental de pretest y postest (Latorre *et al.*, 2005). Esto debido principalmente a que la realización de pruebas previas y posteriores a la intervención permiten recopilar información que ayuda a comparar y contrastar la escritura de problemas matemáticos realizada por los estudiantes, antes y después de

la implementación de la propuesta, permitiendo valorar las fortalezas y debilidades de la intervención.

Este estudio se implementó en una escuela pública de Esparreguera, población de 22000 habitantes, situada a 40 km de Barcelona (Catalunya), donde participaron 32 estudiantes, 18 niñas y 14 niños correspondientes a 2 clases de 5° (10 - 11 años) de primaria (educación básica) junto a dos profesoras de la asignatura de matemáticas. Se llevó a cabo durante el tercer trimestre del año escolar (abril-junio 2022).

Para la recogida de datos se utilizaron las hojas de trabajo utilizadas por los estudiantes para planificar y escribir sus problemas matemáticos y los cuestionarios respondidos por las docentes para conocer sus observaciones respecto a la propuesta implementada.

El análisis de los datos obtenidos se llevó a cabo mediante la técnica de triangulación de datos. Por un lado, se tomaron en consideración los resultados obtenidos con la aplicación del pretest y el postest. Por otro lado, se examinó la información recogida durante el proceso de desarrollo de la propuesta de escritura sobre: estructura, tema, coherencia, tipo de problema, contenido, tipo de preguntas y proceso de escritura (planificación, escritura, revisión y reescritura). Este análisis se complementó con las respuestas obtenidas a través de los cuestionarios respondidos por las docentes, los cuales nos permitieron obtener información del progreso de los estudiantes en la redacción de sus problemas.

2.2 Procedimiento del Estudio Piloto

El estudio piloto se implementó por las docentes del centro escolar como parte del programa *Razonar en Pareja*. Se llevó a cabo durante el tercer trimestre del curso, ya que en este período del año académico los estudiantes ya han trabajado con el programa, por lo tanto, están familiarizados con la metodología y estructura de los problemas. Su implementación constó de las siguientes fases (Figura 3):

Fase	Descripción	Agentes implicados	Instrumentos o materiales
Fase Inicial	1. Preparación de los materiales para implementación de la propuesta de intervención.	Investigadoras Profesoras	PPT informativo Pretest– Postest Hojas de actividades
	2. Presentación de materiales e invitación a participar de manera voluntaria a los profesores /as que están implementando el programa <i>Razonar en pareja</i> .	Investigadoras	
	3. Entrega de la información del estudio piloto a las docentes que participarían en su implementación y organización del calendario de actividades	Investigadoras	Hojas de Actividades
	4. Aplicación del pretest, donde los estudiantes, de forma individual y autónoma, escribieron un problema matemático en una de actividad en blanco.	Profesoras y estudiantes	Hojas de Actividades

Figura 3. *Fases de implementación de la propuesta de intervención.*

Fuente: Elaboración propia.

Fase	Descripción	Agentes implicados	Instrumentos o materiales
Fase Intermedia	1. Presentación de la información, que permitirá comunicar y contextualizar a los estudiantes acerca de las actividades que realizarán durante la implementación de la propuesta, junto a la hoja de apoyo del proceso de escritura para tutores. 2. Implementación la propuesta de escritura cooperativa según los niveles decididos por las docentes participantes.	Profesoras y estudiantes Profesoras y estudiantes	PPT informativo Hojas de actividades con los apartados según el nivel elegido,
Fase Final	1. Aplicación individual del postest, una vez que se llevaron a cabo los distintos niveles de la propuesta de intervención seleccionados por las profesoras. 2. Dar respuesta a un cuestionario para conocer la valoración de las maestras respecto al proceso.	Profesoras y estudiantes Profesoras	Hoja de actividades. Sin apoyos. Cuestionario online

Figura 3. Fases de implementación de la propuesta de intervención (continuación).

Fuente: Elaboración propia.

Es importante señalar que las docentes participantes en la propuesta e incluidas en el estudio piloto decidieron implementar, además del pretest y postest, los niveles 2, 3 y 4 de la propuesta debido a que consideraron que el primer nivel era sencillo y no contaba con un nivel de complejidad suficiente para trabajarlo con sus estudiantes.

3. RESULTADOS DEL ESTUDIO PILOTO

Con relación al primer objetivo planteado en el estudio referente a las fortalezas y debilidades de la implementación de una propuesta de intervención de escritura cooperativa, a través del método de tutoría entre iguales, podemos observar las siguientes fortalezas y debilidades.

En los materiales trabajados por los alumnos de forma individual en el pretest y postest se evidenció como fortaleza el conocimiento que presentan respecto a la estructura de los problemas matemáticos. Más del 90% de los estudiantes demostraron tener internalizados los apartados de problemas trabajados en el programa *Razonar en Pareja*, lo cual actuó como guía para sus producciones escritas. Específicamente, demostraron conocimiento en la formulación de preguntas iniciales, escritura del enunciado y formulación de preguntas para solucionar el problema.

Durante el desarrollo de la propuesta, se observó una mejora progresiva en las actividades de planificación y escritura realizadas por las parejas de estudiantes. A medida que avanzaban en los niveles del programa, se evidenció un aumento en la

capacidad de responder a las preguntas guía para planificar la escritura. En los niveles tres y cuatro, el 100% de las parejas logró desarrollar la actividad de planificación y escritura de forma autónoma.

En relación a las debilidades, una de ellas se presentó en la formulación de preguntas que ayudan al lector a revisar y reflexionar sobre el proceso de resolución del problema. Estas preguntas no se presentaron en el pretest y solo un 3% de los estudiantes las incorporó al finalizar su escritura en el postest.

En el proceso de trabajo en pareja, se identificó una debilidad en las actividades que requerían trabajo metacognitivo por parte de los estudiantes, especialmente en la revisión de la escritura. Aunque se observó un aumento progresivo en los niveles de revisión, este proceso no se vio reflejado en la reescritura de los textos. En el nivel dos ninguna pareja llegó a este punto, y en el nivel tres, el 81% de las parejas volvió a reescribir su texto de la misma forma que lo había hecho inicialmente. En el nivel cuatro, disminuyó el nivel de parejas que reescribió su texto sin cambios (60%), pero solo un 27% realizó las modificaciones visualizadas en el proceso de revisión.

Por otra parte, para saber si la forma de trabajo implementada para trabajar en la propuesta de escritura de problemas matemáticos, es decir la tutoría entre iguales y el TILC habían generado algún impacto tanto en la interacción entre los estudiantes como en el desarrollo de la actividad, acudimos a las observaciones realizadas por las maestras, quienes señalaron que consideran que el desarrollo de la escritura cooperativa a través de la tutoría entre iguales ayuda a los estudiantes a regular sus aprendizajes, ofreciéndose ayuda mutua.

Profesora 1: Se sienten más presionados para hacerlo bien y dar la talla delante del compañero/a tutor/a. - Mejora de la capacidad de respuesta. Buscan alternativas a las inicialmente preparadas para dar respuesta a las necesidades del compañero/a tutorado/a. - La ayuda mutua que se ofrece y está presente a lo largo de la sesión.

Profesora 2: Mejora de la comunicación entre iguales, uso de un lenguaje más esmerado y preciso, búsqueda de diferentes alternativas para resolver una determinada situación, aceptación de las diferencias individualidades, entre otros.

En relación al segundo objetivo planteado en este estudio, referente a las características de los problemas matemáticos escritos por las parejas de estudiantes, se consideraron los siguientes aspectos: estructura del problema, tema del enunciado (contexto), coherencia del enunciado, clasificación del problema (simples, con una operación o compuestos dos o más operaciones), estructura matemática (contenido), formulación de preguntas (abiertas o cerradas), proceso de escritura (planificación, escritura, revisión y reescritura). De esta forma, de los problemas inventados por los estudiantes en el pretest y postest de manera individual aumentaron su coherencia de un 81% a un 88%. Este leve incremento puede atribuirse a la experiencia adquirida por los estudiantes durante el proceso de intervención, donde tuvieron la oportunidad de planificar y escribir problemas en pareja, favoreciendo la práctica conjunta en este tipo de tareas, junto al desarrollo de habilidades de redacción más coherentes y estructuradas.

En cuanto al contexto utilizado en los enunciados de las producciones escritas por los estudiantes, se ha observado tanto en el pretest como en el postest que el 100% hace uso de contextos personales que aluden a actividades realizadas por ellos en su contexto familiar (viajes, vacaciones, salidas a comer o de compras), en su contexto escolar (actividades que realizan en el aula así como salidas a excursiones) y actividades realizadas con amigos (salir de paseo, participar en competencias, juegos) dando cuenta de lo significativas que son las situaciones de su vida cotidiana y la

habilidad con la que buscan transformar esos contextos de situaciones reales en situaciones problematizadas. Estos resultados muestran que el uso de situaciones personales y familiares en la escritura de problemas matemáticos estimula la motivación y el interés de los estudiantes al permitirles establecer relaciones entre conceptos abstractos y situaciones reales y significativas para ellos proporcionándoles una perspectiva práctica y aplicable de la matemática.

Para identificar los contenidos matemáticos abordados por los estudiantes en sus problemas se agruparon de acuerdo a su estructura matemática, es decir, de acuerdo a las operaciones aritméticas o acciones que se debían llevar a cabo para resolver la situación planteada. En el pretest, se observó que el 50% de los estudiantes que escribieron problemas coherentes utilizaron principalmente una estructura aditiva-multiplicativa, mientras que el 31% utilizó una estructura aditiva, sin embargo, esta tendencia se invirtió en el postest donde un 50% de los estudiantes formuló problemas de carácter aditivo y un 36% utilizó problemas con una estructura aditiva-multiplicativa. Este resultado sugiere que, durante la realización del postest, los estudiantes fueron más conscientes de lo que estaban escribiendo, ajustando las situaciones matemáticas a la posibilidad de ser resueltas por ellos mismos de acuerdo a sus conocimientos. Por otro lado, es posible atribuir el uso predominante de las operaciones aditivas y aditivas-multiplicativas por parte de los estudiantes a su mayor dominio y facilidad con estas operaciones. Esta familiaridad les otorga una mayor confianza al emplearlas en la escritura de problemas matemáticos.

Al analizar el tipo y número de preguntas formuladas por los estudiantes en los problemas escritos, tanto en el pretest como en el postest, se observaron algunas tendencias interesantes. En primer lugar, se encontró que la mayoría de las preguntas formuladas (65%) eran de carácter cerrado, es decir, con una única respuesta. Por otro lado, se evidenció que solo un pequeño porcentaje de estudiantes incorporó preguntas abiertas, para promover la toma de decisiones, la justificación o argumentación de respuestas. Es relevante destacar que este porcentaje de preguntas abiertas disminuyó del 12% en el pretest al 7% en el postest. Esto puede atribuirse a la complejidad que implica formular este tipo de preguntas, ya que requieren de habilidades valorativas y de reflexión por parte de los estudiantes. No obstante, es importante mencionar que se observó un aumento en el número de estudiantes que combinaron preguntas abiertas y cerradas, pasando de un 23% en el pretest a un 29% en el postest. Estos hallazgos indican que, si bien las preguntas cerradas fueron las más utilizadas, hubo una tendencia hacia una mayor diversidad en el tipo de preguntas formuladas por los estudiantes en el postest, lo cual puede reflejar un progreso en su capacidad de plantear interrogantes más desafiantes y promover una mayor reflexión en la resolución de problemas.

En este punto, también es importante destacar que en la realización del pretest y el postest un 50% de los alumnos formuló entre 2 y 3 preguntas. En cambio, aquellos estudiantes que en un inicio formularon solo una pregunta en el pretest (38%) pasaron a un 21% en el postest y aquellos que formularon 4 o más preguntas aumentaron de un 12% a un 29% en el postest. Este cambio positivo se podría asociar a las actividades desarrolladas en conjunto durante la intervención, donde constantemente estuvieron expuestos a responder preguntas para poder planificar su escritura, así como a la formulación de preguntas para responder a las tareas solicitadas.

4. CONCLUSIONES

Esta propuesta de intervención en la escritura de problemas matemáticos es una primera aproximación hacia la aplicación integrada de la lengua a través del proceso de escritura con contenido matemático por medio del trabajo cooperativo de los estudiantes a través de la tutoría entre iguales y aporta evidencias interesantes relacionadas con el aprendizaje de los estudiantes para escribir situaciones matemáticas.

Se observó que los participantes poseen conocimiento de los elementos que conforman un problema matemático y muestran avances en la escritura de problemas coherentes, manteniendo la relación entre el contexto, los datos y los interrogantes formulados, lo que se vio reflejado en el aumento gradual de la coherencia de sus producciones al finalizar la intervención.

Respecto a las dificultades que se presentaron al momento de tener que formular preguntas, se visualizó que predominó principalmente el uso de preguntas cerradas, situación que confirman los hallazgos de Pérez y Hernández (2017), quienes a través de su estudio comprobaron que las preguntas más sencillas de trabajar en problemas matemáticos son aquellas que permiten identificar y extraer información explícita y las más complejas son las que requieren de un proceso de reflexión y/o valoración. Esto deja en evidencia, además, la importancia de guiar el proceso de formulación de preguntas tanto de forma explícita como implícita. En este sentido, Gillies y Khan (2009) señalan que los maestros en su rol de facilitadores de aprendizajes deben enseñar a los estudiantes a formular y a responder preguntas. Es necesario que los guíen hacia la incorporación de preguntas abiertas en sus producciones con la intención de que estas promuevan la reflexión, la toma de decisiones, la justificación y/o argumentación de los procesos que se deben llevar a cabo para darle solución. De esta forma se estaría promoviendo una participación activa en la resolución de problemas.

Es importante continuar dando énfasis en el proceso de redacción de las ideas que conforman el enunciado de los problemas matemáticos, así como a la formulación de preguntas que permitan darles solución y también a aquellas que ayudarán a revisar y reflexionar el proceso realizado para poder resolverlo. En este punto, la tutoría entre iguales y el proceso de escritura pueden ser herramientas valiosas que, al incorporarlas de forma constante y sostenida en el tiempo pueden favorecer la internalización progresiva de este tipo de actividades que conllevan a un mayor nivel de complejidad cognitiva para los estudiantes y por lo tanto a mayores cotas de aprendizaje.

Finalmente, constatar que con este trabajo se hace una aportación concreta al desarrollo del TILC a través de una intervención basada en la tutoría entre iguales. Generar contextos didácticos en los que se favorezca la adquisición de la lengua y la construcción de contenidos de otras áreas no lingüísticas (en este caso, las matemáticas) puede contribuir a mejorar el rendimiento académico en los contenidos disciplinarios, enriquecer el uso de la lengua vehicular y el desarrollo de destrezas metacognitivas. Además de contribuir al desarrollo de la conciencia crítica y la perspectiva intercultural (Departament d'Ensenyament, 2018).

5. PROPUESTAS DE MEJORA

Como sabemos las actividades relacionadas con problemas matemáticos suelen estar más centradas en la resolución de problemas o en el planteamiento de enunciados de forma verbal dando poco espacio e importancia a la escritura de los enunciados. Por esta razón es relevante poder realizar los ajustes necesarios a esta propuesta de intervención para que pueda replicarse en las aulas. Esto, con la finalidad de aportar información relevante respecto a un tema que forma parte del desarrollo de las

competencias matemáticas que debe adquirir el alumnado y que además favorece la visibilización y transversalización del uso de la lengua en otras asignaturas.

Los ajustes que se proponen incluyen ampliar el número de sesiones dedicadas a la escritura, incorporar distintos tipos de apoyos para ampliar los contenidos y contextos, enfatizar en la formulación de preguntas abiertas, incorporar la resolución del problema escrito por los estudiantes y utilizar el material de apoyo para la escritura. También se sugiere hacer un seguimiento de los estudiantes después de la intervención para poder evaluar su impacto en la resolución de problemas.

6. LIMITACIONES

Al ser este un estudio piloto de carácter exploratorio ha presentado un conjunto de limitaciones, que se relacionan con distintos factores, como: los participantes, el tiempo que se utilizó para realizar la intervención y no poder contrastar los resultados obtenidos con un grupo de comparación.

Con respecto a los participantes, en primer lugar, se trata de una pequeña muestra que si bien aporta indicios de algunos avances en la escritura de problemas no se puede considerar suficiente para generalizar los resultados. En segundo lugar, en este caso, no se tenía conocimiento de las fortalezas y debilidades de cada estudiante respecto a sus habilidades de resolución de problemas, lo que dificultó la posibilidad de poder realizar un análisis más profundo en relación a los detalles observados en sus producciones.

Una segunda limitación de este estudio fue el tiempo y el tipo de apoyo que se brindó en las actividades que formaron parte de la intervención. La intervención se concentró en un mes y solo se propuso una tarea por nivel, lo que limitó la posibilidad de haber proporcionado actividades más variadas con distintos recursos de apoyo, los que a su vez podrían haber ayudado a diversificar los temas utilizados por los estudiantes para escribir los enunciados, así como los contenidos matemáticos utilizados. En este sentido, así como la implementación del programa *Razonar en Pareja* se extiende de forma prolongada durante el 2º y 3º trimestre del curso escolar, esta propuesta de escritura, debido a su complejidad, también requeriría de un mayor número de sesiones de aplicación guiada que permitieran a los estudiantes apropiarse de la metodología y el tipo de tarea que se espera que resuelvan.

Una última limitación fue la imposibilidad de poder determinar la diferencia entre los resultados de los estudiantes que participaron de esta intervención y aquellos estudiantes que no lo hicieron debido a que no se incluyó un grupo de comparación en el estudio.

Finalmente, es importante destacar que, si estas limitaciones se tienen en cuenta en futuras ediciones, probablemente se podrían observar cambios más visibles y consistentes con los resultados aportados, aunque se requiere cautela y seguir avanzando en la investigación para poder ajustar la propuesta.

REFERENCIAS

Ayllón-Blanco, M. F., & Gómez-Pérez, I. A. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *Escuela Abierta*, 17(1), 29-40. 1
<https://doi.org/0.29257/ea17.2014.03>

- Bastart, C., & Flores, M. (en prensa). Un programa de tutoría entre iguales para la resolución de problemas matemáticos. *REDIE, Revista Electrónica de Investigación Educativa*.
- Departament d'Ensenyament. Subdirecció General de Llengua i Plurilingüisme. (2018). *El modelo lingüístico del sistema educativo de Catalunya: El aprendizaje y el uso de las lenguas en un contexto educativo multilingüe y multicultural*. Generalitat de Catalunya. <https://goo.su/T6zxs4>
- Duran, D., & Vidal, V. (2004). *Tutoría entre iguales: de la tutoría a la práctica: un método de aprendizaje cooperativo para la diversidad en secundaria*. Graó.
- Duran, D., & Monereo, C. (2008). The impact of peer tutoring on the improvement of linguistic competence, self-concept as a writer and pedagogical satisfaction. *School Psychology International*, 29(4), 481-499. <https://goo.su/TAYc2>
- Espinoza, J. (2011) *Invenición de Problemas Aritméticos por Estudiantes con Talento Matemático: Un Estudio Exploratorio*. [Trabajo Fin de Máster, Universidad de Granada]. <https://goo.su/sTZR>
- Flores, M., Duran, D. y Albarracín, L. (2016). *Razonar en pareja: tutoría entre iguales para la resolución cooperativa de problemas cotidianos*. Horsori.
- Gillies, R. M., & Khan, A. (2009). Promoting reasoned argumentation, problem-solving and learning during small-group work. *Cambridge Journal of Education*, 39(1), 7-27. <https://doi.org/10.1080/03057640802701945>
- Gómez, I. (2000). Bases teóricas de una propuesta didáctica para favorecer la comunicación en el aula. En J. Jorba, I. Gómez & A. Prat (Eds.), *Hablar y Escribir para aprender: Uso de la lengua en situación de enseñanza-aprendizaje desde áreas curriculares*, (pp.19-27). Síntesis.
- Hayes, J. (1996). Un nuevo marco para la comprensión de lo cognitivo y lo emocional en la escritura. En *The Science of Writing* (pp.1-27). Lawrence Erlbaum Associates.
- Jucoy, C. & Maglipong, C. (2018). Students' Problem-Solving Skills in Mathematics with Peer Tutoring Math Pen-Mate. *International Journal of Science and Research*, 7, 1423-1427. <https://doi.org/10.21275/ART2018320>
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2010). Items for a description of linguistic competence in the language of schooling necessary for learning/teaching mathematics (in secondary education) An approach with reference points. *Language and school subjects: Linguistic dimensions of knowledge building in school curricula*, 4. <http://rm.coe.int/09000016806adb7e>
- Pascual, V. (2006). Tractament de les llengües dins el model d'educació plurilingüe i pluricultural. En *El Tractament de les llengües en un model d'educació plurilingüe per al sistema educatiu valencià* (pp. 77–144). Conselleria de Cultura, Educació i Esport. <https://goo.su/hoc3VDM>
- Pérez Ariza, K., & Hernández Sánchez, J. E. (2017). La elaboración de preguntas en la enseñanza de la comprensión de problemas matemáticos. *Revista*

Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 20(2), 223–248.
<https://doi.org/10.12802/relime.17.2024>

- Pugalee, D. K. (2001). Writing, Mathematics, and Metacognition: Looking for Connections Through Students' Work in *Mathematical Problem Solving*. *School Science and Mathematics*, 101(5), 236–245. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2001.tb18026.x>
- Pugalee, D. K. (2004). A Comparison of Verbal and Written Descriptions of Students' Problem-Solving Processes. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1-3), 27–47. <https://doi.org/10.1023/b:educ.0000017666.11367.c7>
- Real Decreto 157/2022, de 01 de marzo, ordenación y enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, número 52, de 2 de marzo de 2022.
- Singer F., Ellerton N., Cai J., & Leung E. (2011). Problem Posing in Mathematics Learning and Teaching: a Research Agenda. En Ubuz, B. (Ed.) *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1 (1), 137-166. <https://goo.su/R2Mi>
- Silver, E. & Cai, J. (1996). An Analysis of Arithmetic Problem Posing by Middle School Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521–539. <https://doi.org/10.2307/749846>
- Tharp, R., Estrada, P., Dalton, S., & Yamauchi, L. (2002). *La actividad en la teoría y en el aula. Transformar la enseñanza. Excelencia, equidad, inclusión y armonía en las aulas y las escuelas*, 73-104. Paidós.
- Topping K., (2000). Tutoring. International Academy of Education. *Educational Series Practices-5*. <https://goo.su/P0LTJ>
- Topping K. (2015) Peer tutoring: old method, new developments /Tutoría entre iguales: método antiguo, nuevos avances. *Revista Infancia y Aprendizaje*, 38(1), 1-29. <https://doi.org/10.1080/02103702.2014.996407>
- Yarrow, F., & Topping, K. J. (2001). Collaborative writing: The effects of metacognitive prompting and structured peer interaction. *British Journal of Educational Psychology*, 71(2), 261-282. <https://doi.org/10.1348/000709901158514>